



Recherche de matière sombre non-baryonique au moyen d'un bolomètre à ionisation dans le cadre de l'expérience **EDELWEISS**

Philippe Di Stefano

► To cite this version:

Philippe Di Stefano. Recherche de matière sombre non-baryonique au moyen d'un bolomètre à ionisation dans le cadre de l'expérience EDELWEISS. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris Sud - Paris XI, 1998. Français. NNT : . tel-00009267

HAL Id: tel-00009267

<https://theses.hal.science/tel-00009267>

Submitted on 16 May 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris-Sud
U.F.R. Scientifique d'Orsay

Recherche de matière sombre non-baryonique
au moyen d'un bolomètre à ionisation
dans le cadre de l'expérience EDELWEISS

Une thèse présentée en vue d'obtenir le grade de
Docteur en Sciences de l'Université de Paris XI Orsay
(spécialité : Physique des Particules)

par
Philippe DI STEFANO

Soutenue le 24 septembre 1998 devant la Commission d'examen composée de :	
Norman BOOTH	examineur
Alain BOUQUET	examineur
Ettore FIORINI	rapporteur
Gerszon SZKLARZ	président-rapporteur
Franz VON FEILITZSCH	examineur
Dominique YVON	directeur de thèse

EDELWEISS (*é-dèl-vaïss*). n.m. (fin XIX^e s; mot all., de *edel*, "noble" et *weiss*, "blanc").
Genre de composées (*gnaphalium leontopodium*), petite herbe qui pousse en montagne , et que
l'on appelle *pied-de-lion*, *immortelle des neiges*.
Paul Robert, Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française [154]

C'est un plaisir que de se plier à la tradition des remerciements.

Je tiens d'abord à remercier Michel SPIRO et Daniel VIGNAUD de m'avoir accueilli au SPP.

Je remercie aussi le jury de cette thèse qui a bien voulu se déplacer malgré son emploi du temps chargé — et parfois la barrière linguistique —, Norman BOOTH, Alain BOUQUET et Franz VON FEILITZSCH entre autres, ainsi que tout particulièrement les deux rapporteurs, Ettore FIORINI et Gerszon SZKLARZ, qui ont accepté d'œuvrer pendant la période estivale.

Diverses personnes, parmi lesquelles Eric AUBOURG, Christian COUTURES, Michel CRIBIER, Gilles GERBIER, Christophe MAGNEVILLE et Sylvain ZYBERLACH, m'ont aimablement fait bénéficier de leur savoir en physique, ou de leurs compétences — voire même de leur matériel — informatiques. Marc BESANÇON, a trouvé le temps de relire la partie supersymétrique de ce travail, Laurent CHEVALLIER, Philippe SCHUNE et Charling TAO m'ont fourni de nombreux conseils, et Jean-François GLICENSTEIN, à défaut d'avoir pu répondre à toutes mes questions, savait souvent où je pouvais en trouver la réponse.

Je salue Philippe GRIS, Delphine HARDIN, Alexandre JUILLARD, Adam MALIK, Xavier MÉCHAIN et Lino MIRAMONTI, thésards passés ou présents, avec lesquels j'ai eu l'occasion de travailler ou de partager des repas médiocres à la cantine.

Le staff du LSM, Philippe CHARVIN, Jean-Louis SAURY, Magalie et Thierry ZAMPIERI, a toujours fait preuve d'efficacité et de compréhension envers la conception biaisée du temps et des horaires qu'ont les physiciens, en particulier lors de mon séjour prolongé à Modane en juillet 1997.

Ce travail n'eût été possible sans l'ensemble de la collaboration EDELWEISS, et je suis particulièrement reconnaissant envers ceux avec qui j'ai passé du temps au LSM, dont Maryvonne DE JÉSUS, Daniel DRAIN et Louis DUMOULIN. Je souhaite remercier aussi Claudine GOLDBACH, qui sait tout du plomb romain, Gérard NOLLEZ, pour ses suggestions sur l'analyse des données et les courbes d'exclusion, et Maurice CHAPPELLIER, pour de nombreuses discussions de physique du solide et son enthousiasme de jeune physicien. Gabriel CHARDIN et Luigi MOSCA ont relu attentivement des parties de ce mémoire et m'ont fait confiance pour représenter la collaboration plusieurs fois en France et à l'étranger.

J'exprime ma gratitude à Jacques MALLET d'avoir contribué à élucider diverses questions de physique, statistique et informatique, à James RICH pour les proverbiales discussions fructueuses (ainsi que les autres), et surtout à Dominique YVON pour avoir imaginé cette thèse, et pour son encadrement tout au long de sa réalisation.

Enfin je ne puis conclure sans remercier Patricia et nos familles.

Table des matières

1	La matière sombre	1
1.1	La matière sombre dans l'Univers	1
1.1.1	Masse et géométrie de l'Univers	1
1.1.2	Une masse peu lumineuse	3
1.1.3	Nucléosynthèse primordiale	7
1.1.4	Matière sombre non-baryonique	7
1.1.5	Quelques autres tentatives d'explication	9
1.2	La matière sombre dans la Voie Lactée	10
1.2.1	Présence locale de matière sombre	11
1.2.2	Recherche de matière sombre baryonique	12
1.2.3	Modèle standard de halo	12
2	SUSY et les WIMPs	15
2.1	Modèle standard et matière sombre	15
2.1.1	Le secteur électrofaible	15
2.1.2	QCD et axion	17
2.2	Neutrinos et limites du modèle standard	18
2.3	SUSY	20
2.3.1	Superchamps et superparticules	20
2.3.2	R-parité et LSP	21
2.3.3	Densité relique des neutralinos	22
2.3.4	Interactions neutralino-matière	22
3	A la recherche de la masse perdue	25
3.1	Expériences de détection indirecte	25
3.2	Expériences de détection directe	26
3.2.1	Signal, taux d'événements et spectre d'énergie	26
3.2.2	Signatures	30
3.2.3	Mises en œuvre de la détection directe	30
3.3	L'expérience EDELWEISS au LSM	31
3.3.1	La collaboration	31
3.3.2	Le Laboratoire Souterrain de Modane	32
3.3.3	Source et nature des bruits radioactifs	32
4	Le dispositif de détection cryogénique EDELWEISS	35
4.1	Bolomètres classiques et voie chaleur	35
4.1.1	Événements thermiques	36

4.1.2	Le thermomètre	39
4.1.3	Influence de la chaîne de lecture	41
4.1.4	Dérive de température et ligne de base	43
4.2	Bolomètres ionisation-chaleur	44
4.2.1	Interactions dans la matière et ionisation	44
4.2.2	Discrimination entre reculs d'électrons et de noyaux	46
4.2.3	L'effet Luke-Neganov	49
4.2.4	Normalisation des diagrammes ionisation-chaleur	51
4.2.5	Facteur de quenching	51
4.2.6	Collecte incomplète de charge	53
4.2.7	Dispositif expérimental et chaîne de lecture	53
4.3	Première étude des résolutions des voies	54
4.3.1	Ionisation	54
4.3.2	Chaleur	55
4.4	Montage expérimental	55
4.4.1	Cryogénie	55
4.4.2	Chaîne de lecture et d'acquisition globale	55
4.5	Etude préliminaire des déclenchements par la voie chaleur	59
5	Traitement du signal bruité	65
5.1	Bruits électroniques	65
5.2	Analyse brute	67
5.2.1	Événements saturés	67
5.2.2	Etude de la ligne de base	69
5.2.3	Estimation grossière de l'amplitude	69
5.2.4	Evaluation des constantes de temps	69
5.3	Ajustement dans l'espace des temps	69
5.4	Le filtrage optimal	71
5.4.1	Hypothèses sur le bruit	72
5.4.2	Filtrage optimal dans l'espace des pulsations	72
5.4.3	Fonction gabarit	75
5.4.4	Calcul dans l'espace des temps	76
5.5	Questions liées à l'échantillonnage	76
5.5.1	L'échantillonnage	77
5.5.2	Le fenêtrage	79
5.6	Mise en œuvre du filtrage optimal	80
5.6.1	Détermination de l'événement modèle	80
5.6.2	Détermination du bruit	81
5.6.3	Choix de la fourchette des temps de décalage	81
5.6.4	Réduction des données	83
5.7	Traitement de l'empilement: généralisation du filtrage optimal	83
5.7.1	Cas général	83
5.7.2	Cas particulier des déclenchements connus	84

6	Caractérisation du filtrage optimal sur simulations	87
6.1	Données réelles et données simulées	87
6.1.1	Obtention des données réelles	87
6.1.2	Schéma de simulation	88
6.2	Faites vos jeux !	89
6.2.1	Filtrage	89
6.2.2	Le bruit	89
6.2.3	L'événement modèle $M(t)$	90
6.2.4	La distribution d'amplitudes — les dés sont pipés	92
6.2.5	La distribution de décalages	93
6.2.6	L'assemblage final — les jeux sont faits	93
6.3	Application — rien ne va plus Γ	93
6.3.1	Effet de la position du pic de bruit	94
6.3.2	Echantillonnage — quitte ou double	97
6.3.3	Conclusion	97
7	Etalonnage en énergie du détecteur	99
7.1	Remarques d'ordre pratique	99
7.1.1	Choix de la source	99
7.1.2	Instabilité en température du détecteur et solution <i>ad hoc</i>	99
7.1.3	Conditions d'analyse	102
7.2	Analyse des données	102
7.2.1	Coupures et filtrage optimal	102
7.2.2	Variations sur le thème du χ^2	102
7.3	Performances du détecteur	105
7.3.1	Résultats	105
7.3.2	Application aux données prises sans ^{57}Co	109
7.3.3	Etude du bruit	109
7.4	Bilan des contributions aux résolutions de reculs d'électrons	111
7.4.1	Voie ionisation	111
7.4.2	Voie chaleur	112
8	Etude du pouvoir de discrimination du détecteur	113
8.1	Choix de la variable de discrimination	113
8.2	Zone photons	114
8.2.1	Remarques générales	114
8.2.2	Etude du rapport ionisation sur chaleur	115
8.3	Zone neutrons	118
8.3.1	Remarques générales	118
8.3.2	Etude du rapport ionisation sur chaleur	119
8.3.3	Etude du facteur de quenching	120
8.4	Pouvoirs de discrimination	120
8.4.1	Séparation de deux populations à coupure donnée	125
8.4.2	Optimisation de la coupure	126
8.4.3	Méthode de la zone neutron	128

9	Analyse des données d'intérêt physique	131
9.1	Obtention et préparation des données	131
9.1.1	Traitement et coupures	131
9.1.2	Etalonnage en énergie des données	132
9.1.3	Stabilité du détecteur	134
9.1.4	Normalisation des spectres	134
9.2	Données de fond sans réjection	134
9.2.1	Taux obtenus	134
9.2.2	Événements hors-axe	135
9.2.3	Ordre de grandeur du taux de neutrons attendus	135
9.3	Discrimination	136
9.3.1	Application des zones neutrons	137
9.3.2	Spectres obtenus	142
9.4	Événements hors-axe	142
9.4.1	Etude du rapport ionisation sur chaleur	144
9.4.2	Mécanismes de collecte des charges	144
9.4.3	Sources des événements hors-axe	145
9.4.4	Événements très hors axe	147
10	Courbes d'exclusion	151
10.1	Construction des courbes	151
10.1.1	Définition	151
10.1.2	Normalisation	151
10.2	Application aux données EDELWEISS	152
10.2.1	Utilisation des spectres intégrés	152
10.2.2	Utilisation des spectres canal par canal	154
10.3	Comparaison avec d'autres expériences	156
10.3.1	Description des jeux de données	156
10.3.2	Discussion des résultats	158
11	Conclusion et perspectives d'EDELWEISS	163
11.1	Des résultats compétitifs	163
11.2	Des perspectives attrayantes	164
A	Collisions élastiques à faible énergie	165
A.1	Changements de référentiel	165
A.2	Cas du centre de masse	165
A.3	Collisions élastiques	165
A.4	Système de deux particules	165
B	Rappels de physique du solide	167
B.1	Capacité calorifique d'un cristal diélectrique	167
B.2	Application à un cristal de germanium	167

C	Eléments de modélisation thermique des bolomètres EDELWEISS	169
C.1	Revue du montage EDELWEISS	169
C.1.1	Capacités calorifiques	169
C.1.2	Conductances thermiques	170
C.2	Modèle à deux capacités	170
C.3	Modèle à trois capacités	172
D	Rappels sur les transformées de Fourier	175
D.1	Transformée de Fourier	175
D.2	Transformée de Fourier discrète	176
D.3	Implications pour le bruit	178
E	Rappels de statistique	179
E.1	Statistique de Poisson	179
E.1.1	Définition	179
E.1.2	Interprétation des intervalles de confiance	179
E.2	Distribution du rapport de deux variables aléatoires indépendantes	179
E.2.1	Cas général	179
E.2.2	Rapport de lois normales	180
E.3	Distribution de la somme	181
	Index	196

Table des figures

1.1	Distribution à grande échelle des galaxies	2
1.2	Courbes de lumière et de rotation de NGC 3198	4
1.3	Emission en X de l'amas A2063	6
1.4	Abondances d'éléments légers prédites par la nucléosynthèse	8
1.5	Courbe de rotation galactique de la Voie Lactée	11
1.6	Mouvement de la Terre par rapport à la galaxie	13
2.1	Projections de modèles supersymétriques dans les plans m, σ	24
3.1	Influence de la masse du WIMP sur le spectre normalisé	28
3.2	Les aventuriers de la masse perdue	32
4.1	Principe du bolomètre classique	36
4.2	Événements thermiques typiques du bolomètre	37
4.3	Ajustements sur les événements canoniques	38
4.4	Schématisation du montage du bolomètre	38
4.5	Événement obtenu par un thermomètre à couche mince	40
4.6	Principe de l'amplificateur à bouclage de phase	42
4.7	Discrimination, et influence de l'effet Luke-Neganov	47
4.8	Principe du détecteur hybride ionisation-chaleur	48
4.9	Événements typiques de la voie ionisation	48
4.10	Bavure du pic à 122 keV du ^{57}Co	54
4.11	Chaînes de lecture et d'acquisition	57
4.12	Temps des divers événements de la voie chaleur	60
4.13	Corrélation entre temps de montée et de descente	60
4.14	Temps de montée et de relaxation en fonction de l'amplitude	61
4.15	Spectres obtenus en déclenchant sur la voie chaleur	62
4.16	Exemples d'événements appartenant aux quatre principales familles	63
5.1	Événements idéaux des deux voies	66
5.2	Événements typiques des deux voies	66
5.3	Événement pathologique	67
5.4	Spectres de bruits moyens	68
5.5	Exemples de gabarits et de modèles	76
5.6	Événements de bruit typiques	82
5.7	Exemples d'ajustement par filtrage optimal multiple	85
6.1	Chaînes d'acquisition réelle et simulée	88
6.2	Spectre de bruit simulé	90

6.3	Impulsion simulée	92
6.4	Spectre de bruit simulé et son résultat après analyse	94
6.5	Gabarit simulé et sa transformée de Fourier	95
6.6	Événement simulé	96
7.1	Variation de la ligne de base du bolomètre	100
7.2	Correction de la dérive de la ligne de base	101
7.3	Exemple d'un pic avant et après correction de la dérive en température	101
7.4	Pentes de ligne de base, et événement à plus de trois écarts-types	103
7.5	Comparaison du filtrage optimal et de l'ajustement en temps	104
7.6	Exemples de distributions du χ^2 par degré de liberté	105
7.7	χ^2 et amplitude	106
7.8	Comment donner l'impression d'améliorer la résolution en maltraitant le χ^2	106
7.9	Événement chaleur éliminé par la coupure canonique sur le χ^2	107
7.10	Diagrammes ionisation-chaleur pour une calibration par une source ^{57}Co	108
7.11	Projections de l'étalonnage ^{57}Co sur les axes ionisation et chaleur	108
7.12	Quelques spectres de bruit	109
7.13	Spectres en énergie du bruit	110
8.1	Calibrations en reculs d'électrons grâce à une source de ^{60}Co	114
8.2	Distribution du rapport ionisation sur chaleur des reculs d'électrons fournis par une source de ^{60}Co	115
8.3	Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{60}Co à -2 V	116
8.4	Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{60}Co à -6 V	117
8.5	Rapport ionisation sur chaleur	118
8.6	Calibrations en reculs de noyaux grâce à une source de ^{252}Cf	119
8.7	Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{252}Cf à -2 V	121
8.8	Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{252}Cf à -6 V	122
8.9	Rapport ionisation sur chaleur pour ^{252}Cf	123
8.10	Facteurs de quenching obtenus par une source de ^{252}Cf	123
8.11	Facteur de quenching pour les neutrons purgé de son erreur systématique	124
8.12	Comparaison des calibrations ^{60}Co et ^{252}Cf	124
8.13	Discrimination entre reculs de noyaux et reculs d'électrons	127
8.14	Zones neutrons	128
8.15	Zones neutrons définies avec deux écarts-types	129
9.1	Données accumulées pendant 0.65 kg.j	132
9.2	Données accumulées pendant 1.17 kg.j	133
9.3	Données de fond présentées en énergie de recul	134
9.4	Taux d'événements obtenus	135
9.5	Distribution du rapport ionisation sur chaleur pour la tranche d'énergie chaleur 15–45 keV	136
9.6	Zones neutrons et données	137

9.7	Spectres obtenus des demi zones neutron	138
9.8	Événements -2 V rescapés de la demi zone neutrons et ajustements par filtrage optimal	140
9.9	Événements -6 V rescapés de la demi zone neutrons et ajustements par filtrage optimal	141
9.10	Zones neutron définies à deux écarts-types, et données	142
9.11	Spectres en énergie de recul	143
9.12	Rapports ionisation sur chaleur du fond et des étalonnages par source ^{252}Cf . .	144
9.13	Mécanismes de collecte des charges	145
9.14	Événements de la zone photons	146
9.15	Événements à -6 V fortement déficients en ionisation	149
10.1	Courbes d'exclusion tirées des spectres intégrés EDELWEISS à 2 et 6 V	153
10.2	Exemples de spectres mal mis en histogramme	154
10.3	Diagrammes obtenus à partir des spectres à 2 et 6 V de cette thèse	155
10.4	Spectres tirés des données CDMS et NaI Saclay	156
10.5	Spectres tirés de la littérature	157
10.6	Bilan des courbes d'exclusion provenant de détecteurs à moins de 100 K	159
10.7	Récapitulatif des diagrammes d'exclusion	160
C.1	Modélisations du bolomètre	170

Liste des tableaux

2.1	Charges du modèle standard électrofaible	17
2.2	Spartenaires	20
3.1	Comparaison de divers laboratoires souterrains	33
5.1	Opérations requises pour l'ajustement en temps à deux paramètres	71
5.2	Opérations requises pour le filtrage optimal	77
5.3	Conditions typiques d'échantillonnage	80
6.1	Récapitulatif des conditions physiques des simulations	93
6.2	Conditions d'échantillonnage des simulations	93
6.3	Résultat du filtrage optimal sur les cinq simulations	95
6.4	Lignes de base et échantillonnage	98
7.1	Performances du détecteur	107
7.2	Contributions aux résolutions	112
9.1	Ajustements sur le rapport ionisation-chaleur η	136
9.2	Événements obtenus par la méthode de la zone neutron	138
10.1	Comparaison des données de quelques expériences de détection directe	157
B.1	Quelques élévations de température du germanium	168

Chapitre 1

La matière sombre

“... Our little universe grows comparatively much faster,
gaining in its dimensions about 1% every minute.”
“Will this expansion never stop?” asked Mr Tompkins.

George Gamow, Mr Tompkins in Paperback [69]

Paradoxalement, la matière sombre brille par son absence depuis plus d’un demi-siècle. Dans ce chapitre, je rappellerai d’abord comment la masse des objets extrapolée de leurs effets gravitationnels domine largement celle déduite de leurs rayonnements, avant de considérer quelques caractéristiques locales de la matière sombre.

1.1 La matière sombre dans l’Univers

1.1.1 Masse et géométrie de l’Univers

Les observations à grande échelle de l’Univers disponibles à ce jour, du rayonnement cosmologique à 3 K [20] (avec ses fluctuations relatives à l’époque du découplage de l’ordre de 0.001%) ou de la distribution des galaxies [107] (voir la figure 1.1), le révèlent homogène et isotrope. Un tel univers se représente par la métrique de Robertson-Walker [152]:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (1.1)$$

Il s’agit de la métrique non-statique à symétrie sphérique la plus générale. La constante k , après une renormalisation adéquate des coordonnées, peut être choisie égale à 1, -1 ou 0, suivant la géométrie de l’espace-temps. Un développement limité du paramètre d’échelle $a(t)$ au voisinage de l’instant présent t_0 s’écrit :

$$a(t) = a_0 \left(1 + H_0(t - t_0) - \frac{q_0}{2} H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots \right) \quad (1.2)$$

Ceci introduit deux paramètres cosmologiques, à savoir la constante de Hubble $H_0 = \frac{\dot{a}_0}{a_0}$ qui donne le taux d’expansion de l’univers, et la constante de décélération $q_0 = -\frac{\ddot{a}_0}{a_0 H_0^2}$.

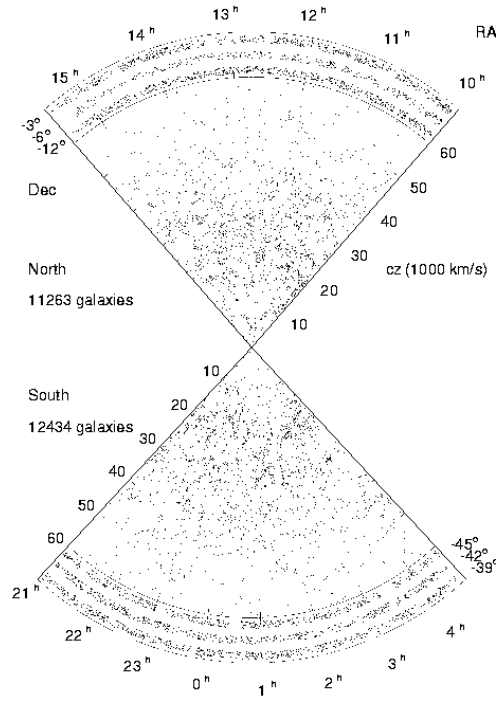


FIG. 1.1 – *Distribution à grande échelle des galaxies d'après [107].*

L'expansion de l'Univers fut découverte et la première mesure de H_0 effectuée par l'astronome éponyme Edwin HUBBLE en 1929 [88]. Aujourd'hui il est généralement admis que H_0 vaut entre 50 et 100 km/s/Mpc [141]. Avec la paramétrisation usuelle, $H_0 = 100 h_0$ km/s/Mpc.

L'évolution générale de $a(t)$ s'obtient à partir des équations d'Einstein reliant la géométrie de l'espace (tenseur de Ricci $R_{\nu\mu}$, courbure scalaire R et métrique $g_{\nu\mu}$) à la matière-énergie (tenseur énergie-impulsion $T_{\nu\mu}$). En notant Λ la constante cosmologique (qui correspond à la densité d'énergie du vide), et G la constante gravitationnelle, ces équations s'écrivent : $R_{\nu\mu} - Rg_{\nu\mu}/2 + \Lambda g_{\nu\mu} = -8\pi GT_{\nu\mu}$. Appliquées à l'univers représenté par un fluide parfait (pour lequel le tenseur $T_{\nu\mu}$, diagonal, a pour composantes la densité et les pressions), et en supposant la constante cosmologique Λ nulle, elles fournissent l'équation de Friedmann :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \quad (1.3)$$

La densité critique de l'univers se définit par $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$. Aux incertitudes sur H_0 près, elle vaut entre $\approx 0.5 \times 10^{-29}$ g.cm $^{-3}$ et $\approx 2.1 \times 10^{-29}$ g.cm $^{-3}$, ce qui correspond à une dizaine de protons par mètre cube. La formule 1.3, appliquée au moment actuel, fournit une relation entre la constante de Hubble, la constante k de la métrique, et le paramètre de densité de l'univers $\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c}$:

$$\frac{k}{a_0^2} = H_0^2 (\Omega_0 - 1) \quad (1.4)$$

La décomposition de la densité de l'univers en ses composantes relativiste $\rho^{rel} \propto 1/a^4$, et non relativiste $\rho^{nonrel} \propto 1/a^3$, permet de définir les paramètres de densité relativiste et normale, à

savoir $\Omega^{rel} = \rho^{rel}/\rho_c$ et $\Omega^{nonrel} = \rho^{nonrel}/\rho_c$. Ces derniers s'écrivent en fonction de leurs valeurs actuelles : $\Omega^{rel} = \Omega_0^{rel}(a_0/a)^4$ et $\Omega^{nonrel} = \Omega_0^{nonrel}(a_0/a)^3$. En définissant alors la variable réduite $\hat{a} = a/a_0$, ceci permet de réexprimer l'équation de Friedmann 1.3 :

$$\dot{\hat{a}} = H_0 \sqrt{\Omega_0^{rel} \hat{a}^{-2} + \Omega_0^{nonrel} \hat{a}^{-1} + (1 - \Omega_0)} \quad (1.5)$$

Le premier terme dans la racine correspond à un univers dominé par le rayonnement (photons et neutrinos), et aurait caractérisé les débuts de l'univers. A cette époque, l'univers aurait crû selon $a \propto \sqrt{t}$. Puis le second terme, qui comprend la contribution de particules non relativistes (baryons, électrons, WIMPs éventuels ...), serait devenu prépondérant. Il représente un univers dominé par la matière, et en expansion comme $a \propto t^{2/3}$. Le troisième terme correspond à un univers régi par la courbure et sera le terme dominant si tant est que le paramètre de densité de l'univers soit plus petit que un (i.e. $k = -1$). Dans ce cas sous-critique, l'univers poursuivra sa croissance *in aeternum* au rythme de $a \propto t$. Autrement, si $\Omega_0 = 1$ (i.e. $k = 0$), l'univers critique demeure dans sa phase dominée par la matière avec sa croissance $a \propto t^{2/3}$. Enfin, dans le cas d'un univers sur-critique $\Omega_0 > 1$ (i.e. $k = 1$), l'univers croît jusqu'à un paramètre d'échelle maximal qui s'obtient en stipulant que la quantité sous la racine de l'équation 1.5 reste positive.

Il apparaît donc qu'à travers le paramètre Ω_0 , la masse détermine la géométrie et l'évolution de l'univers. Si l'univers est critique ou sous-critique ($\Omega_0 \leq 1$ i.e. $\rho_0 \leq \rho_c$), sa masse est insuffisante pour retenir son expansion. En revanche, un univers sur-critique possède suffisamment de masse pour se recontracter à terme. La détermination des masses et des densités de l'univers représente donc un enjeu physique important, mais pose des problèmes que la suite de ce chapitre rappellera.

1.1.2 Une masse peu lumineuse

1.1.2.1 Courbes de rotation

L'astronome Fritz ZWICKY semble être le premier à avoir soulevé le problème de la matière sombre, et ce, en 1933 [196]. Il constata alors que les vitesses des galaxies appartenant à l'amas Coma semblaient violer le théorème du viriel étant donnée la masse observable dans le spectre optique. Le théorème du viriel [101, §10], stipule que pour un système dont l'énergie potentielle U est une fonction homogène de degré n , et dont les coordonnées r_i et p_i restent bornées, la valeur moyenne de l'énergie cinétique T suit : $2 \langle T \rangle = n \langle U \rangle$. Ceci s'applique immédiatement à un système gravitationnellement lié ($n = -1$ et $E = U + T < 0$) : $\langle T \rangle = -\langle E \rangle$. De plus, dans le cas d'une répartition de masse à symétrie sphérique, le théorème de Gauss implique que le champ à l'extérieur équivaut à celui d'une même masse totale $M(r)$ mais ponctuelle. Un objet à un rayon r du centre se meut donc avec la vitesse

$$v = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1.6)$$

A partir d'un rayon où la masse cesse d'augmenter, la vitesse doit décroître comme l'inverse de la racine carrée du rayon.

Les exemples les plus connus où ce théorème semble mis en défaut proviennent de courbes de rotation de galaxies spirales. Pour une galaxie donnée, il s'agit de la courbe reliant le rayon à la vitesse des objets. Les astronomes observent le nuage de gaz de la galaxie, et

mesurent son champ de vitesse grâce au décalage Doppler de la raie à 21 cm de l'hydrogène atomique [11, 137, p45-50]. Comme le montrent les courbes de lumière décroissant en général exponentiellement à partir du centre galactique, si la masse suit la lumière, l'essentiel de la masse observée provient du centre de la galaxie. Ainsi au-delà d'un rayon donné dit de cœur, les vitesses devraient décroître comme l'inverse de la racine carrée du rayon. Bien souvent, dans le cas de galaxies spirales, il n'en est rien, les courbes de rotation restant plates, comme celle de la figure 1.2. Pour expliquer l'aspect plat des courbes de rotation, il convient d'envisager

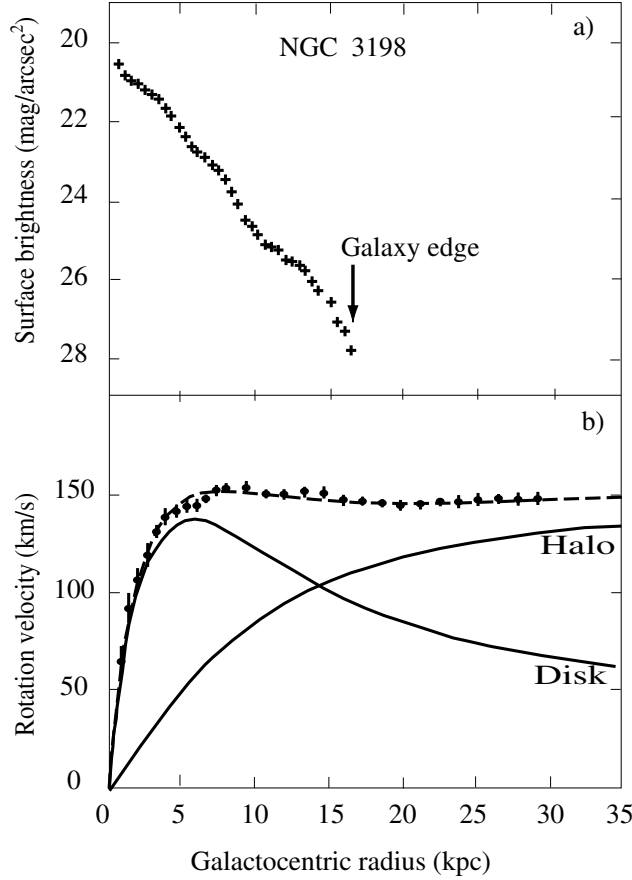


FIG. 1.2 – Courbes de lumière et de rotation de la galaxie spirale NGC 3198. La courbe de lumière décroît exponentiellement (la magnitude, représentée, varie comme l'opposé du logarithme de la luminosité), montrant que l'essentiel de la masse lumineuse est contenu dans les premiers quinze kpc. Au delà, la courbe de rotation tend vers une asymptote horizontale plutôt que de décroître comme l'inverse de la racine carrée du rayon. Ceci implique la présence d'une masse non lumineuse. D'après [157, 133].

une distribution de masse supplémentaire à celle observée. Dans l'hypothèse la plus simple, il s'agit d'un halo à symétrie sphérique dont la contribution croît avec le rayon [11], et constitué de matière difficile à détecter, donc dite sombre. A des rayons de l'ordre de la taille de la galaxie, la masse du halo vaut au moins la masse visible; ainsi la masse totale de la galaxie représente typiquement plus du double de celle observée. Le paramètre de densité de l'univers se déduit alors de la luminosité volumique de l'univers, en supposant que le rapport masse sur lumière des galaxies s'applique aux plus grandes échelles:

$$2\Omega_{\text{observe}} < \Omega_{\text{galaxie}} \approx 0.05 \pm 0.03 \quad (1.7)$$

La section 1.2.3 détaillera un exemple de distribution de matière sombre, celle de notre galaxie.

1.1.2.2 Emission X des amas de galaxies

Bien que les connaissances en matière d'amas de galaxies aient évolué depuis 1933 et les premières observations optiques de ZWICKY, les amas persévèrent à masquer une grande partie de leur masse. Les amas de galaxies représentent les plus grandes structures gravitationnellement liées connues¹ [158]. Sur des distances de l'ordre de quelques mégaparsecs, ils comprennent généralement des centaines de galaxies, et un gaz chaud.² Il existe divers critères de classement des amas, formulés par ABELL [2] et ZWICKY [195] entre autres, pour les catégoriser en fonction de la dispersion des vitesses des galaxies les composant.

Les galaxies émettent principalement dans les longueurs d'onde visibles; les observations optiques permettent de dénombrer les galaxies présentes dans un amas et de déduire leur contribution à la masse. Ces observations fournissent de plus une première estimation de la masse totale de l'amas par le biais du théorème du viriel, comme l'ont fait initialement ZWICKY pour Coma [196] puis Sinclair SMITH pour Virgo [169]. Dans ces deux cas, ces premières estimations fournirent des masses visibles ne représentant respectivement qu'un 400^{ème} et un 200^{ème} de la masse gravitationnelle — ordres de grandeurs toujours d'actualité.

Une seconde estimation de la masse totale provient du gaz de l'amas. Il s'agit d'un plasma chaud (température caractéristique de l'ordre de 10^8 K) et dilué, formé essentiellement d'hydrogène avec un peu d'hélium et des traces d'éléments lourds, dont le fer en particulier. Ce plasma se trouve complètement ionisé (densité électronique voisine de 10^{-3} cm^{-3}), et les électrons émettent un spectre continu par bremsstrahlung dans les longueurs d'onde X, alors que l'excitation d'ions lourds, comme le Fe^{24+} et le Fe^{25+} , fournit des raies voisines de 7 keV. L'émission par bremsstrahlung est proportionnelle au carré de la densité électronique. Ainsi, l'observation X d'un amas (figure 1.3), au moyen d'un satellite, fournit la distribution de la densité électronique du plasma. A partir de celle-ci se déduisent la distribution du gaz, puis, à leur tour, la masse totale du gaz, et la masse totale de l'amas nécessaire pour maintenir le gaz par la gravitation en équilibre hydrostatique à sa température. La masse de gaz s'avère environ dix fois celle des galaxies, mais seulement un dixième de la masse totale, elle même de l'ordre de 10^{15} masses solaires (voir [52] pour l'étude d'un amas typique). La luminosité de l'univers étant relativement bien connue, le paramètre de densité s'obtient en supposant que le rapport masse sur luminosité des amas s'applique à l'univers entier, d'où :

$$100\Omega_{\text{optique}} \approx 10\Omega_X \approx \Omega_{\text{amas}} \approx 0.3 \pm 0.1 \quad (1.8)$$

Ainsi, dans les amas de galaxies, moins de 10% de la masse totale est observée.

1. Les superamas ne seraient pas forcément liés.

2. En fait, une troisième composante, de simples étoiles, est prédite depuis longtemps. Trois hypothèses existent quant à leur origine. Les étoiles seraient soit créées dans le milieu intergalactique, soit arrachées à des galaxies de l'amas par le potentiel de gravitation de celui-ci, soit encore arrachées à des galaxies quand les trajectoires de deux galaxies se rapprocheraient trop (*galaxy harassment*) [124]. Or de telles étoiles viennent d'être observées directement dans l'amas Virgo grâce au Hubble Space Telescope [63], et il semble que la masse d'étoiles dispersées dans l'amas ne représente que le dixième de la masse des galaxies, soit un millièème de la masse totale de l'amas.

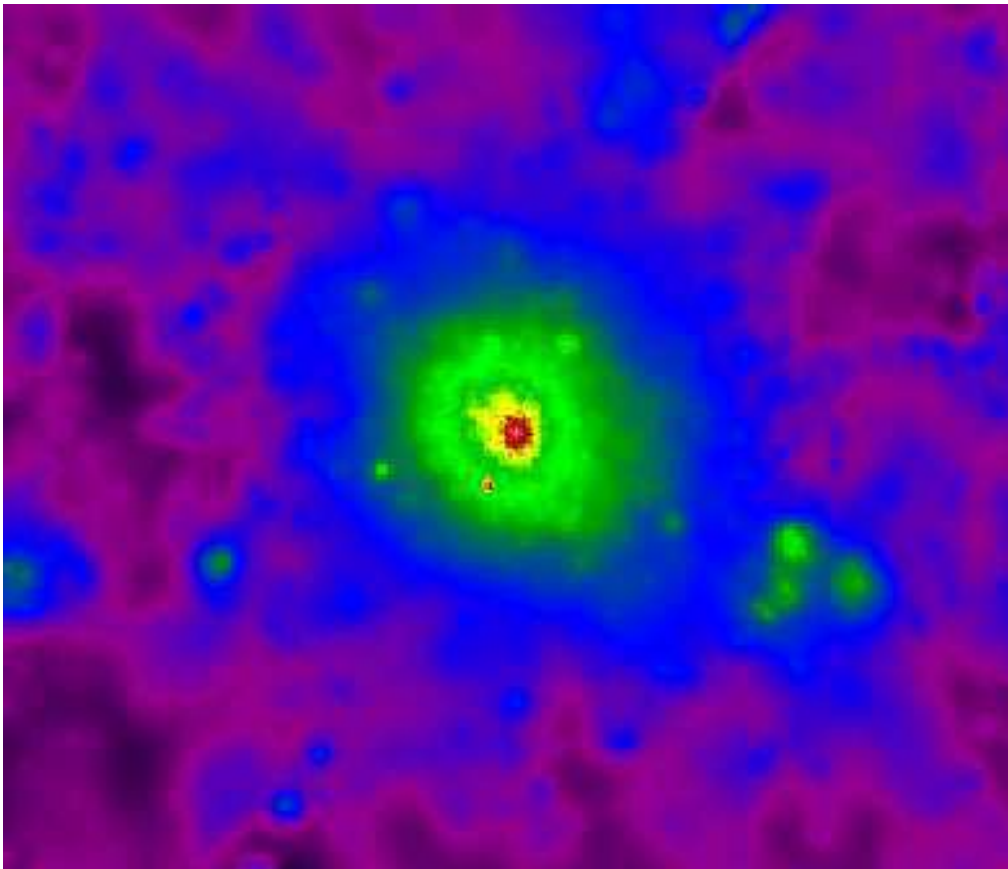


FIG. 1.3 – *Emission en X de l'amas de galaxies A2063. Proportionnelle au carré de la densité électronique, elle fournit la distribution du gaz et permet d'en déduire la masse totale qui le retient. Une sous-structure apparaît en bas vers la droite (d'après [52]).*

1.1.2.3 D'autres signes

D'autres observations viennent étayer la situation décrite ci-dessus. L'effet Sunyaev-Zel'dovich consiste en l'interaction Compton des photons du rayonnement cosmique à 3 K avec les électrons du plasma des amas de galaxies, et se traduit par une déformation du spectre du corps noir. Il corrobore les résultats des études X de ces derniers [29]. Il en va de même pour les effets de lentille gravitationnelle que les amas font subir aux sources au-delà d'eux, généralement des quasars [187]. Ces deux méthodes fournissent des estimations indépendantes et compatibles de la masse totale des amas.

Passant à une échelle encore plus grande, les données IRAS et l'étude des champs de vitesses propres des galaxies par POTENT fournissent une valeur du paramètre de densité plus grande que 0.3, compatible avec 1 [50, 144].

Enfin quelques arguments théoriques incitent à croire que $\Omega_0 = 1$. D'abord, l'équation 1.3, réécrite $k = \dot{a}^2 (\Omega - 1)$, implique pour une époque antérieure de l'univers, quand $a \propto \sqrt{t}$, que $\Omega - 1 \propto kt$. De même, dans le cas de l'univers dominé par la matière, nous trouvons $\Omega - 1 \propto kt^{2/3}$. Ainsi, si k est non nul, le paramètre de densité divergera de l'unité avec le temps, i.e. $\Omega = 1$ est un point fixe répulsif. La valeur actuelle du paramètre de densité de l'univers, de l'ordre de un, serait donc difficile à justifier si elle n'est pas identiquement égale à l'unité [28, §10.3.6]. D'autre part, certaines théories de l'inflation, qui résolvent le problème

de la causalité du rayonnement de fond à 3 K, et fournissent les conditions initiales propices à la formation des structures, impliquent une valeur de $\Omega = 1$ [99].

Tout ceci tend à démontrer que Ω_0 vaut entre 0.2 et 1, mais que seule une faible fraction en est observée directement. En d'autres termes, le problème de la matière sombre consiste en le fait que nous constatons les effets gravitationnels de beaucoup plus de masse que nous observons autrement.

1.1.3 Nucléosynthèse primordiale

À diverses échelles, la masse observée ne suffit pas à expliquer les effets gravitationnels, et il paraît logique de postuler une masse furtive. Pour comprendre de quoi elle pourrait être composée, il convient de se tourner vers la nucléosynthèse [99, §4]. Ce processus cosmologique concerne la formation des éléments légers après le Big Bang³.

Le rayonnement domine l'énergie de l'univers âgé de moins d'une seconde. La densité de l'univers fait que même les particules interagissant faiblement sont à l'équilibre thermique. Protons et neutrons s'équilibrent par des réactions électrofaibles dont le taux majore la dilution due à l'expansion. Vers une seconde d'âge ($T \approx 10^{10}$ K), l'expansion prend le dessus sur les processus électrofaibles, figeant le rapport du nombre de neutrons sur celui de protons. Ensuite, la création d'éléments légers débute, les nucléons fournissant photons et deutérium, ce dernier à son tour contribuant aux éléments allant jusqu'à un nombre atomique de 4 (il n'y a pas d'élément stable de nombre atomique 5). Des modélisations numériques tenant compte des sections efficaces fournissent des prédictions sur l'abondance de deutérium, de ^4He et de ^7Li en fonction de η , rapport du nombre de baryons sur le nombre de photons (figure 1.4). Les observations coïncident avec ces modèles pour des valeurs de η voisines de $3 \cdot 10^{-10}$. Or la connaissance de Ω_γ , grâce au rayonnement archéologique, implique que η est relié à la fraction baryonique par $\eta \approx 2.56 \Omega_{\text{baryons}} h^2 10^{-8}$. Ceci fournit donc $0.01 < \Omega_{\text{baryons}} < 0.1$ [160]. Bien que compatible avec les estimations de Ω_{galaxie} à la rigueur, ceci reste faible devant les autres déterminations de Ω . La matière baryonique ne peut donc pas à elle seule expliquer le défaut de masse; une portion de matière sombre non-baryonique est requise.

1.1.4 Matière sombre non-baryonique

Nous pouvons donc considérer deux espèces de matière sombre, selon qu'elle soit baryonique ou non. La matière sombre baryonique s'envisage généralement sous forme de petites étoiles trop légères pour brûler leur hydrogène [149, 133, 16]. En revanche, la matière sombre non-baryonique se compose de particules plus surprenantes. Deux classes de matière sombre non-baryonique existent, selon que les particules ont été ou non à l'équilibre thermique.

Les axions représentent les reliques non-thermiques les plus plausibles. Proposé par R. PECCEI et H. QUINN [135, 134] pour résoudre le problème de violation forte de CP [95, §16.6], l'axion suppose une symétrie globale supplémentaire PQ. Celle-ci se romprait spontanément lors du refroidissement de l'univers, fournissant l'axion, pseudo-boson de Goldstone associé à cette brisure [99, §10]. Les axions interagiraient si peu qu'ils ne se seraient jamais trouvés à l'équilibre thermique. Du point de vue astrophysique, du fait de leur faible couplage avec la

3. Les éléments plus lourds seraient créés dans les étoiles, où la densité d'hydrogène est suffisamment grande pour permettre des réactions à trois corps.

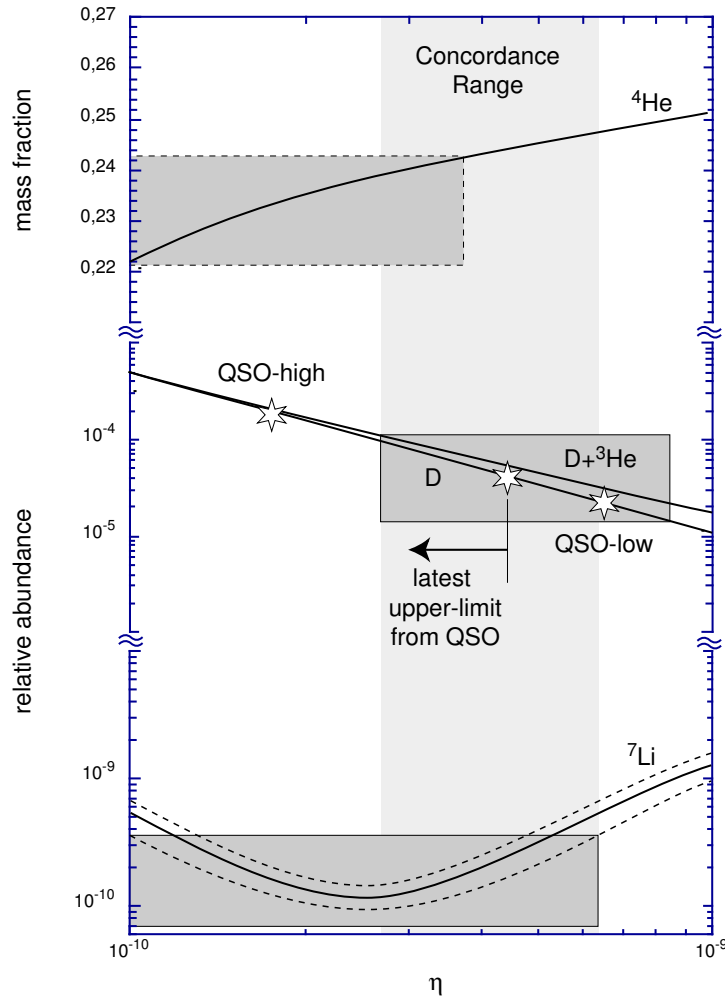


FIG. 1.4 – Courbes modélisant l’abondance de certains éléments légers en fonction du rapport η du nombre de baryons sur le nombre de photons. Les rectangles correspondent aux abondances observées. Elles concordent avec les prédictions pour $\eta \approx 3.10^{-10}$ [133].

matière, les axions auraient un comportement analogue à celui de la matière sombre froide décrite ci-dessous [145]. Des contraintes astrophysiques et expérimentales bornent la masse des axions à la région entre les μeV et les meV [148].

Quant aux reliques thermiques, elles se subdivisent encore en deux catégories, en fonction de la température à laquelle elles se découplent du rayonnement.

1.1.4.1 Matière sombre chaude

Il s’agit de particules relativistes avant le découplage, d’où leur nom de *hot dark matter*, ou HDM. Ces particules sont de masse faible, de l’ordre de quelques eV . Les neutrinos, si leur masse est non-nulle mais petite, conviennent bien (voir la section 2.2). Néanmoins, la matière sombre chaude ne peut rendre compte à elle seule de la formation des structures. En effet, ces particules rapides, et se couplant faiblement avec la matière, commencent par former des structures à grande échelle avant de s’affairer à celles plus petites, comme les galaxies. Elles

ne semblent donc pas pouvoir expliquer la présence de ces dernières dès les époques anciennes (des décalages spectraux voisins de $z \approx 3$) où elles apparaissent pourtant [11, 24].

D'autre part, s'il s'agit bien de neutrinos, ils ne peuvent convenir, seuls, s'ils sont trop légers. En effet, dans le cas des halos sombres de galaxies, le principe d'exclusion de Pauli limite le nombre de neutrinos qui peuvent peupler l'espace des phases [180, 111].

1.1.4.2 Matière sombre froide

Les particules non-relativistes avant le découplage la composent, ce qui explique encore une fois leur appellation de *cold dark matter*, ou CDM. Plus lourdes que leurs cousines chaudes, leur masse se situe entre le GeV et les TeV. Les monopôles massifs, et les WIMPs (*Weakly Interacting Massive Particles*, ou particules massives interagissant faiblement), qui font l'objet de ce travail et seront détaillés dans le chapitre 2, en sont deux exemples. À l'inverse de la matière sombre chaude qui se couple moins, la froide commence par créer les petites structures avant que celles-ci ne se regroupent pour former les grandes. La plupart des observations astrophysiques favorisent ce scénario. La figure 1.3, par exemple, montre l'amas de galaxies A2063 et son voisinage dans lequel nous pouvons voir une sous-structure. Elle correspond à un petit groupe de galaxies en train d'être accrété par l'amas principal. L'étude du champ de vitesses des galaxies confirme ce regroupement de structures pour en former de plus grandes.

Pourtant, une matière sombre exclusivement froide fournirait un univers trop homogène (spectre de puissance trop plat) par rapport à celui observé. Les scénarios actuels de formation de structures font donc appel à une matière sombre mixte, composée principalement de CDM avec environ un cinquième de HDM [24, 144].

1.1.5 Quelques autres tentatives d'explication

Le cadre présenté ci-dessus est généralement accepté. Néanmoins, certains travaux remettent en question non seulement la nature de la matière noire, mais l'existence même du problème. Si chacune des alternatives suivantes s'attaque avec plus ou moins de succès à certaines des composantes du problème de la matière sombre, aucune ne propose de solution répondant à l'ensemble des questions. En outre, étant donnés les résultats de la nucléosynthèse, toutes laissent de la place à la matière non-baryonique.

1.1.5.1 Gravitation non-newtonienne

Pour certains, le problème de la matière sombre n'existe pas. Le raisonnement sur les courbes de rotation galactiques de la section 1.1.2.1 suppose implicitement la gravitation newtonienne. Or ce dernier paradigme est lui-même remis en question par des chercheurs comme M. MILGROM qui proposent des théories alternatives de gravitation [120]. Par exemple, des travaux récents de P. MANNHEIM [113] sembleraient mettre en évidence le fait que la différence entre les courbes de rotation observées et celles prédites par la mécanique newtonienne serait non seulement omniprésente, mais posséderait un caractère universel, les courbes de rotation n'étant même pas plates, mais croissantes. L'auteur attribue cette universalité à la manifestation de gravitation non-newtonienne, incluant les effets de l'expansion de l'univers. Sur les quelques échantillons de galaxies présentés, ses résultats paraissent équivalents à ceux de la matière sombre, ce dernier modèle étant non-universel dans le sens où les

paramètres du halo doivent être ajustés pour chaque galaxie. Enfin, si la théorie de MANNHEIM devait s'avérer exacte, elle fournirait directement une mesure de la courbure de l'univers.

Ce modèle intrigant mérite d'être appliqué à un plus grand nombre de courbes de rotation galactiques pour le mettre à l'épreuve. D'autre part, tel quel, il n'explique ni les autres mises en évidence de la matière sombre (amas de galaxies ...), ni la grande différence entre la quantité de matière observée, et celle baryonique prédite par la nucléosynthèse.

1.1.5.2 Gaz fractal galactique

D'autres travaux contestent la nature de la matière sombre, toujours au niveau galactique. HUBBLE a classé les galaxies spirales selon la morphologie de leurs bras, de S_a à S_d , par écartement des bras croissant [137, p45]. Il est plausible que ce classement morphologique corresponde en fait à l'évolution des galaxies, de S_d vers S_a , la création d'étoiles absorbant de l'énergie et accélérant la rotation, rabattant ainsi les bras spiraux. Or les observations tendent à montrer que le rapport de la masse sombre sur la masse des étoiles décroît de S_d à S_a . Il paraît alors naturel d'en déduire que la matière sombre s'est transformée en étoiles au cours du temps; *ergo* la matière sombre serait une forme de gaz, ce qui exclut qu'elle soit constituée de particules non-baryoniques, de MACHOs, ou de trous noirs.

Pour F. COMBES, D. PFENNIGER et leurs collaborateurs, il pourrait donc s'agir d'un gaz froid, moléculaire (dihydrogène), en grumeaux de nature fractale, auto-gravitants [140, 139]. La faible température du gaz, de l'ordre de 3 K, expliquerait l'absence d'émission. Les grumeaux ne peuvent être mis en évidence par l'effet de microlentille gravitationnelle sur des sources lumineuses dans le Grand Nuage de Magellan (GNM) car leur taille typique est plus grande que le rayon d'Einstein pour ces sources. Ils pourraient cependant être trahis en obscurcissant temporairement ces sources s'ils s'avéraient contenir du H_2 solide. Une probabilité de 10^{-6} d'obscurcissement pour les objets du GNM est même prédite [139].

Cependant, ce gaz baryonique, prometteur au niveau des galaxies, ne fournit pas encore d'explication pour les autres manifestations de la masse sombre. D'autre part, il ne s'accorde que difficilement avec les résultats de la nucléosynthèse impliquant l'existence de matière non-baryonique.

1.1.5.3 Phase supplémentaire dans les amas

Des observations récentes par le satellite EUVE (Extreme Ultra-Violet Explorer) des amas de galaxies Coma et Virgo suggèrent l'existence d'au moins une phase de gaz supplémentaire [106, 32] par rapport au modèle décrit dans la section 1.1.2.2. De même composition que le plasma émettant en X, mais plus froides (10^6 K contre 10^8 K), ces phases généreraient de l'ultra-violet. Néanmoins, ces observations dépendent fortement de la composition du milieu interstellaire de notre galaxie, et demandent à être confirmées. D'autre part, comme les autres hypothèses présentées dans cette section, ce résultat semble difficilement compatible avec la nucléosynthèse.

1.2 La matière sombre dans la Voie Lactée

Nous avons vu que de la matière sombre froide devrait peupler l'univers à diverses échelles. Nous allons maintenant nous intéresser à la présence de ces particules dans la Voie Lactée, et

plus précisément à leur distribution à l'endroit où nous envisageons de les détecter, au niveau du système solaire.

1.2.1 Présence locale de matière sombre

Le premier élément de réponse, canonique, provient de la courbe de rotation de la Voie Lactée, galaxie de type spirale barrée. La position de la Terre à l'intérieur même du plan galactique complique la détermination des positions et vitesses des objets galactiques. Ceci explique les larges barres d'erreurs entachant la courbe (figure 1.5). Néanmoins, rien n'indique que la courbe de la Voie Lactée soit atypique, ce qui implique la présence de matière sombre dans la Voie Lactée. Les revues des estimations de la masse de la Voie Lactée fournissent en général $m_{\text{sombre}}/m_{\text{lumineuse}} \approx 10$ pour l'ensemble de la galaxie [11].

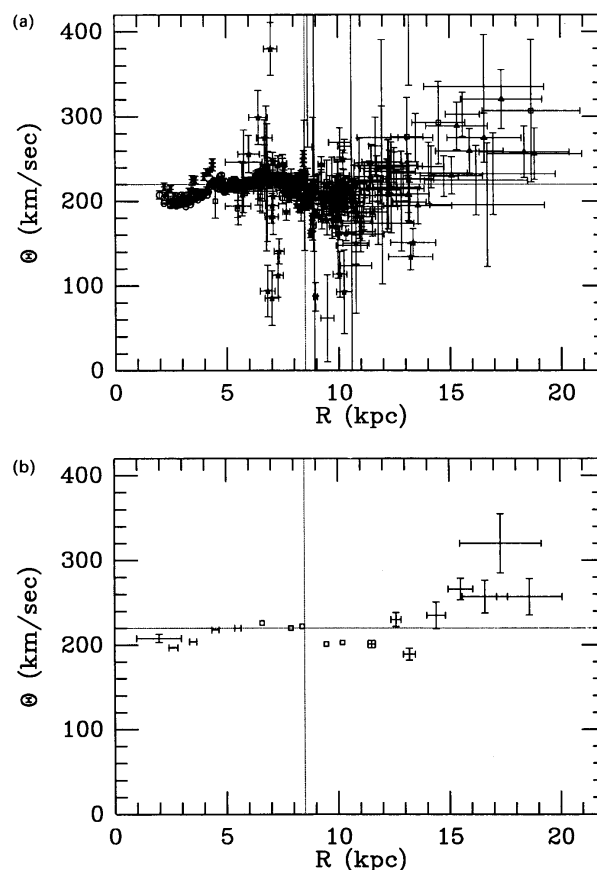


FIG. 1.5 – Courbe de rotation galactique de la Voie Lactée. En haut, l'ensemble des observations, en bas, leur moyenne. Les incertitudes, plutôt larges, font que cette méthode de détermination de la distribution locale de matière sombre semble moins fiable que celle, plus récente, employant les données d'Hipparcos (voir texte). D'après [64].

Des résultats plus précis viennent d'être obtenus grâce au satellite Hipparcos. Pour la première fois, les magnitudes et les vitesses d'étoiles dans un voisinage de 100 parsecs du soleil ont pu être mesurées. M. CRÉZÉ et ses collaborateurs [43] s'en servent pour fournir une estimation robuste du potentiel gravitationnel local, qui s'avère correspondre à une densité massique dynamique de l'ordre de $0.076 \pm 0.015 M_{\odot} \cdot \text{pc}^{-3}$, soit environ $3.5 \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-3}$. L'in-

certitude dominante provient alors de la densité de masse locale observée directement, correspondant aux étoiles de la séquence principale, aux restes d'étoiles, et au gaz. CRÉZÉ et ses collaborateurs en déduisent pour un halo de matière sombre de forme sphérique une densité locale $0.008 M_{\odot} \cdot \text{pc}^{-3}$, soit à peu près $0.35 \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-3}$.

1.2.2 Recherche de matière sombre baryonique

Plusieurs expériences recherchent de la matière sombre baryonique dans la Voie Lactée, telles MACHO, EROS, OGLE ou encore AGAPE. Le plus souvent il s'agit de détecter, par l'effet de microlentille gravitationnelle, des corps massifs mais trop peu lumineux pour être visibles autrement. Or les résultats de ces expériences indiquent que la matière sombre baryonique ne représente qu'environ 20% de la masse sombre [7, 133], d'où la présomption quant à la présence de WIMPs localement.

1.2.3 Modèle standard de halo

1.2.3.1 Densité locale de matière sombre

Depuis les mesures récentes du satellite astrométrique Hipparcos évoquées précédemment (§1.2.1), il semble maintenant acquis qu'il n'y a pas de matière sombre propre au disque de la Voie Lactée, mais qu'elle se trouverait dans le halo [43]. Le modèle standard de halo galactique suppose ce dernier isotherme, et à symétrie sphérique. Le théorème du viriel, sous la forme de l'équation 1.6, entraîne que pour garantir la platitude de la courbe de rotation au delà d'un rayon donné, la masse doit dès lors varier comme le rayon. Comme d'après la symétrie du problème, $M(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$, la densité massique $\rho(r)$ doit varier comme l'inverse du carré du rayon. La forme suivante s'avère commode :

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1}{1 + (r/r_0)^2} \quad (1.9)$$

où la longueur caractéristique du bulbe galactique, r_0 , vaut de l'ordre de 5 kpc. La masse comprise dans un rayon r s'exprime analytiquement :

$$M(r) = 4\pi \rho_0 r_0^2 \int_0^r \frac{1 + (r'/r_0)^2 - 1}{1 + (r'/r_0)^2} dr' = 4\pi \rho_0 r_0^3 \left(\frac{r}{r_0} - \arctan \frac{r}{r_0} \right) \quad (1.10)$$

Connaissant la vitesse radiale du Soleil (220 km/s) et sa distance au centre de la galaxie (8.5 kpc) [137], la densité de masse caractéristique ρ_0 se déduit du théorème du viriel 1.6:

$$\rho_0 = \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{v(r)}{r_0} \right)^2 \frac{r/r_0}{r/r_0 - \arctan r/r_0} \approx 2 \cdot 10^{-24} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \approx 1 \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{c}^{-2} \quad (1.11)$$

d'où une valeur très approximative pour la densité locale de masse sombre ρ_{\odot} au niveau du Soleil (et donc de la Terre), $\rho_{\odot} \approx \rho_0/2 \approx 10^{-24} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \approx 0.5 \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{c}^{-2}$. Ces valeurs sont comparables avec la mesure plus sophistiquée d'Hipparcos. Elles dépassent la densité critique de l'univers (§1.1.1) de cinq ordres de grandeur; ρ_0 correspond grossièrement à un proton par centimètre cube.

1.2.3.2 Distribution des vitesses des WIMPs

Les WIMPs suivent une distribution de vitesses maxwellienne⁴ dans le référentiel galactique donnée par l'expression [168]:

$$\frac{dn}{dv} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{n_0}{v_0} \frac{v^2}{v_0^2} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} \quad (1.12)$$

Il faut éventuellement tenir compte d'une coupure sur les vitesses due à l'évaporation : $v < v_{liaison galactique} \approx 400$ km/s, mais son effet est faible. La densité numérique totale (dans le sens qu'elle englobe les WIMPs de toutes vitesses), et locale (dans le sens que c'est la densité au niveau de la Terre, i.e. c'est n_{\odot}) des WIMPs est n_0 . Elle peut être supposée à peu près constante sur toute la trajectoire de la Terre. La vitesse la plus probable est $v_0 \approx 250$ km/s [94], l'énergie cinétique qui lui est associée sera notée $E_0 = mv_0^2/2$. La

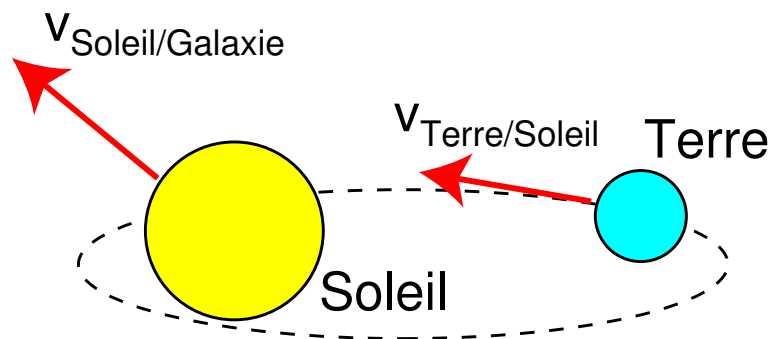


FIG. 1.6 – *Mouvement de la Terre par rapport à la galaxie. Les vitesses de la Terre par rapport au Soleil et de ce dernier par rapport à la galaxie n'étant pas orthogonales, l'amplitude de la vitesse terrestre par rapport à la galaxie subit une modulation annuelle.*

distribution des vitesses des WIMPs dans le référentiel du laboratoire s'obtient en convoluant la distribution ci-dessus par le mouvement de la Terre dans le référentiel galactique. Or la Terre effectue une révolution sur elle-même en un jour (à une vitesse dépendant de la longitude, mais inférieure à 1 km/s), et tourne autour du Soleil en un an (à une vitesse voisine de 30 km/s). Le Soleil lui même se déplace dans la Voie Lactée (voir figure 1.6), avec une vitesse de l'ordre de 220 km/s. Ces mouvements n'étant pas perpendiculaires les uns aux autres (les deux vitesses principales formant un angle de 60°), la vitesse de la Terre par rapport au centre de masse du halo subit deux modulations, l'une diurne, l'autre annuelle. Si la première est négligeable vu la sensibilité des expériences actuelles, la seconde, de l'ordre de 10% entre l'hiver (205 km/s) et l'été (235 km/s), sera par contre une signature forte d'un éventuel signal, comme nous le verrons dans la section 3.2.1.5.

4. La distribution n'est pas isotherme car la dynamique galactique implique que plusieurs espèces de WIMPs de masses différentes auraient la même vitesse moyenne [99, §9.5.2].

Chapitre 2

SUSY et les WIMPs

Captain Louis Renault : "Round up the usual suspects."

Michael Curtiz, Casablanca [45]

L'énigme astrophysique de la matière sombre pourrait être résolue par des particules massives et interagissant peu. Le cadre usuel de la physique des particules ne proposant pas immédiatement de particules adéquates, il faudra faire appel à ses extensions pour trouver des candidats plausibles.

2.1 Modèle standard et matière sombre

2.1.1 Le secteur électrofaible

Le modèle standard électrofaible [38, 95] est bâti sur la symétrie de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$, chaque groupe assurant la conservation de ses générateurs, respectivement la charge faible T et l'hypercharge Y . Cette symétrie est rompue spontanément par le mécanisme de Higgs qui fournit la masse aux particules adéquates. Après la brisure, la symétrie respectée est $U(1)_{emagn}$; elle conserve la charge électrique Q .

2.1.1.1 Le lagrangien

Le lagrangien du modèle standard électrofaible s'écrit :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4 \quad (2.1)$$

où :

$$\mathcal{L}_1 = -1/4 F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_2 = \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi \quad (2.3)$$

$$\mathcal{L}_3 = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_4 = \bar{l}_{Li} \Lambda_e^{ij} \Phi e_{Rj} + \bar{q}_{Li} \Lambda_u^{ij} \Phi u_{Rj} + \bar{q}_{Li} \Lambda_d^{ij} \Phi d_{Rj} + h.c. \quad (2.5)$$

Les groupes $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ possèdent quatre champs de jauge, correspondant à leurs générateurs respectifs, A_μ^i et B_μ . A partir d'eux se construisent les tenseurs de champs covariants $F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\epsilon^{ijk}A_\mu^j A_\nu^k$ et $G_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$, ainsi que les dérivées covariantes $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^i\tau_i/2 - ig'B_\mu/2$, invariantes sous les transformations de jauge. Les grandeurs g et g' représentent les constantes de couplage des groupes respectifs. L'ensemble fournit les deux premiers termes du lagrangien 2.1, dits de Yang-Mills [186], invariants sous les transformations des deux groupes. Les fermions apparaissent pour l'instant comme les champs ψ subissant les effets des dérivées covariantes. Néanmoins, dans ces premiers termes, rien n'explique les masses fermioniques. Pour cela, il faut introduire un champ supplémentaire, celui de Higgs Φ [86] apparaissant dans les termes 2.4 (couplage aux champs de jauge) et 2.5 (couplage aux fermions).

2.1.1.2 Le boson de Higgs

Il s'agit d'un doublet scalaire complexe $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ d'hypercharge $Y = 1$. Placé dans un potentiel *ad hoc* $V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$ tel que $\mu^2, \lambda > 0$, son état fondamental est, par construction, non nul, et par symétrie de rotation peut être choisi comme $\langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ où $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$. Cette valeur fondamentale non-nulle cause tout d'abord la brisure de la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le tableau 2.1 permet de vérifier, par exemple, que le premier terme du lagrangien 2.5, $\lambda_e \bar{l}_L \Phi e_R$, conserve T et Y : $T(\bar{l}_L) + T(\Phi) + T(e_R) = -1/2 + 1/2 + 0 = 0$ et $Y(\bar{l}_L) + Y(\Phi) + Y(e_R) = -(-1) + 1 - 2 = 0$. Au contraire, après rupture, le terme, devenu $\lambda_e v/\sqrt{2} \bar{e}_L e_R$ ne conserve que Q : $Q(\bar{e}_L) + Q(e_R) = -(-1) + (-1) = 0$. La brisure provoque donc l'apparition des masses des fermions (terme 2.5); d'autre part, les trois bosons de Goldstone créés par la rupture servent à redéfinir les bosons de jauge, dont certains deviennent massifs (terme 2.4).

2.1.1.3 Les bosons de jauge

Les quatre champs de jauge A_μ^i et B_μ ne possèdent pas de masse. Ils se couplent au champ de Higgs par l'intermédiaire des dérivées covariantes du terme 2.4. Or lors de la rupture de symétrie, quand le champ de Higgs Φ prend sa valeur fondamentale $v/\sqrt{2}$, deux nouveaux champs apparaissent. Le premier, complexe, $\frac{A_\mu^1 \pm iA_\mu^2}{\sqrt{2}}$, possède une masse de $gv/2$, et correspond aux bosons de jauge chargés W^+ et W^- . Le second, réel, $\frac{gA_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$, de masse $\sqrt{g^2 + g'^2}v/2$, correspond au boson de jauge neutre Z^0 . Enfin, pour passer des quatre champs de jauge aux trois bosons ci-dessus, il convient d'introduire un quatrième boson de jauge $\frac{gA_\mu^3 + g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$. Ce dernier n'apparaissant pas explicitement dans le terme 2.4 après rupture, sa masse est nulle : il s'agit du photon γ .

2.1.1.4 Les fermions

Ils suivent trois familles dont tous les membres ont été mis en évidence expérimentalement, hormis le neutrino tau. Dans chaque famille, les leptons sont répartis en singulet droit de $SU(2)_L$, e_R , et doublet gauche de $SU(2)_L$, $l_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$. Il n'y a pas de neutrino droit. Les

TAB. 2.1 – *Récapitulatif des charges du modèle standard électrofaible. La charge électrique, en unités de positron, s’obtient des deux premières : $Q = T + Y/2$*

Champ	T	Y	Q
l_L	1/2,-1/2	-1	0,-1
e_R	0	-2	-1
q_L	1/2,-1/2	1/6	2/3,-1/3
u_R	0	4/3	2/3
d_R	0	-2/3	-1/3
Φ	1/2,-1/2	1	1,0

quarks suivent une répartition analogue, mais avec deux singulets droits, u_R et d_R , pour le doublet gauche $q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$. Les fermions acquièrent leur masse par couplage au boson de Higgs, via des couplages de Yukawa de constantes respectives λ_e , λ_u et λ_d , dans le terme 2.5 du lagrangien (la matrice $\Lambda_{e,u,d}$ est diagonale avec pour composantes les constantes de couplage de chaque génération). La forme 2.5 du lagrangien fait intervenir les états propres d’interaction des fermions; dans le cas des leptons, ils s’identifient aux états propres de masse. Dans le cas des quarks, il faut distinguer états propres de masse et états propres d’interaction, reliés par la matrice unitaire CKM. Après la rupture de symétrie, les masses des fermions deviennent $\lambda_i v/\sqrt{2}$. A noter que par construction, l’absence de neutrinos droits implique l’absence de termes de masse des neutrinos, et la nullité des masses de ces derniers.

De cette étude sommaire, il ressort que le modèle standard électrofaible ne propose qu’un seul type de particules non-baryoniques neutres, les neutrinos. Or dans ce cadre, ceux-ci ne possèdent pas de masse, et ne peuvent donc pas jouer le rôle de la matière sombre. Il faudra chercher au delà du modèle standard électrofaible pour trouver des candidats plausibles.

2.1.2 QCD et axion

2.1.2.1 Particules canoniques

Aux symétries électrofaibles, la chromodynamique quantique rajoute une symétrie supplémentaire, $SU(3)$, dite de couleur. Chaque saveur de quark se décline en trois couleurs. Huit bosons de jauge, les gluons, sont introduits. Ces particules interagissant fortement par définition, elles ne peuvent convenir en tant que WIMPs.

2.1.2.2 Violation de CP forte et axion

La QCD peut toutefois présenter un intérêt direct pour la matière sombre que nous résumons de la façon suivante [99, 95, §10.1, §16.6 respectivement]. Le vide QCD et des effets électrofaibles dus aux masses des quarks font apparaître un terme non perturbatif dans le lagrangien QCD de la forme : $\bar{\Theta} \frac{g^2}{32\pi^2} G^{a\mu\nu} \tilde{G}_{a\mu\nu}$, où $\bar{\Theta} = \Theta + \arg \det \mathcal{M}$ $G^{a\mu\nu}$ est le tenseur de champ des gluons, \mathcal{M} la matrice de masse des quarks, et θ un paramètre libre. Ce terme du lagrangien viole la symétrie CP. Or les mesures expérimentales du moment dipolaire du neutron fixent $\bar{\Theta} \leq 10^{-10}$. Pour justifier sa valeur faible, R. PECCEI et H. QUINN [135, 134] identifient $\bar{\Theta}$ à un champ minimisé par un potentiel. Ceci implique donc une symétrie sup-

plémentaire, PQ, rompue spontanément à une énergie f_{PQ} , et dont le boson de Goldstone est l'axion. La masse de ce dernier est de l'ordre de Λ_{QCD}^2/f_{PQ} . L'échelle de rupture de symétrie étant quasiment arbitraire, la masse de l'axion est aussi un paramètre libre de la théorie.

2.2 Neutrinos et limites du modèle standard

Le modèle standard est une théorie vérifiée avec une très grande précision expérimentale [14, §10.4]. Néanmoins, outre l'absence de particules convenant à la matière sombre, quelques remarques s'imposent. Si la majorité de ses particules ont été observées expérimentalement, ce n'est pas le cas du neutrino associé au tau; ni, plus problématiquement, du boson de Higgs, sur lequel reposent toutes les masses du modèles. Ceci fait de cette particule l'objectif premier des recherches sur accélérateur [165], et une des motivations principales des prochaines machines, dont le LHC [51].

En attendant la mise en évidence de ces deux derniers morceaux du modèle standard, il existe déjà quelques résultats expérimentaux interpellants. Ils concernent principalement les neutrinos. Depuis la fin des années soixantes, il ressort de l'étude des neutrinos émis par le soleil selon des processus dont le bilan est $4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e$, que le flux de ces particules reçu sur terre ne représente qu'environ la moitié de celui attendu [92, 42, 151]. D'autre part, la collaboration LSND, étudiant les neutrinos créés à partir de pions d'un accélérateur selon $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ puis $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$, estime — non sans équivoque [13, 87, pour le résultat et une dissension] — observer l'apparition anormale d'anti-neutrinos électrons. Enfin, l'étude des neutrinos atmosphériques, créés en cascade dans l'atmosphère par des rayons cosmiques (protons et hélium essentiellement), montre que le rapport obtenu expérimentalement entre le flux de ν_μ et celui de ν_e varie entre la moitié et les deux tiers de celui prédit théoriquement [173, 178]. Ces trois observations peuvent être expliquées indépendamment, moyennant l'extension directe du modèle standard qui suit.

Un neutrino droit est postulé [142]. L'extension directe du lagrangien 2.5 fait aussi intervenir une matrice de mélange pour les leptons, amenant à la différenciation des états propres de saveur et de ceux de masse. Les vecteurs de base de ces deux états propres, notés respectivement $|\nu_i\rangle$ et $|j\rangle$, se relient par une matrice analogue à celle CKM des quarks, U_V unitaire et non-triviale, telle que $|\nu_i\rangle = U_{Vij} |j\rangle$. La matrice de l'hamiltonien, diagonale dans la base des masses, et y valant (E_i) , s'exprime dans la base des saveurs $\mathcal{M}_V = U_V(E_i)U_V^{-1}$, et permet d'écrire l'équation d'évolution dans le temps $i\partial_t |\nu\rangle = \mathcal{M}_V |\nu\rangle$. Ceci implique que les saveurs varient au cours du temps comme : $|\nu_i\rangle_t = U_{Vij} e^{-iE_j t} |j\rangle$. Le terme oscillations de neutrinos s'applique au cas où les neutrinos possèdent des masses non-dégénérées (les E_i diffèrent), et correspond au mélange de saveurs au cours du temps.

Dans les cas de figure typiques, le neutrino tau reste à l'écart, la matrice U_V se paramétrise alors par l'angle de mélange dans le vide θ_V . La probabilité qu'un ν_e soit devenu un ν_μ au bout du temps t ou du parcours d est alors :

$$|\langle \nu_e | \nu_\mu \rangle_t|^2 = \sin^2(2\theta_V) \sin^2\left(\frac{E_1 - E_2}{2}t\right) = \sin^2(2\theta_V) \sin^2\left(\frac{\pi d}{L_V}\right) \quad (2.6)$$

où $L_V = \frac{2\pi}{E_2 - E_1}$ est la distance caractéristique des oscillations des neutrinos dans le vide. Le premier des deux termes est celui d'amplitude, le second, celui qui varie au cours du déplacement du neutrino. Il est raisonnable de supposer les neutrinos relativistes; en supposant de plus les impulsions des états propres égales entre elles ($\vec{p}_i = \vec{p}$) et grandes devant leur masse;

alors $E_i \approx p_i = E$ et en posant $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ il vient : $E_2 - E_1 \approx \frac{\Delta m^2}{2E}$. La distance caractéristique se réécrit alors $L_V \approx \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$.

Cet effet d'oscillation des neutrinos dans le vide se trouve amplifié par la matière, où il porte le nom d'effet MSW [185, 119]. Dans la matière, constituée de quarks et électrons de la première génération, ν_e et ν_μ réagissent de façon similaire par courant neutre avec le milieu. Mais les ν_e interagissent de surcroît par courant chargé, proportionnellement à la densité électronique. Ceci ajoute un terme supplémentaire pour les neutrinos électroniques à la matrice de l'hamiltonien, et implique que la base des masses dans la matière varie par rapport à celle du vide, en fonction de la densité électronique. Ainsi, non seulement les valeurs propres de saveur varient comme dans le vide, mais les valeurs propres de masse elles-mêmes varient par rapport à ce qu'elles seraient dans le vide.

Selon les résultats expérimentaux les plus récents (ceux de Super-Kamiokande), la différence des carrés des masses de ν_τ et ν_μ avoisinerait $2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ [178]. En supposant que la hiérarchie des masses des générations est respectée, et donc que le neutrino tau est beaucoup plus massif que les deux autres, sa masse vaudrait de l'ordre de 40 meV. Notons que ce résultat ne permettrait pas à ces neutrinos d'expliquer la matière sombre au niveau des galaxies, vu que la masse minimale nécessaire est d'une trentaine de eV d'après des arguments sur l'espace des phases [180, 111].

Cependant, à l'heure actuelle, les trois résultats expérimentaux décrits plus haut paraissent inconciliables en même temps par le mécanisme qui vient d'être décrit. De prochaines expériences de neutrinos auprès d'accélérateurs et de centrales devraient permettre de trancher entre les diverses hypothèses ci-dessus. Par exemple, l'expérience SNO (Sudbury Neutrino Observatory) devrait pouvoir mesurer à la fois le flux total de neutrinos solaires et sa composante de neutrinos électroniques. Mille tonnes d'eau lourde interviennent, dans lesquelles ont lieu deux réactions. La première, par courant chargé $d + \nu_e \rightarrow p + p + e$ sera mise en évidence par la lumière Cerenkov de l'électron; la seconde, par courant neutre, $d + \nu \rightarrow p + n + \nu$ sera suivie par des compteurs de neutrons à l'hélium 3, ou par la lumière Cerenkov de la capture de neutrons par du chlore [91, 155].

D'autre part, des considérations théoriques poussent à étendre le modèle standard. Le modèle standard n'unifie que superficiellement les trois interactions, puisque les constantes de couplage de chaque groupe demeurent. Une première tentative d'unifier les trois forces du modèle standard, le premier modèle de Grande Théorie Unifiée (*Grand Unified Theory*, ou GUT), bâti sur le groupe SU(5), a échoué quand le proton a fait preuve de plus de longévité que prévu. Outre ces trois constantes de couplage, le modèle standard contient une vingtaine de paramètres, et leurs valeurs peuvent sembler arbitraires : les constantes des groupes g et g' , l'état fondamental du vide v , neuf couplages du Yukawa entre le champ de Higgs et les fermions (neutrinos exclus), six valeurs de la matrice CKM (unitaire). En outre, le problème de la hiérarchie des masses, à savoir l'explication de la croissance des masses d'une génération de quarks-leptons à l'autre, dépasse le modèle standard, tout comme le fait le problème de naturalité : les corrections radiatives semblent fournir une masse trop grande au boson de Higgs. Enfin plus généralement, l'unification des trois forces du modèle standard, avec en plus la gravitation, requiert un cadre élargi. Tous ces éléments poussent en ce moment vers des théories dites de supersymétrie, ou SUSY.

2.3 SUSY

Il s'agit une symétrie d'espace-temps qui associe des fermions à des bosons et réciproquement. Rompue aux énergies courantes, elle doit alors refournir les symétries $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ du modèle standard.

2.3.1 Superchamps et superparticules

Nous résumons les bases de la supersymétrie, dont les détails se trouvent, par exemple, dans les références [128] et [95, §20]. Beaucoup des résultats peuvent s'obtenir dans le formalisme des superchamps que nous allons esquisser. Quatre coordonnées de Grassmann $\{\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\}$ ($\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$) viennent compléter les quatre coordonnées usuelles de l'espace-temps x^μ pour former le super-espace. Elles permettent de définir des dérivées covariantes : $D_\alpha = \partial_{\theta^\alpha} + \imath \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu$ et $\bar{D}_{\dot{\alpha}} = \partial_{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - \imath \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu$. Des superchamps, fonctions de x_μ , θ_α et $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$, peuplent cet espace. Le développement de Taylor d'un tel superchamp en fonction de θ_α et $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ est fini puisque ces variables anti-commutent. Il fait apparaître huit champs bosoniques, et autant de champs fermioniques. Aux multiplets des particules usuelles décrits dans la section 2.1.1, et notés i , sont donc associés des multiplets des superpartenaires possédant les mêmes charges, et notés \tilde{i} , dans un superchamp, noté \hat{I} . Deux types de représentations irréductibles existent dans cet espace. Tout d'abord les superchamps chiraux, tels que $\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi = 0$; ensuite les superchamps vecteurs, tels que $\Phi^\dagger = \Phi$. Les premiers correspondent aux extensions supersymétriques \hat{L}_L , \hat{E}_R , \hat{Q}_L , \hat{U}_R , \hat{D}_R , \hat{H}_u , \hat{H}_d des champs de matière et de Higgs; les seconds aux extensions $\hat{\gamma}$, \hat{Z}^0 , \hat{W}^\pm des champs de jauge.

Les deux champs de Higgs sont nécessaires pour assurer les masses des quarks de type u et d. En effet, un doublet unique apparaîtrait sinon avec son adjoint dans le lagrangien, ce qui violerait la supersymétrie [128, §4.4]. Les particules usuelles du modèle standard électrofaible et leurs superpartenaires sont récapitulées dans le tableau 2.2.

TAB. 2.2 – *Particules du modèle standard électrofaible (en caractères normaux) et superpartenaires (en italique).*

Fermions	SUSY	Bosons
leptons l_L	\rightarrow	\tilde{l}_L <i>sleptons</i>
e_R	\rightarrow	\tilde{e}_R
quarks q_L	\rightarrow	\tilde{q}_L <i>squarks</i>
u_R, d_R	\rightarrow	\tilde{u}_R, \tilde{d}_R
<i>gauginos</i> $\tilde{\gamma}$	\leftarrow	γ bosons de jauge
\tilde{Z}^0	\leftarrow	Z^0
\tilde{W}^+, \tilde{W}^-	\leftarrow	W^+, W^-
<i>higgsinos</i> \tilde{H}_u, \tilde{H}_d	\leftarrow	H_u, H_d bosons de Higgs

Les superchamps permettent la construction d'un lagrangien invariant par transformations supersymétriques [128, §2.3]. Si nous imposons que la supersymétrie soit locale, nous nous retrouvons dans le cadre de la relativité générale. Par un mécanisme analogue à celui de Higgs (§2.1.1.2), la brisure de la supersymétrie locale fait alors apparaître un boson massif de spin 3/2, le gravitino [128, §3.3].

2.3.2 R-parité et LSP

Un nouveau nombre quantique, la R-parité, est introduit. Cette charge vaut 1 pour les particules usuelles, et -1 pour les superpartenaires. Elle se définit par $R_p = (-1)^{3(B-L)+2S}$. Le respect de cette symétrie discrète équivaut à la préservation de la différence des nombres baryoniques et leptoniques $B - L$. La conservation de R_p est invoquée pour empêcher des processus comme $e + u \rightarrow \tilde{d} \rightarrow u + d$, qui confère une durée de vie trop courte au proton [116]. Il existe aussi des motivations théoriques pour cette symétrie [89].

La conservation de la R-parité entraîne deux conséquences importantes :

- les superpartenaires ne peuvent être créés que par multiples de deux — fait important pour la recherche de particules supersymétriques auprès d’accélérateurs;
- la LSP, définie plus loin, est stable, ce qui importe dans le cadre de la recherche de la matière sombre.

La LSP (*Lightest Supersymmetric Particle*) est la plus légère des particules supersymétriques. Par définition, sa R-parité vaut -1. *A priori*, une particule ne peut se désintégrer qu’en d’autres plus légères. Donc si la R-parité est respectée, la LSP est stable, puisqu’elle ne peut alors se désintégrer en particules usuelles, les seules susceptibles d’être plus légères.

Vu la pléthore de paramètres et de modèles SUSY, définir la plus légère des superpartenaires semble un problème mal posé. Néanmoins, en considérant la palette des particules SUSY, nous pouvons faire quelques remarques (références [94, §4.2] et [131]).

sélectrons Possédant une charge électrique, soit ils interagiraient trop pour subsister jusqu’à notre époque, soit ils sont trop lourds.

charginos Les charginos sont les vecteurs propres de la matrice de masse des jauginos et higgsinos chargés. Les premiers sont donc des combinaisons linéaires des derniers : $\tilde{\chi}_i^+ = a_i \tilde{W}^+ + b_i \tilde{B}^- + c_i \tilde{H}_u^+ + d_i \tilde{H}_d^-$. Ils sont chargés, et donc défavorisés au même titre que les sélectrons.

squarks et gluinos Ils sont désavantagés par le fait qu’ils possèdent des charges électrique ou forte, ce qui leur confère des durées de vie trop courtes. Néanmoins il reste de faibles fenêtres où ils pourraient convenir [172]. Des hadrons stables formés de gluinos et gluons (*glueballinos*) pourraient être la LSP, mais ne conviennent pas pour la matière sombre à cause de leur section efficace trop importante [147].

sneutrinos Les sneutrinos pourraient être intéressants comme LSP s’ils n’étaient pas déjà exclus par l’expérience Heidelberg-Moscou [80, 60, 17]. D’autre part, si les sneutrinos forment la LSP, et sont suffisamment légers pour présenter un intérêt cosmologique, alors ils contribueraient à l’élargissement de Γ_Z [130]. Ils sont donc aussi exclus par LEP, tout comme l’est une quatrième génération de neutrinos [14, p.286].

gravitinos Les gravitinos ne pourraient être la LSP que sur une gamme de masse réduite, inférieure au keV, ou supérieure à 10 MeV [132, 182]. Cela impliquerait en outre que le sneutrino soit la deuxième des superpartenaires classées par masse croissante [21]. Les sections efficaces du gravitino sur la matière varieraient comme l’inverse du carré de sa masse [62].

neutralinos Les neutralinos, pendants neutres des charginos, sont les vecteurs propres de la matrice de masse des jauginos et higgsinos neutres : $\tilde{\chi}_i^0 = a_i \tilde{\gamma} + b_i \tilde{Z}^0 + c_i \tilde{H}_u^0 + d_i \tilde{H}_d^0$ [66]. La plupart des modèles en favorise le plus léger comme LSP. Il s'agirait d'une particule de Majorana, égale à son anti-particule, et donc capable de s'annihiler elle-même.

2.3.3 Densité relique des neutralinos

Nous admettrons dorénavant que le neutralino le plus léger est la plus légère des superpartenaires. Du point de vue cosmologique, sa stabilité implique que l'interaction principale l'affectant est l'annihilation, de section efficace σ_{ann} . Ce processus devient négligeable après le gel, où les WIMPs sont d'ailleurs non-relativistes. Leur paramètre de densité s'écrit alors [94, §3.1]:

$$\Omega_\chi \approx \frac{3 \times 10^{-27} \text{ cm}^3/\text{s}}{h_0^2 \langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (2.7)$$

Or la section efficace d'annihilation, de nature faible ($\alpha \approx 10^{-2}$), vaut pour une masse typique $m \approx 100 \text{ GeV.c}^{-2}$ la valeur suivante :

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle \approx \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{h^2}{c} \approx 1.2 \times 10^{-25} \text{ cm}^3/\text{s} \quad (2.8)$$

Pour des valeurs généralement admises de la constante de Hubble ($0.5 \leq h_0 \leq 1$), nous obtenons un paramètre de densité relique des neutralinos tel que:

$$0.02 \leq \Omega_\chi \leq 0.1 \quad (2.9)$$

Cet ordre de grandeur est compatible avec ceux requis pour la matière sombre. Ce fait est généralement considéré comme un argument supplémentaire en faveur des neutralinos pour la matière sombre.

Notons que nous pouvons retourner l'argument pour en tirer des informations sur la particule que nous cherchons. Puisque la section efficace d'annihilation varie come l'inverse du carré de la masse, et qu'il semble acquis que $1 \gtrsim \Omega \geq \Omega_\chi$, la relation 2.7 interdit cosmologiquement les candidats de masse inférieure à une dizaine de GeV.c^{-2} .

2.3.4 Interactions neutralino-matière

Rappelons ici les résultats importants concernant les interactions élastiques du neutralino avec la matière [94].

2.3.4.1 Sections efficaces à transfert d'impulsion nul

Son lagrangien effectif de couplage avec un quark à faible énergie s'écrit [58]:

$$\mathcal{L} = g_{eff} \bar{\chi} \gamma^\mu \gamma_5 \chi \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q + g'_{eff} \bar{q} q \bar{\chi} \chi \quad (2.10)$$

Il se décompose en deux termes contribuant de façon indépendante à la section efficace. Le premier terme correspond aux interactions axiales. Elles dépendent du spin du noyau cible. Photino et zino se couplent avec les quarks par le biais de squarks. Les higgsinos se couplent

plutôt par le biais du boson Z^0 . La section efficace à transfert d'impulsion nul correspondant à cette forme d'interaction sur un noyau suit [94, §7.2]:

$$\sigma^{spin} = \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu^2 \lambda^2 J(J+1) \quad (2.11)$$

Notons qu'elle dépend du carré de la masse réduite (μ) du système noyau-neutralino, ainsi que du facteur de spin du noyau ($\lambda^2 J(J+1)$). Ce dernier reste d'ailleurs assez mal connu même pour les noyaux les plus courants [57].

Le second terme du lagrangien représente des interactions scalaires, au cours desquelles le zino et les higgsinos se couplent de façon cohérente avec l'ensemble du noyau par le biais de bosons de Higgs. La section efficace devient dans ce cas [94, §7.3]:

$$\sigma^{coherent} = \frac{4}{\pi} \mu^2 [Z f_p + (A - Z) f_n]^2 \quad (2.12)$$

Comme celle dépendante du spin, cette interaction cohérente varie comme le carré de la masse réduite du système. Typiquement, les couplages effectifs du neutralino sur les protons valent ceux sur les neutrons: $f_n \approx f_p$. Donc cette section efficace dépend elle aussi du carré du nombre atomique du noyau. De ce point de vue, des détecteurs à noyaux lourds auront un grand intérêt. Généralement, le couplage cohérent dominerait celui dépendant du spin dès lors que le numéro atomique dépasse trente [18]. Dans un cas de figure typique ($f_p \approx f_n \approx 10^{-8} \text{ GeV}^{-2}$), nous trouvons les ordres de grandeur suivants pour les couplages avec un proton: $\sigma_p^{spin} \approx 10^{-17} \text{ barn} \approx 10^{-45} \text{ cm}^2$ et $\sigma_p^{coherent} \approx 4.10^{-20} \text{ barn} \approx 4.10^{-48} \text{ cm}^2$.

2.3.4.2 Facteur de forme

En pratique, pour les deux types d'interactions décrits ci-dessus, il faut tenir compte d'un facteur de forme. Celui-ci traduit la perte de cohérence de l'interaction quand le moment de transfert devient semblable à la taille du noyau. Soit q l'impulsion transférée:

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\sigma(q=0)}{4\mu^2 v^2} F(q)^2 \quad (2.13)$$

Le facteur de forme se note $F(q)$; v représente la vitesse du neutralino par rapport à la cible.

Dans le cas de l'interaction dépendante du spin le calcul du facteur de forme présente quelques complications et dépend de l'approche nucléaire choisie (modèle *single particle* ou *odd group* [57]). En pratique nous retiendrons la forme exponentielle suivante: $F(q) \approx e^{-E/E_0}$, avec $E_0 = 36A^{-5/3} \text{ MeV}$.

En revanche, dans le cas de l'interaction cohérente, le facteur de forme n'est autre que la transformée de Fourier de la distribution spatiale du noyau. Il se représente soit par une fonction exponentielle [150] $F(q) \approx e^{-E/E_0}$ (avec $E_0 = 72A^{-5/3} \text{ MeV}$), soit de façon plus précise par une forme de Woods-Saxon [58]. Toutefois, la fonction exponentielle suffira encore à nos besoins.

2.3.4.3 Plan masse-section efficace

Du point de vue expérimental, à défaut de trouver les WIMPs, nous essayerons de contraindre les divers modèles en utilisant leur projection dans le plan masse de la particule - section efficace. La figure 2.1 montre de telles projections dans le cas des couplages cohérents

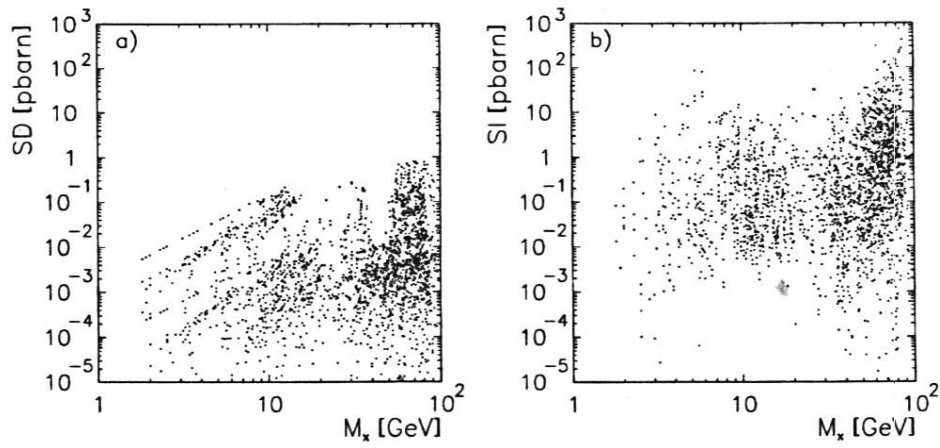


FIG. 2.1 – *Projections de modèles supersymétriques dans les plans m, σ . À gauche, couplages dépendant du spin, à droite, couplages cohérents [66].*

et dans ceux dépendant du spin.

En conclusion donc, le problème astrophysique de la matière sombre nous a mené à la LSP. D'autre part, l'étude de l'abondance de la LSP montre qu'elle convient d'elle-même. Nous allons nous intéresser dans la suite à la mise en évidence de cette particule furtive.

Chapitre 3

A la recherche de la masse perdue

Toute action de l'esprit est aisée si elle n'est pas soumise au réel.

Marcel Proust, Sodome et Gomorrhe [146]

Nous venons de décrire la confluence de l'astrophysique et de la physique des particules au niveau de la théorie de la matière sombre supersymétrique. Il convient maintenant de s'intéresser à sa vérification expérimentale. Les recherches de matière sombre non-baryonique se divisent en deux catégories : celles cherchant d'autres particules trahissant les WIMPs, et celles recherchant les WIMPs directement. EDELWEISS appartient à ce second groupe. Avant de détailler cette expérience, comparons rapidement ces deux méthodes. Les expériences mentionnées ci-dessous sans référence particulière sont détaillées dans les comptes-rendus de la conférence TAUP 97 [30].

3.1 Expériences de détection indirecte

Il s'agit ici de rechercher des produits d'annihilation de WIMPs. Cette technique exploite le mécanisme suivant : depuis des lustres, après avoir diffusé dans le Soleil, des WIMPs s'y trouveraient gravitationnellement piégées¹ [79, 78]. L'accumulation de ces particules créerait un surcroît de densité rendant leurs annihilations plus probables.

La voie royale de détection indirecte semble la recherche de neutrinos au moyen de détecteurs Cerenkov. En effet, la discrétion des neutrinos joue à leur avantage vis à vis d'autres produits d'annihilation, vu que ces derniers seront plus perturbés entre leur création au centre du Soleil et leur traversée de l'astre. L'énergie des neutrinos issus d'annihilations de WIMPs est de l'ordre du cinquième de la masse des WIMPs, donc au delà du GeV. Cette énergie dépasse celle typique des neutrinos dits solaires, généralement inférieure à 500 keV. Dans le schéma de détection des neutrinos d'annihilation, ils arrivent sur Terre puis traversent une partie du globe, les ν_μ se convertissant en muons par interaction à courant chargé avec la matière, et les ν_e en électrons. Si la Terre arrête rapidement ces électrons, les muons peuvent parcourir plusieurs kilomètres. Dans un volume d'eau, la lumière Cerenkov de ces muons est captée

1. Dans une moindre mesure, le même phénomène prendrait place dans la Terre elle-même.

par des photomultiplicateurs. L'efficacité de détection dépend essentiellement de la surface du détecteur ainsi que du nombre et de la taille des photomultiplicateurs. La discrétion des neutrinos présente alors le désavantage de requérir de grandes étendues d'eau et un nombre important de photomultiplicateurs.

Plusieurs expériences existent déjà, comme Baikal [19] et AMANDA, respectivement dans les eaux gelées du lac russe éponyme et du pôle Sud, ou Super-Kamiokanda, dans une caverne artificielle nipponne. Ces détecteurs ne sont pas dévolus à la recherche indirecte de matière sombre, mais plutôt à l'astronomie des neutrinos en général, et à d'autres tâches, telles l'étude de la durée de vie du proton. Les détecteurs actuels ne représentent chacun que quelques centaines de mètres carrés de surface, alors que leurs vocations requièrent plutôt des superficies de l'ordre du kilomètre carré. L'agrandissement des deux premiers de ces projets est à l'étude, en même temps que des prototypes de concepts plus ambitieux, ANTARES (Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss RESearch) et NESTOR, dans les eaux tempérées de la Méditerranée².

Bien que la détection de neutrinos soit la méthode de détection indirecte de WIMPs la plus envisagée en ce moment, il existe divers projets cherchant à mettre en évidence d'autres produits d'annihilation. Le satellite GLAST (Gamma Large Area Space Telescope [176]) par exemple, sera à l'affût d'émissions gamma, dont celle provenant des annihilations des WIMPs piégés dans le puit de potentiel galactique [25].

3.2 Expériences de détection directe

Il s'agit de mettre en évidence les interactions des WIMPs eux-mêmes dans un détecteur, le plus souvent par leur interaction élastique à courant neutre avec les noyaux. DRUKIER et STODOLSKY avaient initialement suggéré cette technique pour détecter des neutrinos en 1984 [53]. GOODMAN et WITTEN ont peu après proposé de l'adapter à la détection directe de particules pouvant former la matière sombre [77].

3.2.1 Signal, taux d'événements et spectre d'énergie

3.2.1.1 Signal typique

Considérons une particule incidente représentative de celles que nous cherchons, de vitesse environ $v \approx 250 \text{ km/s} \approx 10^{-3}c$ (§1.2.3.2), de masse environ $m \approx 10 \text{ GeV}/c^2$ (§2.3). Son énergie cinétique vaudra $E_0 = \frac{1}{2}mv^2 \approx 5 \text{ keV}$. Considérons sa collision élastique avec un noyau de numéro atomique $A \approx 50$, et donc de masse $M \approx 50 \text{ GeV}$. D'après la formule A.2 en annexe, l'énergie de recul moyenne du noyau vaudra $E_R = \frac{1}{2}4\frac{mM}{(m+M)^2}E_0 \approx \frac{1}{2}E_0 \approx 2 \text{ keV}$.

3.2.1.2 Taux d'interaction et spectre en énergie

Expérimentalement, seule cette énergie de recul des noyaux du détecteur est accessible, et non directement l'énergie incidente du WIMP ou son angle de déviation θ . Intéressons nous donc au spectre en énergie de recul des événements, $\frac{d\mathcal{R}}{dE_R}(E_R)$.

2. Une simple extrapolation des performances actuelles des démonstrateurs de taille réduite est hasardeuse, dans la mesure où les détecteurs définitifs posséderont dans leur volume supérieur une densité de détecteurs plus faible pour des raisons de coût, et donc que leur seuils seront moins bons que ceux des prototypes, plus petits.

Pour un noyau du détecteur, le nombre d'événements par unité de temps s'exprime $\frac{dN}{dt} = nv\sigma$ dans le cas de particules monocinétiques. Le nombre d'événements par unité de temps et par unité d'énergie de recul pour ces particules de même vitesse prend la forme $\frac{d^2N}{dtdE_R} = nv\frac{d\sigma}{dE_R}$. Si nous considérons maintenant une distribution quelconque de vitesses $\frac{dn(v)}{dv}$, il faut écrire :

$$\frac{d^2N}{dtdE_R} = \int dn(v)v\frac{d\sigma}{dE_R} = \int_{v_{\min}(E_R)}^{v_{\max}(E_R)} \frac{dn(v)}{dv}v\frac{d\sigma}{dE_R}dv$$

La section efficace différentielle dépend *a priori* de v et E_R . Les énergies étant petites, nous la supposons indépendante de celles-ci, et donc constante sur l'intervalle d'énergie $[0, E_R^{\max}]$; d'où :

$$\forall E_R \in [0, E_R^{\max}], \frac{d\sigma}{dE_R} = \frac{\sigma}{E_R^{\max}} = \frac{\sigma}{E_1 r} = \frac{2\sigma}{mr v^2}$$

Quant aux bornes d'intégration, pour une énergie de recul donnée, il existe une vitesse minimale qui la fournit :

$$\forall \theta, E_R = E_1 r \frac{1 - \cos \theta}{2} \Rightarrow E_1^{\min}(E_R) = \frac{E_R}{r} \Rightarrow v^{\min}(E_R) = \sqrt{\frac{2E_R}{mr}}$$

En négligeant la coupure de l'évaporation galactique (§1.2.3.2), la borne supérieure tend vers l'infini.

De ceci il ressort qu'en introduisant la distribution de vitesses maxwellienne donnée par l'équation 1.12, et en négligeant la variation annuelle des vitesses, le taux devient :

$$\frac{d^2N}{dtdE_R} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{n_0 \sigma}{mr v_0} \int_{\sqrt{\frac{2E_R}{mr}}}^{+\infty} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} \frac{2v dv}{v_0^2} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{n_0 v_0 \sigma}{2r E_0} e^{-\frac{E_R}{E_0 r}}$$

Notons alors $\mathcal{R} = d^2N/dtdm$ le nombre d'événements par unité de temps et par unité de masse du détecteur. Cette masse provient essentiellement des A neutrons et protons dans chaque noyau; elle vaut donc $m_{\text{noyau}} \approx Am_p \approx A \text{ GeV} \cdot \text{c}^{-2} \approx 1.7 A 10^{-27} \text{ kg}$ par noyau. Il vient alors :

$$\frac{d\mathcal{R}}{dE_R} = \frac{\mathcal{R}_0}{E_0 r} e^{-\frac{E_R}{E_0 r}} \quad (3.1)$$

avec $\mathcal{R}_0 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{n_0 v_0 \sigma}{2m_{\text{noyau}}} \approx \frac{2n_0 v_0 \sigma}{\sqrt{\pi} A m_p} \approx 20 \text{ evt/jour/kg}$ (dans les conditions astrophysiques décrites dans la section 1.2.3, et pour un WIMP décrit dans la section 2.3, de masse $\approx 10 \text{ GeV}/\text{c}^2$ et de section efficace $\sigma \approx 10^{-38} \text{ cm}^2$). Le spectre exponentiellement décroissant par unité de masse fourni par l'équation 3.1 appelle deux remarques pour la détection du signal. Tout d'abord, il importe d'avoir une **grande masse de détecteur**. D'autre part, vu que le taux décroît exponentiellement avec l'énergie de recul, il convient de pouvoir mesurer les plus basses de ces énergies, et donc d'avoir un détecteur au **seuil aussi bas que possible**. En effet, dès $E_R \approx 1 \text{ keV}$, le taux par unité d'énergie vaut seulement de l'ordre de 6 evt/j/kg/keV . D'ailleurs l'importance d'avoir un **bruit de fond très faible** apparaît immédiatement.

3.2.1.3 Influence du facteur de forme

En pratique, il faut tenir compte d'un facteur de forme (§2.3.4.2). Dans le cas de l'interaction cohérente, il décrit la perte de cohérence qui accompagne l'augmentation de la

taille du noyau. Nous emploierons sa paramétrisation proposée dans [150]. Elle revient à amortir le spectre théorique exponentiellement par un facteur $\exp -\frac{E_R}{E_{FF}}$, où l'énergie caractéristique du facteur de forme vaut $E_{FF} = 72A^{-5/3}\text{MeV}$ dans le cas de l'interaction cohérente ($E_{FF} = 36A^{-5/3}\text{MeV}$). Notons que dans le cas des détecteurs EDELWEISS à germanium, l'énergie caractéristique du facteur de forme cohérent vaut $E_{FF} \approx 0.06\text{ MeV}$.

3.2.1.4 Spectre théorique et masse de la particule cherchée.

En tenant compte du facteur de forme, réécrivons la formule 3.1 donnant le spectre théorique pour mettre en évidence l'influence de la masse de la particule cherchée.

$$\frac{d\mathcal{R}}{dE_R} = \sigma\alpha\beta e^{-E_R(\beta/\epsilon+1/E_{FF})} \quad (3.2)$$

où $\epsilon = 2m_{\text{noy}}v_0^2$, $\beta = (1 + m_{\text{noy}}/m)^2 = (1 + Am_p/m)^2$ et $\alpha = \frac{n_0}{\sqrt{\pi}v_0m_{\text{noy}}^2}$. Rappelons que ces spectres, proportionnels à β , suivent des exponentielles décroissantes comme β . Donc plus la masse m est faible, plus le spectre est piqué aux basses énergies, comme le montre la figure 3.1. Il importe d'autant plus d'avoir des détecteurs de seuil bas que les particules cherchées sont

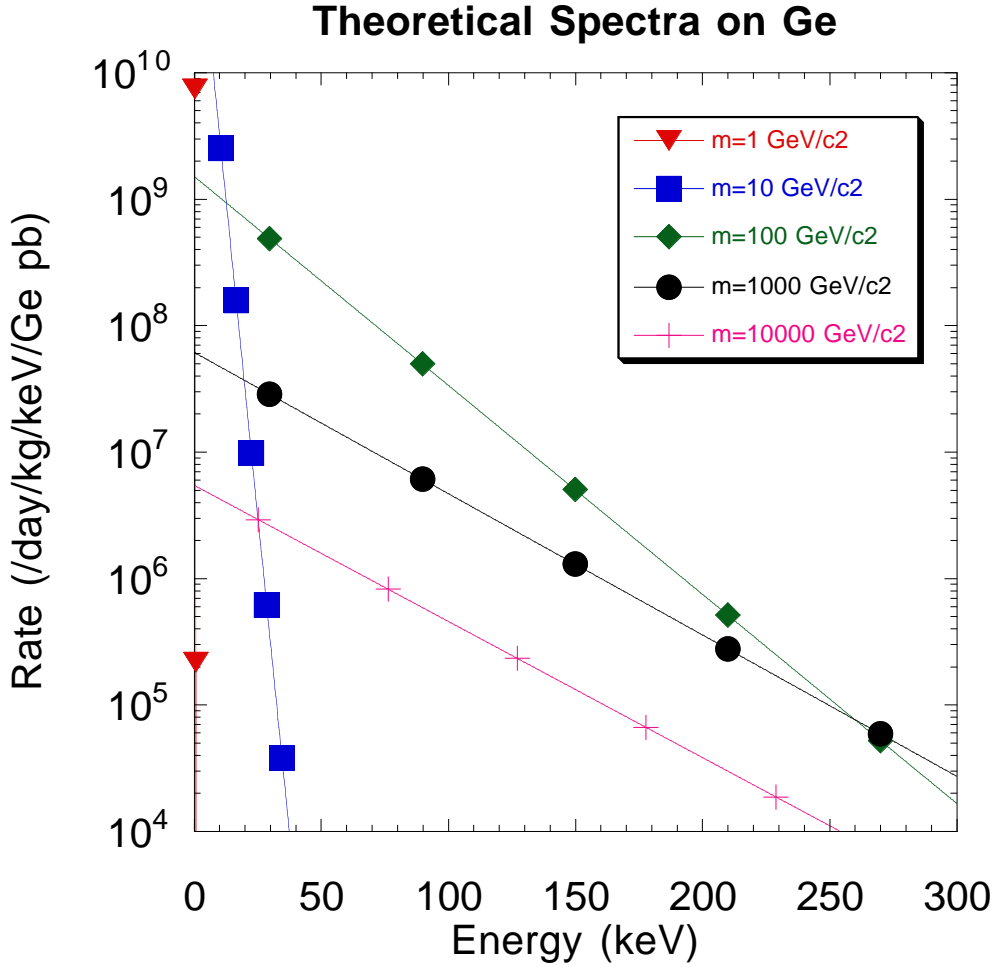


FIG. 3.1 – Influence de la masse du WIMP sur le spectre normalisé $\frac{1}{\sigma} \frac{d\mathcal{R}}{dE_R}$. Plus la masse est faible, plus le spectre est piqué aux basses énergies.

légères.

Intéressons-nous au facteur de forme et à la masse du WIMP. Dans le cas des détecteurs EDELWEISS en germanium, et pour l'interaction cohérente, $\epsilon \approx 0.14$ MeV et $E_{FF} \approx 0.06$ MeV. Pour des masses de WIMP faibles devant celle du germanium, $\beta/\epsilon \gg 1/E_{FF}$ et le facteur de forme n'influencera pas le calcul. En revanche pour des WIMPs lourds, $\beta/\epsilon \approx 1/E_{FF}$, et nous ne pourrions négliger le facteur de forme.

3.2.1.5 Prise en compte de la variation saisonnière

Dans la section 1.2.3.2, nous avons laissé entendre que la variation annuelle de la vitesse de la Terre dans le référentiel galactique fournirait une signature des WIMPs. Il faut tenir compte du fait que le détecteur, lié à la Terre, se déplace par rapport au Soleil, qui se déplace lui même par rapport au centre de la galaxie. Soit $\vec{v}_{W/d}$ la vitesse des WIMPs par rapport au détecteur, et $\vec{v}_{d/g}$ celle du détecteur par rapport au référentiel galactique. La première de ces vitesses est celle qui intervient dans le calcul de l'énergie de recul; la seconde varie au cours du temps, avec en première approximation une période annuelle correspondant au mouvement de la Terre autour du Soleil, et une modulation journalière correspondant à la rotation de la Terre sur elle même. Cette seconde modulation représente moins de 3% de la première en amplitude. En conservant les hypothèses précédentes sur le halo de WIMPs, la vitesse de ces derniers qui intervient dans la distribution correspond à celle par rapport au référentiel galactique, $\vec{v}_{W/g}$:

$$d^3n = \frac{n_0}{(v_0\sqrt{\pi})^3} e^{-\frac{(\vec{v}_{W/d} + \vec{v}_{d/g})^2}{v_0^2}} d^3\vec{v}_{W/g} \quad (3.3)$$

Alors, avec les mêmes hypothèses sur la section efficace et de façon analogue à ce qui a été fait précédemment, le nombre d'événements par unité de temps et d'énergie s'écrit :

$$\frac{d^2N}{dt dE_R} = \int \frac{d^3n}{d^3\vec{v}_{W/d}} v_{W/d} \frac{2\sigma}{mr v_{W/d}^2} d^3\vec{v}_{W/d} = \frac{2\sigma n_0}{mr(v_0\sqrt{\pi})^3} \int e^{-\frac{(\vec{v}_{W/d} + \vec{v}_{d/g})^2}{v_0^2}} d^3\vec{v}_{W/d} \quad (3.4)$$

Il s'agit ensuite de passer en coordonnées sphériques en notant θ l'angle azimutal entre $\vec{v}_{W/d}$ et $\vec{v}_{d/g}$ et ϕ l'angle azimutal :

$$\frac{d^2N}{dt dE_R} = \frac{2\sigma n_0}{mr(v_0\sqrt{\pi})^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{v_{W/d}^{min}(E_R)}^{v_{W/d}^{max}(E_R)} e^{-\frac{(\vec{v}_{W/d} + \vec{v}_{d/g})^2}{v_0^2}} v_{W/d} \sin\theta d\theta d\phi dv_{W/d} \quad (3.5)$$

L'intégration sur ϕ est immédiate; après développement de $(\vec{v}_{W/d} + \vec{v}_{d/g})^2 = v_{W/d}^2 + v_{d/g}^2 + 2v_{W/d}v_{d/g}\cos\theta$ et intégration sur θ il reste :

$$\frac{d^2N}{dt dE_R} = 2\pi \frac{v_0^2}{2v_{d/g}} \frac{2\sigma n_0}{mr(v_0\sqrt{\pi})^3} \int_{v_{W/d}^{min}(E_R)}^{v_{W/d}^{max}(E_R)} \left\{ e^{-\frac{(v_{W/d} - v_{d/g})^2}{v_0^2}} - e^{-\frac{(v_{W/d} + v_{d/g})^2}{v_0^2}} \right\} dv_{W/d} \quad (3.6)$$

Enfin par changement de variable et réarrangement des intégrales, il vient :

$$\frac{d^2N}{dt dE_R}(E_R) = \frac{2n_0\sigma}{mr\sqrt{\pi}v_{d/g}} \left\{ \int_{\sqrt{\frac{E_R}{E_0 r}} - \frac{v_{d/g}}{v_0}}^{\sqrt{\frac{E_R}{E_0 r}} + \frac{v_{d/g}}{v_0}} e^{-p^2} dp - \int_{\frac{v_{W/d}^{max}}{v_0} - \frac{v_{d/g}}{v_0}}^{\frac{v_{W/d}^{max}}{v_0} + \frac{v_{d/g}}{v_0}} e^{-p^2} dp \right\} \quad (3.7)$$

d'où:

$$\frac{d\mathcal{R}}{dE_R} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{R}_0}{E_0 r} \frac{v_0}{v_{d/g}} \left\{ \int_{\sqrt{\frac{E_R}{E_0 r} - \frac{v_{d/g}}{v_0}}}^{\sqrt{\frac{E_R}{E_0 r} + \frac{v_{d/g}}{v_0}}} e^{-p^2} dp - \int_{\frac{v_W/d^{max}}{v_0} - \frac{v_{d/g}}{v_0}}^{\frac{v_W/d^{max}}{v_0} + \frac{v_{d/g}}{v_0}} e^{-p^2} dp \right\} \quad (3.8)$$

En posant $x = \sqrt{\frac{E_R}{E_0 r}}$, $a = \frac{v_{d/g}}{v_0}$ et $b = \frac{v_W/d^{max}}{v_0}$, il vient :

$$\frac{d\mathcal{R}}{dE_R} = \frac{1}{2a} \frac{\mathcal{R}_0}{E_0 r} \left\{ \int_{x-a}^{x+a} e^{-p^2} dp - \int_{b-a}^{b+a} e^{-p^2} dp \right\} \quad (3.9)$$

L'allure du spectre reste semblable au cas simple que nous avons envisagé précédemment. Néanmoins, la modulation de la vitesse de la Terre se traduit par une variation annuelle de la pente du spectre et du taux d'événements. Les références [168, 104] étudient cette modulation en détail.

Notons enfin que, selon des calculs récents, il pourrait y avoir une population de WIMPs gravitationnellement liée au système solaire, qui fournirait un signal supplémentaire, à des énergies juste en dessous des seuils typiques des détecteurs actuels, vers le keV [47].

3.2.2 Signatures

Nous venons de voir que la **modulation annuelle du taux** représenterait une signature forte des WIMPs. S'il s'agit sans doute la méthode la plus sûre, ce n'est pas la seule. Une **modulation diurne dans la direction d'arrivée des WIMPs** représenterait une deuxième signature de la variation de la vitesse de la Terre par rapport au halo. Cette signature semble toutefois hors de portée des détecteurs envisageables pour l'instant. Reconnaître la **forme exponentiellement décroissante du spectre** paraît une signature plausible; en pratique, le bruit de fond décroît aussi avec l'énergie, compliquant cette approche. Enfin si la section efficace était surtout de nature spin-dépendante (voir la section 2.3), le signal devrait s'effondrer pour des détecteurs dépourvus de noyaux à spin. Toutefois, la variation du bruit de fond avec le type de détecteur risque de masquer la signature provenant de la comparaison des **spectres obtenus pour des cibles de différents matériaux**.

3.2.3 Mises en œuvre de la détection directe

Intéressons-nous maintenant à la mise en œuvre expérimentale de la détection directe. Historiquement, plusieurs approches expérimentales ont été développées. La première est celle des détecteurs semi-conducteurs traditionnels, dans lesquels le recul atomique crée des paires électron-trou qui fournissent le signal [4]. De tels détecteurs reposent sur des techniques expérimentales éprouvées, et peuvent atteindre des masses de l'ordre de quelques kilogrammes. Ces cristaux semi-conducteurs présentent en outre l'intérêt de pouvoir être purifiés de façon très poussée grâce à la méthode de la fusion de zone, ce qui réduit le bruit de fond radioactif propre au détecteur. Aussi, l'expérience Heidelberg-Moscou [17] fournit la meilleure limite à ce jour. En revanche, le choix restreint d'éléments semi-conducteurs — et donc de noyaux cibles — représente une limitation intrinsèque de cette méthode.

Les cristaux scintillants, dans lesquels la diffusion élastique provoque une émission lumineuse, forment la deuxième vague de ces expériences. Parmi les avantages de cette technique, citons le grand choix de noyaux disponibles — en particulier riches en spin — en utilisant

des dopants pour assurer la scintillation, et le fait de pouvoir mettre en œuvre des masses de détecteurs très importantes. La collaboration UKDMC (UK Dark Matter Collaboration) par exemple, travaille avec 5 kg d'iodure de sodium; le groupe DAMA (Dark Matter) en utilise une centaine de kilogrammes. Citons aussi l'expérience NaI du Canfranc [159], et celle japonaise, ELEGANTS (ELEctron GAMMA-ray NeuTrino Spectrometer, expérience de recherche de désintégrations β exotiques essentiellement) [65, 56] qui emploient respectivement une trentaine et une quarantaine de kg. Tous ces détecteurs pâtissent toutefois de leur faible capacité à distinguer entre le signal et le bruit de fond radioactif, malgré une forme de discrimination rudimentaire à partir des formes d'événements (la technique de PSD, *Pulse Shape Discrimination* [72]).

Dans les bolomètres, le signal identifiant l'interaction élastique est une élévation de température. Le premier intérêt de cette technique est d'être adaptable *a priori* à des cristaux faits de n'importe quel matériel. De plus, toutes les formes d'énergie se dégradant à terme en chaleur, le signal recueilli devrait être maximal et indépendant du type de particule, et le seuil du détecteur devrait être bas. Plusieurs groupes utilisent ces bolomètres classiques, dévolus à la matière sombre, comme CRESST (Cryogenic Rare Event Search with Superconducting Techniques) et ROSEBUD (Rare Object Search Employing Bolometers UnDerground). D'autres équipes emploient ce genre de détecteur dans un but principal autre que la matière sombre, comme le fait l'expérience de recherche de la désintégration $\beta\beta$ de Milan [9]. Plus récemment, des bolomètres hybrides, ajoutant un signal d'ionisation à celui thermique, ont été développés par ce qui est devenu la collaboration CDMS (Cold Dark Matter Search) [163]. En distinguant reculs d'électrons de reculs de noyaux, cette technique permet de rejeter une partie du bruit de fond, au coût des mêmes restrictions sur les noyaux que dans le cas des détecteurs à semi-conducteur décrits ci-dessus. Maintenant utilisés aussi par la collaboration EDELWEISS, ces bolomètres hybrides font l'objet du chapitre 4.

Enfin, des techniques novatrices voient le jour. D'autres détecteurs, comme les scintillateurs à matrice organique CASPAR, commencent à pouvoir discriminer entre les reculs de noyaux et ceux d'électrons [170]. Les détecteurs à fréon métastable, testés par les collaborations PICASSO (Project In CANada to Search for Supersymmetric Objects [82]) ou SIMPLE (Superheated Instrument for Massive ParticLe Experiments [40]) sont aussi prometteurs. Outre leurs conditions opératoires très simples (pression et température ambiantes), ces appareils présenteront l'avantage notable de ne pas réagir avec le bruit de fond dû aux gammas et béta³. Ce dernier, malgré la grande avancée permise par l'ajout du signal ionisation, continue à retarder l'avancée décisive des bolomètres vers le dernier obstacle prévu que serait le bruit de fond neutronique, ainsi que l'illustrera la suite de ce travail.

3.3 L'expérience EDELWEISS au LSM

Pour étoffer ce panorama des expériences de détection directe, attardons-nous sur le cadre de la collaboration EDELWEISS au sein de laquelle s'est déroulée cette thèse.

3.3.1 La collaboration

EDELWEISS est l'acronyme à justification poétique de l'Expérience pour DEtecter Les WIMPs En Site Souterrain. Deux organismes de recherche français y contribuent, à savoir

3. En revanche, ils ne permettent pas de mesurer des spectres en énergies

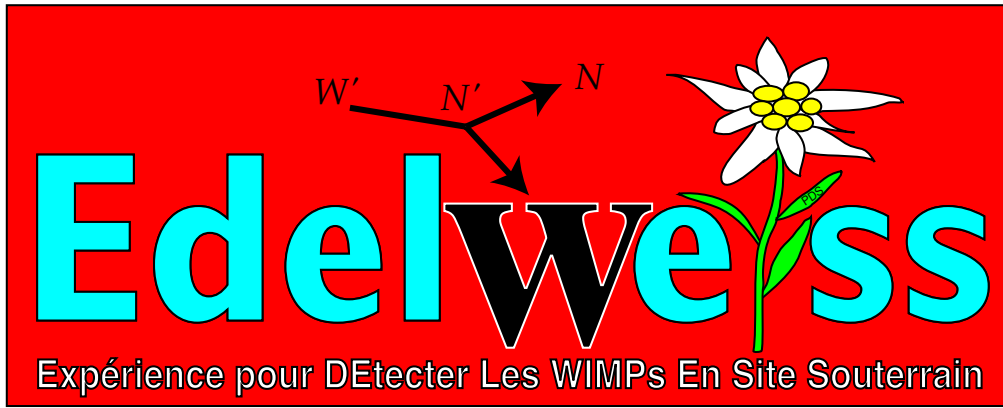


FIG. 3.2 – *Les aventuriers de la masse perdue.*

le CEA (DSM/DAPNIA et DSM/DRECAM) et le CNRS (IN2P3 et INSU). La vingtaine de chercheurs et étudiants qui participe est diverse, aussi bien du point de vue de la nationalité (française, italienne et canadienne) que de la spécialité (physique des particules, nucléaire, du solide, des basses températures, astrophysique).

3.3.2 Le Laboratoire Souterrain de Modane

Un détecteur situé au niveau du sol est exposé à divers rayons cosmiques tels les muons, les pions, les kaons et les protons. Les premiers forment la composante la plus importante, et leur taux vaut environ $70 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ [14, §20.3.1]. Ce taux majorant de loin celui attendu des WIMPs, il convient de s'en affranchir. Voilà pourquoi les expériences cherchant la matière sombre par détection directe le font le plus souvent en site souterrain. Ceci élimine quasiment tous les rayons cosmiques sauf les neutrinos et les muons, ces derniers disparaissant exponentiellement avec la profondeur [23]. La collaboration EDELWEISS opère dans le Laboratoire Souterrain de Modane (LSM). Il se situe sous le massif du Fréjus dans les Alpes franco-italiennes, le long du tunnel autoroutier de 12 km reliant Modane, en France, à Bardonecchia, en Italie. Sa construction remonte au percage du tunnel au début des années quatre-vingts. Si sa taille est moyenne par rapport à celle des autres laboratoires souterrains dans le monde, sa protection est très convenable, comme le montre la table 3.1. Chaque site possède ses propres caractéristiques pétrographiques; pour permettre la comparaison des protections, celles-ci s'expriment en profondeur d'eau équivalente (mwe, *meters water-equivalent*). Le flux de rayons cosmiques diminue exponentiellement avec cette échelle. Il importe aussi de comparer les flux de neutrons rapides; ceux-ci représenteront un fond radioactif difficilement discernable du signal, bien que réductible à l'aide d'un blindage de paraffine.

3.3.3 Source et nature des bruits radioactifs

Le taux faible escompté implique que tous les bruits radioactifs gêneront. Pour réduire ces bruits, non seulement faut-il s'enterrer au LSM mais aussi employer divers blindages. Plusieurs classements de ces bruits existent. Ils peuvent être soit naturels, soit activés par d'autres rayonnements. Nous allons rapidement considérer les bruits du LSM par source [67].

roche Elle fournit des neutrons rapides, essentiellement par radioactivité naturelle (fission spontanée et surtout réactions (α, n) , où les chaînes de l'uranium et du thorium présents

TAB. 3.1 – *Comparaison de divers laboratoires souterrains. Le taux de muons cosmiques diminue exponentiellement avec la couverture en mwe; au LSM, l'atténuation est de six ordres de grandeur [23]. La collaboration CDMS qui occupe en ce moment un site peu profond déménagera d'ici la fin du millénaire dans le site plus propice de Soudan. La mine de Sudbury n'est pour l'instant occupée que par l'expérience de neutrinos SNO.*

Site	Type	Protection (mwe)	Neutrons rapides (/s/cm ²)	Collaboration	Source
Stanford, Etats-Unis	Cave	20	10^{-4}	CDMS	[46]
Soudan, Etats-Unis	Mine	2100	2×10^{-6}	CDMS	[5]
Canfranc, Espagne	Tunnel	2500	Γ	ROSEBUD, NaI Canfranc	[49]
Boulby, Angleterre	Mine	3500	10^{-6}	UKDMC	[167]
Gran Sasso, Italie	Tunnel	3500	10^{-6}	Milano $\beta\beta$, CRESST, Heidelberg- Moscou, DAMA	[123]
LSM, France	Tunnel	4500	$(4 \pm 0.1) \times 10^{-6}$	EDELWEISS	[37, 36, 23]
Sudbury, Canada	Mine	6000	Γ	SNO	[91, 83]

dans la roche émettent les particules α), plutôt que cosmogénique. Le flux total de neutrons rapides vaut $(4 \pm 0.1) \times 10^{-6}/\text{s}/\text{cm}^2$ [37, 36].

atmosphère L'air du LSM contient du radon; or celui-ci se décompose en une longue chaîne de sous-produits [34]. Toutefois, le taux de radon est fortement réduit par la ventilation dans le laboratoire (l'air étant changé deux fois par heure) jusqu'à un taux voisin de $20 \text{ Bq}/\text{m}^3$ [125].

appareillage et blindage Même l'équipement peut rayonner, ainsi que les blindages (paraffine, plomb, cuivre ...).

détecteur Nous verrons dans la section 9.4 que le détecteur lui-même est sans doute radioactif. Si cette radioactivité demeure faible dans l'absolu, elle affectera toutefois nos données.

Les solutions sont diverses. Comme nous avons vu, le site souterrain élimine pratiquement tous les rayons cosmiques. Un balayage à l'azote chasse une partie du radon. Divers blindages peuvent réduire les fonds neutroniques et photoniques. Le plomb, grâce à son numéro atomique élevé, fournit un bon blindage contre les photons. Or un des isotopes du plomb, ^{210}Pb provenant de ^{238}U , est lui-même radioactif, émettant des photons de 46.5 keV avec une demi-vie de 22 ans [34]. Du plomb abrité du générateur du ^{210}Pb perdra l'essentiel de ce dernier au bout d'un temps assez long. Comme beaucoup d'autres expériences à bas-bruit, EDELWEISS emploie donc du plomb archéologique, en l'occurrence provenant d'une épave romaine⁴ [75]. Malgré tout, du bruit de fond subsiste, avec une quantité inévitable provenant des blindages et du détecteur eux-mêmes. Il est essentiellement photonique. Dans le chapitre suivant, nous verrons comment les détecteurs ionisation-chaleur réussissent à rejeter une grande partie de ce fond photonique.

4. La datation du plomb en question fournit un heureux exemple de coopération multidisciplinaire. Les archéologues, notant la piètre qualité des lingots de plomb et certaines inscriptions dessus, leur attribuèrent une date correspondant à la fin de l'empire romain, vers 400 AD [105]. L'analyse par les physiciens C. GOLDBACH et G. NOLLEZ du ^{14}C contenu dans des inclusions de charbon — provenant du bois ayant servi à faire fondre le plomb — corrobora cette estimation [74].

Chapitre 4

Le dispositif de détection cryogénique EDELWEISS

E mentre ch'andavamo inver' lo mezzo
al quale ogne gravezza si rauna,
e io tremava ne l'eterno rezzo.

Dante Alighieri, L'Inferno [10, Canto XXXII.73–75]

Les détecteurs employés par la collaboration EDELWEISS fournissent deux signaux, une impulsion de chaleur et une de charge. Nous étudierons ces deux signaux d'abord indépendamment, avant de considérer leur interaction.

4.1 Bolomètres classiques et voie chaleur

Dans la section 3.2, nous avons passé en revue les diverses méthodes mises en œuvre pour détecter ces reculs de noyaux. La technique de bolométrie consiste à mesurer l'élévation de température du détecteur causée par l'interaction (voir la figure 4.1). Un de ses avantages est que, quel que soit l'effet premier de l'interaction de la particule dans le cristal (ionisation, lumière ...), toute l'énergie qui ne s'est pas échappée finira par se transformer en chaleur¹. La bolométrie se distingue de la calorimétrie, dont les gammes de températures envisagées sont en général beaucoup plus élevées.

En effet, considérons une particule incidente représentative de celles que nous cherchons, déposant environ 2 keV dans le détecteur (§3.2.1.1). Soit alors C la capacité calorifique du cristal dans lequel a lieu l'interaction. L'élévation de température vaudra $\Delta T = E_R/C$. Pour maximiser le signal ΔT , il convient de minimiser la capacité calorifique du détecteur. Or nous avons vu dans la section 3.2.1.2 qu'une forte masse était souhaitée; il convient donc d'agir sur la chaleur spécifique. Dans le cas de cristaux diélectriques, cette dernière varie comme le cube de la température (voir l'annexe B.1). Le tableau B.1 fournit quelques ordres de grandeur pour

1. Une petite fraction de l'énergie peut rester piégée dans des états métastables et ne pas participer au signal, par exemple en créant des défauts dans le réseau [103, §VI]. Généralement, plus de 95% de l'énergie est récupérée au moins au-delà de ≈ 20 keV [8, 194].

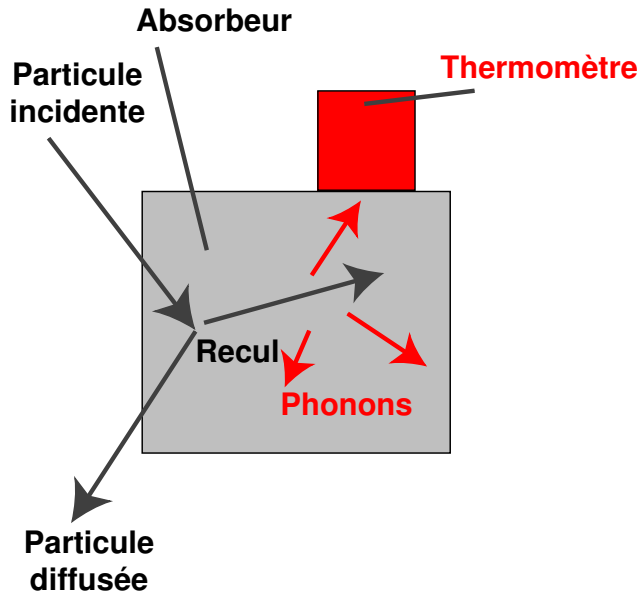


FIG. 4.1 – *Principe du bolomètre classique.*

un détecteur de germanium pesant 70 grammes. Dans le cadre des détecteurs EDELWEISS, nous travaillons à une température de l'ordre de 18 mK. L'élévation relative de température reste pourtant seulement de l'ordre de $\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{1}{1000}$ dans le cas étudié. Nous verrons que la mesure d'un tel signal est réalisable moyennant un dispositif électronique bas-bruit et une infrastructure cryogénique adaptée (§4.4.1). D'ailleurs, la cryogénie compliquera quelque peu la mesure de la seconde voie (§4.2).

La mesure de l'élévation de la température du bolomètre méritera que nous nous y attardions plus longuement dans la section 4.1.2. Pour l'instant, disons que, conceptuellement, un bolomètre se décompose en deux parties. L'interaction de la particule incidente a lieu dans l'absorbeur du bolomètre, et la mesure de l'élévation de température se fait au moyen d'un thermomètre. En pratique, une classification des bolomètres [100] partage ceux-ci entre ceux dits monolithiques², pour lesquels l'absorbeur se confond avec le thermomètre, et ceux dits composites, plus courants, pour lesquels absorbeur et thermomètre sont distincts. Sauf mention particulière, nous ne considérerons que ces derniers. Nous allons nous intéresser aux signaux provenant des bolomètres.

4.1.1 Événements thermiques

Un bolomètre monolithique idéal peut se schématiser par une capacité calorifique C , à une température T , reliée par une conductance thermique g à un cryostat de capacité calorifique infinie et de température T_0 . Soit $\Delta T = T - T_0$ l'écart de température du bolomètre par rapport au bain extérieur. A l'équilibre thermodynamique, il est nul : $\Delta T = 0$. A l'instant initial, une particule dépose une énergie E dans le bolomètre. Supposons ce dernier à l'équilibre et capacité calorifique et conductance constantes sur les gammes de températures envisagées. La résolution de l'équation de chaleur $C \frac{d\Delta T}{dt} = -g\Delta T$ montre que la température du bolomètre

2. Une idée alléchante à première vue serait d'employer des bolomètres monolithiques faits en matériau supraconducteur, opérant juste à la température de transition. Malheureusement, autour de la transition, la capacité calorifique des électrons devient prohibitive.

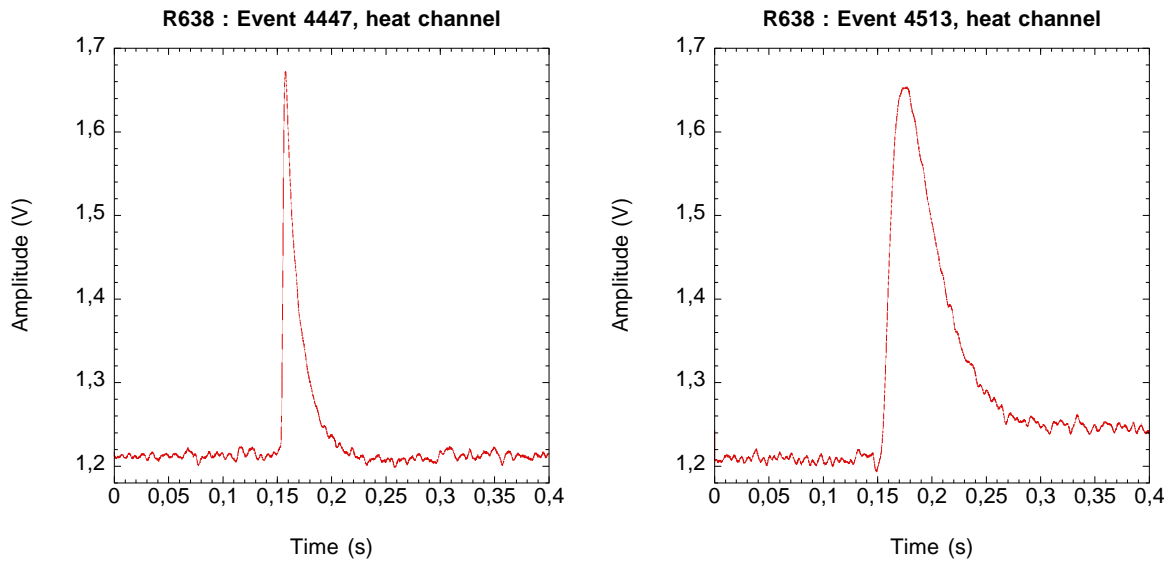


FIG. 4.2 – *Événements thermiques typiques du bolomètre. À gauche, événement dans le thermomètre; à droite, événement dans l'absorbeur.*

suivra une exponentielle décroissante à partir de sa valeur initiale $T_0 + E/C$: $\Delta T = \frac{E}{C} e^{-t/\tau}$ de temps caractéristique $\tau = C/g$. Plus la conductance entre bolomètre et cryostat est faible, ou plus la capacité calorifique du bolomètre est grande, plus la perturbation thermique durera.

En pratique, les impulsions réelles du bolomètre ne correspondent pas à ce modèle. Comme le montre la figure 4.2, il y a deux formes distinctes d'événements. Si la forme du premier type d'événement correspond au modèle qui vient d'être décrit (nous verrons dans la section 4.1.3 pourquoi son temps de montée peut être négligé), il n'en est rien de celle du second type d'événement, qui fait apparaître un temps de montée non-nul, un premier temps de relaxation, court, et un second temps de relaxation beaucoup plus long. Son temps de montée nul nous amène à localiser le premier type d'événement dans le thermomètre lui-même. Le second type d'événement provient d'interactions dans l'absorbeur. L'absence (respectivement la présence) d'ionisation détectée sur la seconde voie corrobore ce raisonnement (§4.5). Dans la figure 4.3 nous ajustons ces deux types d'événements respectivement par une exponentielle, et une combinaison linéaire de trois exponentielles. Ceci fournit pour la décroissance du premier type d'événement une constante de temps $\tau_0 = 14 \pm 1$ ms. Pour le second type d'événement, la constante du temps de montée vaut $\tau_1 = 15 \pm 1$ ms et les deux constantes de décroissance valent respectivement $\tau_2 = 23 \pm 1$ ms et $\tau_3 = 2580 \pm 10$ ms.

Si nous devons à l'évidence abandonner le modèle de bolomètre monolithique idéal, nous n'avons pas encore abouti à une description satisfaisante du détecteur. En effet, les trois constantes de temps semblent impliquer au moins autant de capacités calorifiques. D'une étude sommaire des capacités calorifiques du dispositif (figure 4.4), il ressort que celles-ci ne sont pas faciles à évaluer et qu'au moins quatre d'entre elles partagent des valeurs comparables sans doute. D'autre part, il n'est pas aisé de comprendre pourquoi la décroissance longue ne figure pas dans les événements thermomètre. L'annexe C contient quelques éléments supplémentaires. Nous admettrons que l'amplitude thermique des événements d'une même famille reste proportionnelle à leur énergie.

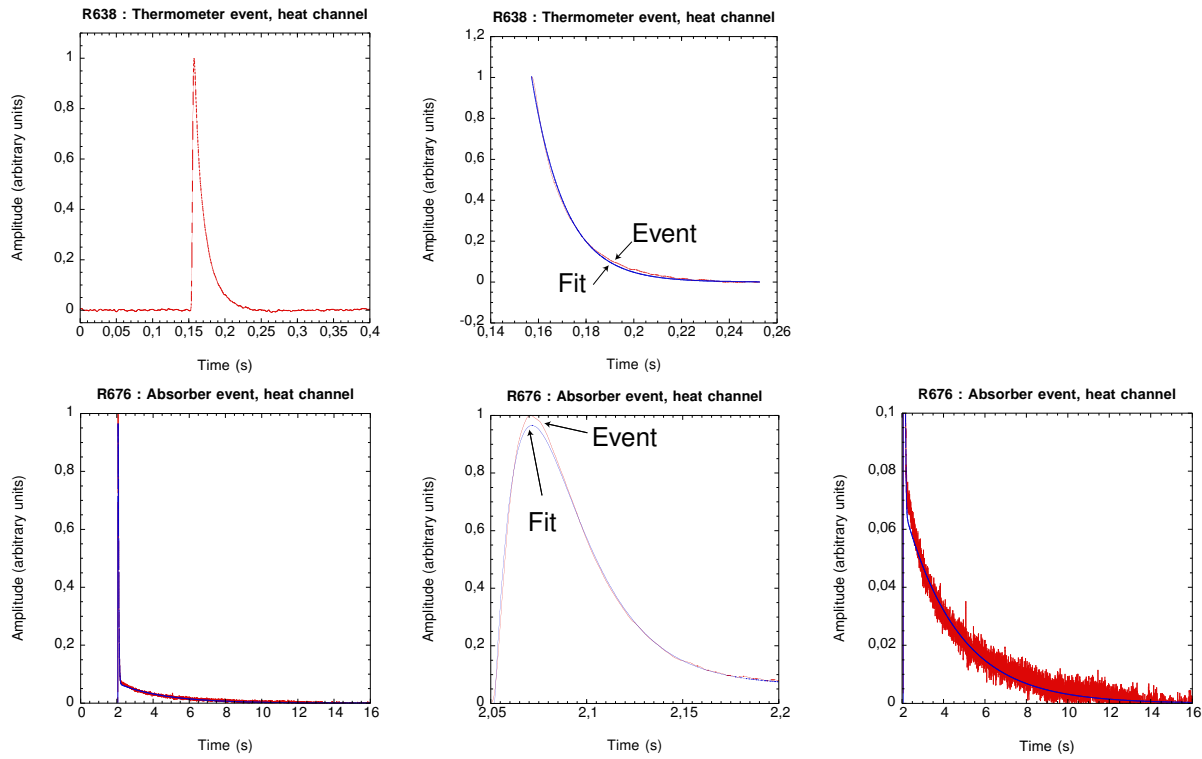


FIG. 4.3 – Ajustements effectués sur l'événement canonique thermomètre (en haut) et l'événement canonique absorbeur (en bas).

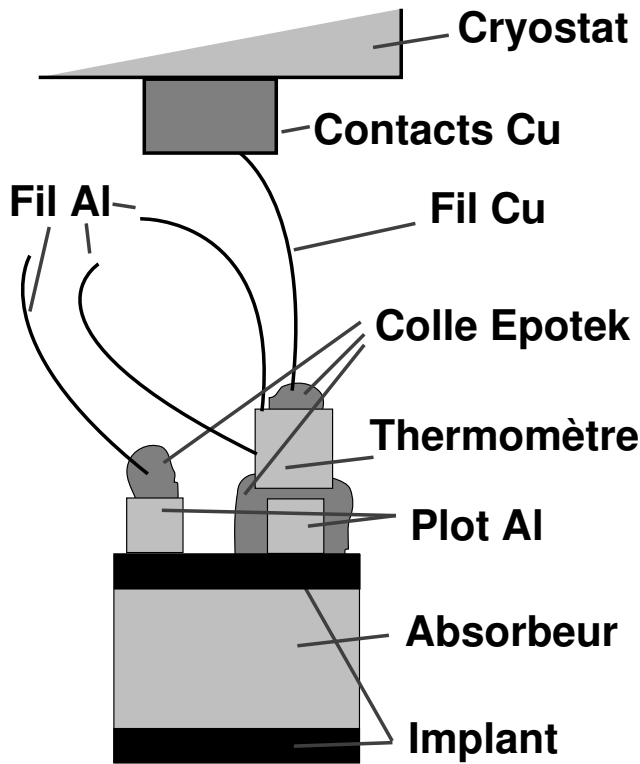


FIG. 4.4 – Schématisation du montage du bolomètre.

4.1.2 Le thermomètre

Le suivi de la température du thermomètre se fait par le biais de la variation de sa résistance. Pour cela, nous lisons la tension aux bornes de la résistance à courant constant : $U(t) = R(T_t) I \Rightarrow \partial_t U = I \partial_{T_t} R \partial_t T_t$. Il convient de maximiser la variation de la résistance afin de récolter un signal aussi important que possible. La sensibilité du thermomètre se caractérise par sa pente adimensionnée $\alpha = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT_t}$. Nous décrirons deux types de thermomètres, l'un ayant servi pour obtenir les données de ce travail, l'autre en cours de développement dans la collaboration.

4.1.2.1 Thermomètres NTD

Les thermomètres utilisés jusqu'à présent pour la prise de données à Modane sont de type *neutron transmutation doped germanium*, ou NTD. Il s'agit de germanium dopé en l'irradiant par des neutrons thermiques afin d'approcher la transition entre semi-conducteur et métal [81]. Sous l'effet du bombardement, certains noyaux de germanium captent un neutron supplémentaire : ${}^{70}_{32}\text{Ge} + n \rightarrow {}^{71}_{32}\text{Ge}$; ${}^{74}_{32}\text{Ge} + n \rightarrow {}^{75}_{32}\text{Ge}$; ${}^{76}_{32}\text{Ge} + n \rightarrow {}^{77}_{32}\text{Ge}$. Avec des demi-vies diverses, ces trois produits fournissent ensuite respectivement ${}^{71}_{31}\text{Ga}$, ${}^{75}_{33}\text{As}$ et ${}^{77}_{33}\text{As}$. Ce dernier se décompose à son tour en ${}^{77}_{34}\text{Se}$. Le cristal se trouve donc dopé aussi bien par des accepteurs que par des donneurs. Notons que cette irradiation neutronique a pour effet secondaire de créer certaines pollutions radioactives, dont le tritium en particulier.

Sur la plage de températures utilisées, la résistance varie comme $R(T_t) = \mathcal{R}e^{\sqrt{\Theta/T_t}}$, où la température caractéristique vaut $\Theta \approx 3.87 \text{ K}$ [193]. Soit ΔT_t l'élévation de température de la thermistance, par rapport à sa ligne de base T_0 , suite à l'arrivée de la particule incidente. Cette élévation reste en général faible devant la température de base T_0 comme nous l'avons vu dans l'introduction de ce paragraphe 4.1. Un développement au premier ordre donne donc la variation de la résistance :

$$R(T_t) \approx \mathcal{R}e^{\sqrt{\Theta/T_0}} \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Theta}{T_0}} \frac{\Delta T_t}{T_0} \right) \quad (4.1)$$

La variation de tension mesurée à la thermistance restera donc proportionnelle à l'amplitude thermique de l'événement, et donc à son énergie. Toutefois, pour un dépôt d'énergie donné, cette tension dépend fortement et de façon très non-linéaire de T_0 , ce qui posera des problèmes si cette dernière température fluctue (section 4.1.4). Ceci est manifeste si nous écrivons la sensibilité et rappelons que $T_0 \ll \Theta$: $\alpha \approx -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Theta}{T_0}}$. Dans les conditions typiques d'opération ($T_0 \approx 18 \text{ mK}$), la résistance de base $\mathcal{R}e^{\sqrt{\Theta/T_0}}$ vaut environ $1 \text{ M}\Omega$. Cet ordre de grandeur s'accorde bien avec des pré-amplificateurs à FET [174, §6]. La sensibilité vaut alors environ -7.

4.1.2.2 Couches minces

Les thermomètres à couches minces consistent en des dépôts sur l'absorbeur. Elles exploitent soit la transition supraconducteur-métal soit celle métal-isolant. Les premières sont employées par exemple sur des bolomètres des expériences CRESST et CDMS [100, 192, 6]. Autour de la température de transition, leur résistance croît abruptement de la valeur nulle du régime supraconducteur, pour atteindre le régime métallique où leur résistance croît légèrement

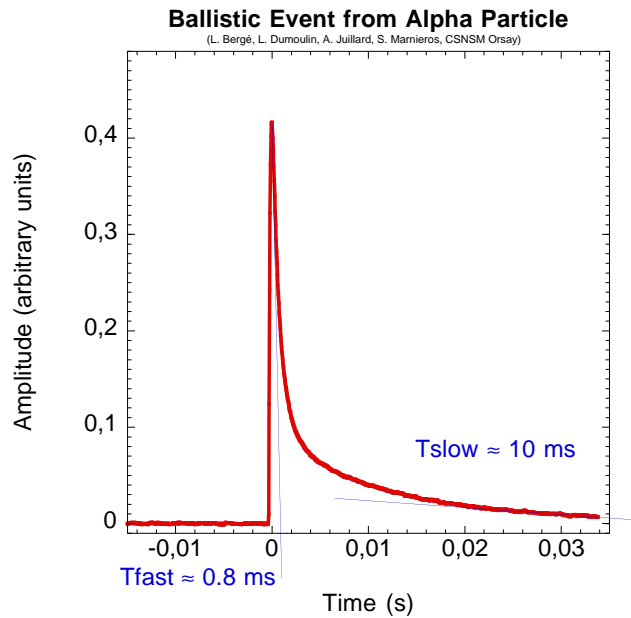


FIG. 4.5 – Événement obtenu par un thermomètre à couche mince. Cette dernière exploite la transition métal-isolant du $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$. Le mode balistique apparaît beaucoup plus rapide que celui thermique et fournit une amplification de ce dernier. Données aimablement fournies par Laurent BERGÉ du CSNSM.

avec la température. Leur faible résistance typique au maximum de sensibilité, de l'ordre de quelques Ohms, nécessite des amplificateurs à SQUID. Pour les secondes, en cours de développement par l'équipe de Louis DUMOULIN au CSNSM [115, 114, 93] pour l'expérience EDELWEISS, la résistance dépend du procédé de fabrication. Typiquement, la résistance est fabriquée pour varier comme celle des NTD. Ses valeurs supérieures au $\text{k}\Omega$ requièrent donc aussi une amplification à JFET.

Par rapport aux senseurs NTD, les couches minces présentent plusieurs atouts. Leur obtention par coévaporation de plusieurs corps permet de contrôler les proportions relatives de ces derniers, et ainsi de jouer sur la température de transition, en l'optimisant par rapport à la température d'opération du détecteur. Le procédé d'évaporation lui-même permet de contrôler la géométrie de la couche mince au moyen de masques. Il justifie aussi l'étymologie de ces thermomètres en leur accordant une finesse allant jusqu'à quelques dizaines d'Ångström. Cette dernière permet, à capacité calorifique constante, de disposer d'une plus large surface de contact avec l'absorbeur. Or cette large surface de contact entre absorbeur et thermomètre rend ce dernier très rapide, et en particulier sensible aux phonons non thermiques. Si cette vitesse présente un avantage en elle-même³, elle fournit en outre une amplification du signal thermique grâce à ces phonons balistiques [189]. La figure 4.5 montre un exemple d'événement obtenu avec un thermomètre à couche mince; nous pouvons y distinguer clairement la phase balistique, très rapide, et celle thermique, relativement plus lente. D'autre part, le faible volume de ces couches minces entraîne qu'elles devraient poser moins de problèmes de contamination radioactive que les NTD, ce qui pourrait éliminer une grande partie du bruit de fond des détecteurs actuels (§9.4).

3. Comme le confirmera quiconque ayant passé une nuit au LSM attendant que se fasse un étalonnage par source radioactive d'un détecteur ayant pour temps caractéristique plusieurs secondes !

Pour conclure, la plus faible chaleur spécifique des couches minces métal-isolant autorise de plus grandes surface de contact à épaisseur constante, et améliore la célérité par rapport aux couches minces supra-métal. Le défi technologique est maintenant d'adapter ces couches minces aux détecteurs ionisation-chaleur.

4.1.3 Influence de la chaîne de lecture

Nous n'observons pas les signaux tels quels à la sortie du bolomètre. La formule 4.1 montre que, pour l'élévation relative de température d'un millièrme et une résistance valant $\mathcal{R}\sqrt{\frac{\Theta}{T_0}} \approx 1 \text{ M}\Omega$, à courant I constant, la variation de tension aux bornes de la thermistance vaudra $\Delta U \approx -\frac{1}{2}I\mathcal{R}\sqrt{\frac{\Theta}{T_0}}\frac{\Delta T_t}{T_0} \approx -(500 \text{ V/A}) \times I$. Or l'effet Joule par lequel le courant I chauffe le thermomètre⁴ avec une puissance RI^2 limite le courant à $I \approx 1 \text{ nA}$. Nous recueillons donc à la sortie du thermomètre des tensions de l'ordre du mV et des variations de tension proches du μV . Le premier rôle de la chaîne de lecture consiste donc à amplifier ces signaux. De plus, elle doit permettre l'échantillonnage numérique des signaux, ce qui se traduit par une limitation du spectre en fréquence de ces derniers, comme nous verrons dans la section 5.5.1. En pratique, la chaîne de lecture comporte donc deux types de composants : des amplificateurs et des filtres passe bas.

4.1.3.1 Amplificateurs

Un pré-amplificateur à FET compose le premier étage amplificateur. Positionné aussi près que possible du bolomètre, compte tenu des exigences cryogéniques (section 4.4.2), cet élément développé par la collaboration est décrit dans la référence [190]. Il sert à amplifier autant que possible le signal (typiquement un facteur 500) afin qu'il domine les bruits qui se rajouteront par la suite. Malheureusement, lui-même rajoute un bruit en $1/f$ au signal, particulièrement gênant, car dans la gamme de fréquences de ce dernier.

L'autre amplificateur essentiel est celui dit à bouclage de phase, ou *lock-in amplifier*, que nous décrirons sommairement. Tout en amplifiant encore le signal, il permet d'éliminer les bruits dans sa bande passante. Il comprend deux composantes déphasées :

- un signal de polarisation de la forme $I_0 \sin(\omega t)$,
- un signal de référence $\sin(\omega t + \phi)$.

Le signal de polarisation excite la thermistance. Nous souhaitons extraire et amplifier la résistance $R(t)$ de cette dernière. Le signal de polarisation ressort du système multiplié par cette fonction de transfert, puis un bruit B des pré-amplificateurs, s'ajoute (figure 4.6). Le tout est réinjecté dans l'amplificateur où il est multiplié par le signal de référence et par un gain G . La sortie $S(t)$ de l'amplificateur à bouclage de phase prend donc la forme suivante :

$$S(t) = G[I_0 R(t) \sin(\omega t) + B(t)] \sin(\omega t + \phi)$$

4. Notons que cet effet peut parfois être un avantage. Un thermomètre de type NTD deviendra moins résistif quand il est chauffé, ce qui diminuera l'effet Joule. Il est alors possible d'asservir le courant de façon à ce que le thermomètre soit à température constante. Nous suivons alors les variations de puissance du dispositif [191]. Une technique semblable existe dans le cas des couches minces supra-conductrices [90]. Cette méthode de contre-réaction électrothermique (*electro-thermal feedback*) permet de se débarrasser des problèmes de variation de la sensibilité des thermomètres avec la température.

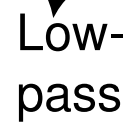


FIG. 4.6 – Principe de l'amplificateur à bouclage de phase. A gauche, sans ce dispositif, un courant I_0 excite la thermistance R , puis un bruit B s'ajoute, dans la bande passante de R . Nous ne pouvons plus obtenir la thermistance dans ce cas. A droite en revanche, l'amplificateur à bouclage de phase excite la thermistance à haute fréquence avant que ne s'ajoute le bruit. L'ensemble subit enfin la même excitation; un passe bas élimine ensuite le bruit, maintenant à haute fréquence. En pratique, pour suivre l'évolution de la ligne de base, nous avons travaillé en DC, ce qui réduit quelque peu l'efficacité de la technique décrite ici.

$$= GI_0 R(t) \frac{\cos(\phi) - \cos(2\omega t + \phi)}{2} + GB(t) \sin(\omega t + \phi) \quad (4.2)$$

Choisissons ω de façon à ce que les variations de la polarisation et de la référence soient rapides devant celles de la thermistance R et donc devant celles du bruit B (dans notre cas, $\omega/2\pi \approx 2$ kHz). Si le déphasage ϕ vaut zéro, alors :

$$S(t) = GI_0 R(t) \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} + GB(t) \sin(\omega t) \quad (4.3)$$

où apparaissent un terme variant lentement, $R(t)$, et deux termes variant rapidement, à savoir $R(t) \cos(2\omega t)$ et $B(t) \sin(\omega t)$. Un filtre passe-bas appliqué à $S(t)$ permet donc de recueillir uniquement la composante $R(t)$, amplifiée par le gain G , qui vaut 100 ici. Cet appareil permet donc de s'affranchir des bruits en $1/f$ de l'électronique située en amont de la chaîne (typiquement les préamplis), qui sont gênants car à des fréquences voisines de celles du signal.

En pratique, l'intensité I_0 se maximise en respectant la contrainte de ne pas chauffer le dispositif outre mesure, c'est à dire en maximisant le rapport signal sur bruit. Le déphasage ϕ se fixe en deux temps. Quand il vaut $\pi/2$, la valeur moyenne dans le temps de la sortie est nulle, comme le montre l'expression 4.2, alors combinaison linéaire de sinus et cosinus. Nous réglons donc d'abord le déphasage ϕ de manière à obtenir un signal de sortie nul. Ensuite nous modifions ce déphasage de $\pi/2$, afin d'obtenir le signal amplifié.

Le second intérêt de ce type d'amplificateur est qu'il possède aussi un dispositif permettant de soustraire un niveau constant au signal. Vu qu'au départ les fluctuations du signal sont de l'ordre du pour mille, ceci permet d'avoir une plus grande dynamique sur le signal obtenu. En contrepartie, ceci perd l'information importante que représente le niveau absolu de la ligne de base.

Notons enfin que le filtre CSNSM décrit à la section suivante fournit aussi une amplification, d'un facteur 5.

4.1.3.2 Filtres

Les filtres servent à éliminer certains bruits, généralement à haute fréquence, et à permettre l'échantillonnage du signal. En particulier, les données chaleur discutées jusqu'ici ont été prises avec un filtre passe-bas (filtre dit CSNSM) réglé pour une fréquence de coupure à $f_0 = 100$ Hz ou $f_0 = 300$ Hz. Cette coupure en fréquence fournit le plancher suivant aux temps numérisés : $t_0 = \frac{1}{2\pi f_0} \approx 1.6$ ms. Ceci justifie pourquoi nous ne tenons pas compte thermiquement du temps de montée des événements-thermomètre : ce temps est fixé par le filtrage et non par un phénomène thermique.

4.1.4 Dérive de température et ligne de base

La formule 4.1 fournit l'approximation linéaire de la résistance du thermomètre pour un dépôt d'énergie donné. La ligne de base se définit comme la température de référence du thermomètre, celle en l'absence d'interaction, à savoir T_0 , ou la résistance associée à tension de biais constante. La température de référence intervient de façon non-linéaire dans cette relation. Les variations de résistance (formule 4.1) peuvent se réécrire :

$$\Delta R = -\frac{\mathcal{R}e\sqrt{\Theta/T_0}}{2} \sqrt{\frac{\Theta}{T_0}} \frac{\Delta T_t}{T_0} \quad (4.4)$$

Or il se peut que la température du cryostat fluctue au cours d'une acquisition, avec des temps caractéristiques toutefois grands devant ceux des impulsions en général. Cette dérive de ligne de base implique donc qu'une même énergie incidente puisse donner des résistances différentes pour peu que T_0 ait varié un tantinet : plus le système chauffe, plus les signaux sont affaiblis, puisque l'expression 4.4 décroît en valeur absolue quand T_0 augmente. En effet, si la capacité calorifique de l'absorbeur varie peu, un même apport d'énergie causera un même échauffement ΔT_t à des températures voisines T_0 et $T_0 + \Delta T_0$. Alors, la variation de la résistance se linéarise comme :

$$|\Delta R_{T_0+\Delta T_0}(\Delta T_t)| - |\Delta R_{T_0}(\Delta T_t)| \approx -\frac{\mathcal{R}e^{\sqrt{\Theta/T_0}}}{2} \sqrt{\frac{\Theta}{T_0}} \frac{\Delta T_t}{T_0} \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\Theta}{T_0}} + 3 \right) \frac{\Delta T_0}{T_0} \quad (4.5)$$

Pourtant, *a priori*, il est possible de circonvenir ce problème en acquérant la ligne de base, ce qui nécessite de suivre la résistance en courant continu pour conserver sa composante continue, T_0 . En pratique, les choses se compliquent à cause de l'amplificateur à bouclage de phase, dont nous réglons le décalage afin d'augmenter les fluctuations relatives de tension, ce qui fait perdre la valeur absolue de la ligne de base si les réglages de l'amplificateur ne sont pas consignés scrupuleusement.

4.2 Bolomètres ionisation-chaleur

Nous avons vu dans le chapitre 3 que, du point de vue de la recherche directe de matière sombre, la bolométrie présentait l'avantage d'être applicable à un grand nombre de noyaux. Ce même chapitre a aussi énuméré les divers bruits de fond radioactifs. La collaboration CDMS et les précurseurs de UKDMC ont montré qu'il est possible de s'affranchir d'une grande partie de ces bruits de fond pour peu que nous acceptions de ne considérer que des bolomètres faits en matériau semi-conducteur [163, 171, 162]⁵.

4.2.1 Interactions dans la matière et ionisation

En première instance, une particule interagissant dans un semi-conducteur chauffe ce cristal comme n'importe quel autre matériau. Mais il crée aussi un nombre de paires électron-trou proportionnel à l'énergie qu'il dépose. Soit ϵ l'énergie nécessaire à la création d'une paire. Une particule déposant une énergie E engendre un nombre de paires électron-trous $\frac{E}{\epsilon}$. Une tension de polarisation V appliquée au détecteur collecte ces paires. Cette charge électrique constitue le signal d'ionisation :

$$\mathcal{S}_I = e \frac{E}{\epsilon} \quad (4.6)$$

Or l'énergie ϵ nécessaire pour créer une paire électron-trou dépend du mécanisme de dépôt de l'énergie. Passons ces mécanismes en revue; le lecteur se rapportera à la référence [103] pour de plus amples détails. Nous en profiterons pour faire quelques remarques sur les distances de parcours des particules dans la matière.

5. Il semble que le groupe anglais ait publié en premier, mais a dû abandonner la technique peu après vu les difficultés rencontrées à travailler dans le silicium (température de Debye meilleure que le germanium, mais plus difficile de créer des paires électrons-trous). Les américains publièrent leurs résultats peu de temps après les anglais, et purent mener leurs développements jusqu'au bout dans le germanium.

4.2.1.1 Interactions de neutrons dans la matière

Les neutrons dont l'énergie cinétique est de l'ordre de la fraction d'eV sont dits thermiques; ceux aux énergies de l'ordre de l'eV sont dits épithermiques; ceux dont l'énergie avoisine le MeV sont dits rapides.

interaction inélastique Les neutrons thermiques interagissent essentiellement d'une manière inélastique avec des noyaux (absorption, capture). Le noyau ainsi créé peut être instable et produire à son tour d'autres particules énergétiques comme des photons et des alphas.

diffusion élastique Les neutrons rapides diffusent élastiquement sur des noyaux, transférant à ces derniers une énergie de recul dont l'énergie est donnée en annexe par la formule A.2.

Notons que du point de vue de leurs interactions, les WIMPs cherchés se comporteraient d'une manière analogue aux neutrons rapides. Nous ne pourrions donc pas employer cette méthode pour distinguer les WIMPs des neutrons rapides. La courbe de transmission des neutrons rapides dans la matière est exponentiellement décroissante, avec une distance caractéristique de quelques dizaines de centimètres [97, §2.IV].

4.2.1.2 Interactions de photons dans la matière

En pratique, la plupart des interactions de photons dans le détecteur sera d'énergie inférieure au MeV. Les principales interactions seront alors l'effet Compton et l'effet photoélectrique, et, éventuellement au-dessus du MeV, la création de paires.

effet photoélectrique Il s'agit de l'ionisation d'un atome sous l'effet de l'absorption d'un photon incident. L'électron se retrouve libre avec l'énergie incidente du photon à laquelle il convient toutefois de retrancher l'énergie de liaison de la particule chargée [184, §11.4]. Pour une énergie incidente donnée, ceci fournit un spectre en énergie sous forme de pic.

diffusion Compton Il s'agit de la diffusion élastique d'un photon sur un électron. La particule incidente cède une portion variable de son énergie [95, §6]. Pour une énergie incidente donnée, le spectre d'énergie transférée prend donc la forme d'un continuum avec un front inférieur à l'énergie incidente.

création de paires C'est la création d'une paire électron-positron par l'annihilation de deux photons. Typiquement, le photon incident interagit avec le champ d'un atome [184, §11.4].

La section efficace totale des interactions photon-matière s'obtient en sommant les trois processus ci-dessus. Sans expression simple, elle s'écrit [103] :

$$\sigma = \pi r_0^2 \left[Z f_C(E_\gamma) + \frac{Z^2}{137} f_A(E_\gamma, Z) + \alpha \frac{Z^n}{E_\gamma^p} \right] \quad (4.7)$$

Deux conclusions ressortent pour les photons :

- pour les valeurs de Z des détecteurs usuels (32 dans le cas du germanium), l'effet photoélectrique prédomine jusqu'à des énergies incidentes de quelques centaines de keV, l'effet Compton prenant le relais jusqu'à quelques dizaines de MeV, et la création de paires fermant la marche au-delà;

- contrairement au spectre photoélectrique, celui de l'effet Compton est continu, ce qui compliquera l'étude des collectes incomplètes de charge (§9.4).

D'autre part, la courbe de transmission des photons suit une exponentielle décroissante [97, §2.III]. A 15 keV la distance d'interaction typique est de 17 μm ; à 40 keV, elle est de l'ordre de 0.3 mm; à 100 keV elle se rapproche de 2 mm.

4.2.1.3 Interactions de particules chargées dans la matière

Electrons et autres particules chargées interagissent surtout en ionisant les atomes du matériau [184, §11.2]. De ce fait, les électrons réagissent beaucoup dans la matière et ralentissent rapidement, tout en dispersant leur énergie sur un volume relativement important suite aux diffusions vers l'arrière. Leur courbe de transmission s'arrête brusquement [97, §2.II]. Des particules β de 10 keV pénétreront d'environ 0.5 μm dans le germanium; pour une énergie de 60 keV, la distance typique est de 10 μm . Notons que les muons, plus massifs, parviennent à traverser les montagnes (§3.3.2).

De ces rappels il apparaît que deux types d'interactions existent. Les photons et les électrons produiront essentiellement des reculs d'électrons, alors que les neutrons et les WIMPs produiront des reculs de noyaux. Or, vu la désadaptation de masse entre noyaux et électrons, dans un semi-conducteur, pour une énergie cinétique égale, un recul de noyau créera bien moins de paires électron-trou que ne le fera un recul d'électron. Dans le germanium, pour créer une paire, un photon doit céder l'énergie $\epsilon_\gamma \approx 3 \text{ eV}$ [97, §11.II.A]. Dans le cas des neutrons, la valeur est plus importante: $\epsilon_n \approx 12 \text{ eV}$. Un photon ayant une énergie de quelques keV se signalera donc par quelques milliers de paires électrons-trous; un neutron déposant la même énergie en créera environ quatre fois moins. Notons que la différence entre ces énergies de création de paires et le gap, qui dans le germanium vaut 0.7 eV [96, §8], passe directement en chaleur.

D'autre part, il convient de remarquer que parmi ces interactions, certaines peuvent engendrer une seconde réaction à leur tour. C'est en particulier le cas de l'effet Compton. Après une première diffusion Compton dans le détecteur, le photon, moins énergétique, peut réagir de nouveau, s'il reste dans le détecteur. Il le fait alors soit par effet photoélectrique vu que son énergie est moindre, et il aura alors cédé la totalité de son énergie au détecteur, soit par une seconde diffusion Compton. Dans le second cas, le même choix se présente, et ainsi de suite jusqu'à ce que la particule ait quitté le détecteur ou lui ait cédé toute son énergie. En pratique il s'avère nécessaire d'effectuer des simulations pour connaître la distribution des interactions Compton et photoélectrique d'une particule dans une géométrie de détecteur donnée.

4.2.2 Discrimination entre reculs d'électrons et de noyaux

4.2.2.1 Principe

La comparaison entre le signal thermique et le signal électrique d'une particule permet donc de discriminer entre les différents types d'interactions. En effet pour une particule de type i , en première approximation (jusqu'à la section 4.2.3), l'énergie thermique déposée vaudrait $E_T = E$. Cette énergie thermique fournit le signal thermique qui serait donc proportionnel à celui d'ionisation: $\mathcal{S}_T = E_T = \frac{\epsilon_i}{e} \mathcal{S}_I$. La pente dans le diagramme signal ionisation - signal

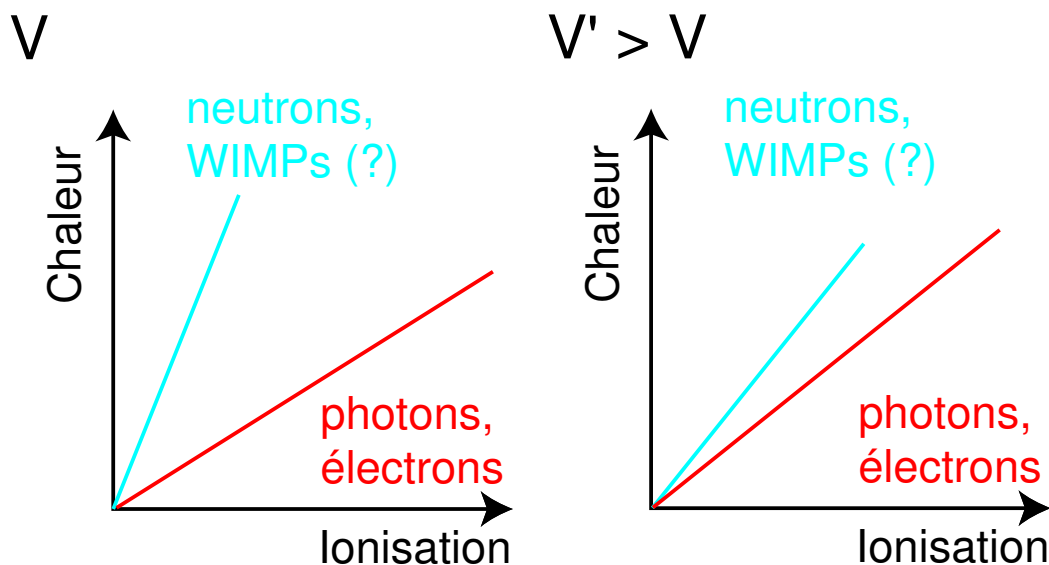


FIG. 4.7 – A gauche, principe de la discrimination entre deux populations de reculs. A droite, illustration de l'effet Luke-Neganov : sous l'effet d'une polarisation plus grande, les droites se rapprochent si elles sont exprimées en keV équivalent-électrons (§4.2.4). La discrimination diminue aussi en pratique, surtout aux basses énergies, à cause des résolutions non nulles qui font qu'il s'agit de bandes et non de droites.

chaleur, $\frac{\epsilon_i}{e}$, permet ainsi d'identifier la population i . Le schéma de la figure 4.7 montre en particulier que les neutrons et les WIMPs (reculs de noyaux, ionisation médiocre) auront une pente plus grande que les photons et électrons (reculs d'électrons, ionisation efficace). A noter que dans le cadre des approximations de ce paragraphe, les pentes de deux populations i et j , et donc leur rapport $r = \epsilon_i/\epsilon_j$. Notons aussi que la résolution imparfaite des voies fait qu'il s'agira plutôt de bandes que de droites pour chaque population.

4.2.2.2 Mise en œuvre

Le détecteur consiste donc en un bolomètre en matériau semi-conducteur. Au dispositif de mesure de la chaleur, décrit dans la section 4.1, s'ajoute celui de la mesure de la charge (voir la figure 4.8). Deux surfaces du cristal sont implantées avec des atomes de bore et de phosphore respectivement pour acquérir un caractère métallique. Ces couches jouent le rôle des électrodes de la diode p-i-n qu'est le détecteur⁶. Une tension de polarisation adéquate entre ces électrodes fait dériver les paires électron-trou libérées lors de l'interaction vers les électrodes, où un montage électrique permet de compter puis de relâcher les charges. La fabrication de ces détecteurs et la stabilité de la voie ionisation est détaillée dans la référence [127]. Notons que la vitesse du signal charge est très grande par rapport au signal chaleur comme le montre la figure 4.9 (durée typique de quelques millisecondes plutôt que quelques secondes).

Le principe de la voie ionisation est celui des premiers détecteurs à avoir été utilisés pour la recherche directe de la matière sombre (§3.2). Ces derniers détecteurs reposent sur une

6. Il s'agit plus exactement d'une diode de type p+ - i - n+

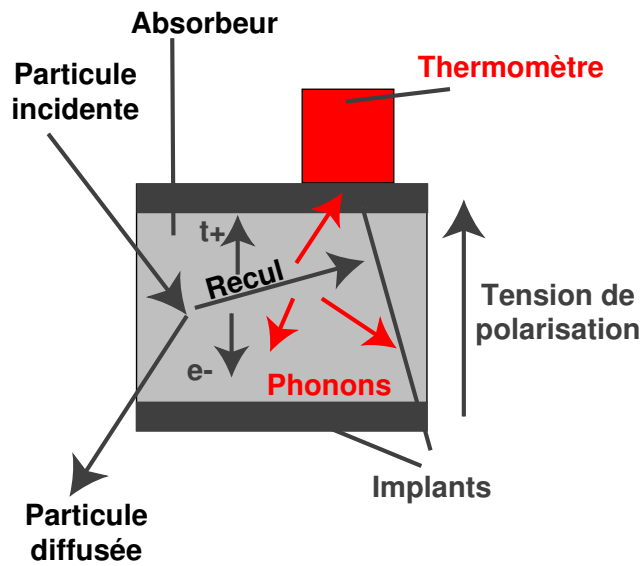


FIG. 4.8 – *Principe du détecteur hybride ionisation-chaleur.*

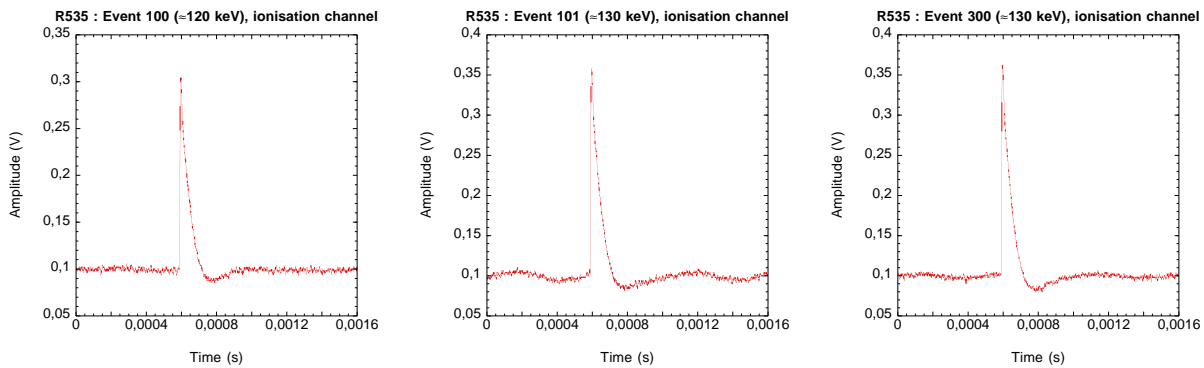


FIG. 4.9 – *Événements typiques de la voie ionisation. Notons le bruit à relativement basse fréquence, visible surtout dans le deuxième événement.*

technique bien éprouvée. Dans le cas des détecteurs ionisation-chaleur à bas bruit de fond radioactif, des complications interviennent toutefois. La première concerne le critère de basse température. En effet, les amplificateurs requis pour lire la charge risqueraient de rayonner sur le bolomètre, lui cédant une puissance thermique parasite. De plus, ces amplificateurs peuvent être une source de contamination radioactive. Pour ces deux raisons, il est donc nécessaire de câbler le dispositif de façon à ce que les amplificateurs soient loin du détecteur. Dans le cas du bolomètre EDELWEISS, il y a une quarantaine de centimètres entre le bolomètre et les pré-amplis, alors qu'une diode typique se trouve à quelques centimètres, voire millimètres de ses amplificateurs [97, §III.A]. D'ailleurs, les détecteurs à ionisation qui se veulent à bas-bruit radioactif subissent cette même contrainte [17]. Ce câblage additionnel induit lui même des bruits supplémentaires dans le dispositif (microphonies et capacités parasites).

D'autre part, nous avons pour l'instant vaguement qualifié la tension de polarisation comme étant adéquate. En fait son choix est compliqué dans le cas des bolomètres ionisation-chaleur. Notons d'abord que même avec une polarisation externe nulle, il y aurait un signal dans le détecteur à cause du champ interne de la diode, qui vaut -0.7 V dans le cas du germanium (voir la section 4.2.3.3). Cependant, une tension de polarisation faible ne permet pas de recueillir complètement la charge, à cause des défauts dans le cristal. Pour cette raison, les détecteurs à semi-conducteur classiques emploient une polarisation de l'ordre du kiloVolt par centimètre. Or nous verrons dans la section suivante les raisons pour lesquelles nous sommes limités à des polarisations de quelques Volts dans le cadre des détecteurs ionisation-chaleur.

4.2.3 L'effet Luke-Neganov

L'effet Luke-Neganov dans un semi-conducteur $[110]^7$ est l'analogie du chauffage ohmique dans un conducteur.

4.2.3.1 Amplification du signal chaleur

Il s'agit de l'amplification du signal chaleur par le signal d'ionisation. Les paires électron-trou créées par les mécanismes décrits dans le paragraphe 4.2.1 dérivent sous l'action du champ de polarisation. Au cours de leur transport, elles heurtent le réseau, le chauffant et lui cédant une énergie correspondant au travail de la force électrique. Cette énergie est proportionnelle au nombre de charges E/ϵ , à la tension de polarisation V et au chemin parcouru. Si les charges parviennent toutes aux électrodes, elle vaut $E_I = \frac{E}{\epsilon}eV$. Le bilan des énergies s'établit alors comme suit :

$$E_T = E + E_I = E + \frac{E}{\epsilon}eV \quad (4.8)$$

Les signaux ionisation et thermique deviennent respectivement :

$$\mathcal{S}_I = \frac{E}{\epsilon}e \quad (4.9)$$

$$\mathcal{S}_T = \frac{E}{\epsilon}eV + E \quad (4.10)$$

7. A ma connaissance, de LUKE et NEGANOV, seul le premier a publié un article sur l'effet dont il est question dans ce paragraphe. La petite histoire (apocryphe?) veut que NEGANOV aurait observé l'effet en premier, et aurait cherché à le breveter. L'inertie de la bureaucratie soviétique aurait alors suffi à faire traîner la demande de brevet le nombre d'années nécessaires à ce que LUKE redécouvre l'effet indépendamment.

Ceci montre qu'un facteur proportionnel à la polarisation vient s'ajouter au signal chaleur. Dès une polarisation de 3 V, le signal chaleur d'un photon se trouve doublé en amplitude. La tentation serait de travailler sous la polarisation maximale que puisse soutenir le semi-conducteur avant de devenir conducteur afin de récupérer les plus grands signaux possibles. Le signal chaleur reproduirait alors celui de charge. Le paragraphe suivant tempérera ce zèle. Entre temps, les équations 4.9 et 4.10 montrent une relation de proportionnalité entre signal ionisation et signal chaleur, différente de celle approximative de la section 4.2.1 en ce qu'elle dépend maintenant de la tension de polarisation:

$$\mathcal{S}_T = \left(V + \frac{\epsilon}{e}\right) \mathcal{S}_I \quad (4.11)$$

Elle se traduit dans le plan ionisation-chaleur par une famille de droites passant par l'origine et dont la pente dépend de la polarisation et du nombre de paires créées. Notons enfin que si E s'exprime bien en **keV recul**, \mathcal{S}_T devrait s'exprimer en **keV chaleur**.

4.2.3.2 Implications pour la discrimination

En tenant compte de l'effet Luke-Neganov, le rapport des pentes de deux populations i et j dépend maintenant de la polarisation :

$$r = \frac{\mathcal{S}_T^i / \mathcal{S}_I^i}{\mathcal{S}_T^j / \mathcal{S}_I^j} = \frac{eV + \epsilon_i}{eV + \epsilon_j} \quad (4.12)$$

Ce rapport tend vers un quand la polarisation augmente. Ainsi une trop grande polarisation nuit à la discrimination, comme le montre la figure 4.7, puisque les bandes correspondant aux deux populations se chevaucheront de plus en plus. En pratique, dans le germanium, pour lequel les énergies de création de paires valent quelques eV, la tension de polarisation est donc limitée à quelques Volts. A noter qu'à un signal d'ionisation donné, la différence d'énergie thermique de deux populations ne dépend pas de la polarisation : $E_T^i(\mathcal{S}_I) - E_T^j(\mathcal{S}_I) = \frac{\epsilon_i - \epsilon_j}{e} \mathcal{S}_I$.

4.2.3.3 Du champ total dans la diode p-i-n

Notons au passage qu'un champ supplémentaire s'ajoute au champ appliqué dans une diode p-i-n, mais qu'il n'apparaît pas dans le bilan de l'effet Luke-Neganov. En effet, dans un semi-conducteur dopé p+ à basse température, la conduction se fait par les trous dans le continuum voisin de la bande de valence (la température basse empêcherait que les trous des niveaux discrets de type p conduisent). De même, dans un semi-conducteur de type n+ à basse température, la conduction se fait par les électrons dans le continuum près de la bande de conduction. Quand on met en contact le côté p+ et le côté n+ (éventuellement par l'intermédiaire d'une tranche de type intrinsèque pour faire une diode p-i-n) et qu'on court-circuite l'ensemble, les électrons iront de la bande de conduction n+ à la bande de valence p+ pour égaliser leur potentiel chimique. Ceci créera donc un champ interne inverse dans la diode égal au gap de celle-ci (en l'occurrence -0.7 V pour le germanium). Ce champ⁸ s'ajoutera aux champs externes appliqués (-2 V et -6 V ici) pour dériver les charges.

Or ce champ supplémentaire ne figure pas dans le bilan de l'effet Luke-Neganov. S'il libère effectivement une énergie égale au produit de sa valeur par le nombre de charges collectées, il

8. D'ailleurs la présence de ce champ implique vraisemblablement la présence de contre-champs dans les électrodes p+ et n+ afin de conserver le potentiel électrique.

ne fait que restituer l'énergie qui a été employée pour créer ces charges au départ. Donc seuls les champs appliqués comptent pour l'effet Luke-Neganov.

4.2.4 Normalisation des diagrammes ionisation-chaleur

En pratique, il paraît commode de considérer non pas les amplitudes d'ionisation et de chaleur, mais d'énergies normalisées d'ionisation et de chaleur. Ceci permet de comparer des diagrammes pris sous diverses tensions de polarisation, et de reconnaître facilement les pics fournis par des sources de calibration de photons. Le signal chaleur étant déjà l'énergie thermique, il faut d'abord normaliser le signal de charge pour en faire une énergie. Nous prenons tout simplement pour l'énergie normalisée d'ionisation $\mathcal{S}_I \epsilon_\gamma / e = E \epsilon_\gamma / \epsilon_i$. La convention adoptée pour la voie chaleur consiste ensuite à se ramener à des énergies équivalentes de recul d'électrons, c'est à dire à imposer pour les photons l'égalité des deux énergies normalisées. En notant \mathcal{E}_I et \mathcal{E}_T les énergies normalisées, et $\zeta = \mathcal{E}_T / \mathcal{S}_T$ le facteur de normalisation pour la chaleur, il faut que $\mathcal{E}_I^\gamma = \mathcal{E}_T^\gamma$. Ceci fournit donc la normalisation, à savoir $\zeta = \epsilon_\gamma / (Ve + \epsilon_\gamma)$. Les énergies normalisées s'écrivent donc d'après les relations 4.9 et 4.10 :

$$\mathcal{E}_I = \mathcal{S}_I \frac{\epsilon_\gamma}{e} = E \frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_i} \quad (4.13)$$

$$\mathcal{E}_T = \mathcal{S}_T \frac{\epsilon_\gamma}{eV + \epsilon_\gamma} = \frac{eV + \epsilon_i}{eV + \epsilon_\gamma} E \frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_i} \quad (4.14)$$

Ces énergies normalisées s'expriment en **keV équivalent-électron** (keV ee). Les droites du diagramme ionisation-chaleur suivent alors

$$\mathcal{E}_T = \frac{eV + \epsilon_i}{eV + \epsilon_\gamma} \mathcal{E}_I \quad (4.15)$$

Par construction, pour les photons, l'énergie normalisée d'ionisation s'identifie à l'énergie de la particule incidente. Contrairement aux cas précédents, la normalisation viole l'invariance lors de variations de la tension de polarisation de la distance entre deux types de particules à énergie incidente donnée. En effet le signal normalisé chaleur tend vers le signal normalisé d'ionisation quand la polarisation augmente.

4.2.5 Facteur de quenching

4.2.5.1 Définition

A une énergie donnée, le facteur de quenching \mathcal{Q} représente le rapport entre la charge créée d'une part par un recul atomique, et d'autre part par un recul électronique. Il s'agit donc de la comparaison entre l'ionisation créée par un neutron par exemple, et celle créée par un photon, pour une même énergie incidente. A ce titre, le facteur s'exprime :

$$\mathcal{Q}(E) = \frac{\mathcal{S}_{I_n}}{\mathcal{S}_{I_\gamma}} = \frac{\mathcal{E}_{I_n}}{\mathcal{E}_{I_\gamma}} = \frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_n} \quad (4.16)$$

Le facteur ne dépend pas de la tension de polarisation. Il peut toutefois s'écrire en fonction des énergies normalisées. L'énergie normalisée chaleur dépend de la polarisation (formule 4.14),

donc il faut corriger par un terme où celle-ci apparaît explicitement :

$$\mathcal{Q}(E) = \frac{1}{\frac{\mathcal{E}_{Tn}}{\mathcal{E}_{In}} \left(1 + \frac{eV}{\epsilon_\gamma}\right) - \frac{eV}{\epsilon_\gamma}} \quad (4.17)$$

En notant $\eta = \frac{\mathcal{E}_I}{\mathcal{E}_T}$ le rapport ionisation sur chaleur, l'écart-type du facteur de quenching s'écrit :

$$\sigma_{\mathcal{Q}} = \left(1 + \frac{eV}{\epsilon_\gamma}\right) \frac{\mathcal{Q}^2}{\eta^2} \sigma_\eta \quad (4.18)$$

4.2.5.2 Application à la détermination de l'énergie de recul

Nous disposons maintenant de trois méthodes pour déterminer l'énergie de recul d'un événement à partir des signaux physiques. Si nous ignorons la nature du recul en question, nous pouvons soustraire le signal chaleur à celui de charge en tenant compte de la polarisation comme suit :

$$E = \mathcal{S}_T - V\mathcal{S}_I = \left(1 + \frac{eV}{\epsilon_\gamma}\right) \mathcal{E}_T - \frac{eV}{\epsilon_\gamma} \mathcal{E}_I \quad (4.19)$$

Cette méthode présente l'inconvénient de cumuler les erreurs, et ce de façon croissante avec la polarisation :

$$\sigma_E = \sqrt{\left(1 + \frac{eV}{\epsilon_\gamma}\right)^2 \sigma_{\mathcal{E}_T}^2 + \left(\frac{eV}{\epsilon_\gamma}\right)^2 \sigma_{\mathcal{E}_I}^2} \quad (4.20)$$

La figure 9.3 illustre cet inconvénient.

Dans le cas où nous sommes certains de n'avoir affaire qu'à des reculs de noyaux, nous pouvons employer le facteur de quenching et soit le signal ionisation soit celui chaleur. Dans le premier cas, l'énergie de recul et son erreur s'écrivent :

$$E = \frac{1}{\mathcal{Q}} \mathcal{E}_I \quad (4.21)$$

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\mathcal{E}_I}}{\mathcal{E}_I}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\mathcal{Q}}}{\mathcal{Q}}\right)^2} \quad (4.22)$$

Dans ce cas, ni l'énergie ni son erreur ne dépendent explicitement de la polarisation, même si nous pourrions constater expérimentalement que la résolution du signal charge dépend légèrement de la tension.

Dans le second cas,

$$E = \frac{eV + \epsilon_\gamma}{\mathcal{Q}eV + \epsilon_\gamma} \mathcal{E}_T \quad (4.23)$$

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\mathcal{E}_T}}{\mathcal{E}_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\mathcal{Q}}}{\mathcal{Q} + \frac{\epsilon_\gamma}{eV}}\right)^2} \quad (4.24)$$

A polarisation nulle, nous trouvons bien sûr la même chose qu'en soustrayant l'effet Luke-Neganov au signal chaleur (formule 4.20) : $\sigma_E \stackrel{V=0}{=} \sigma_{\mathcal{E}_T}$. D'autre part, l'erreur sur le facteur de quenching contribue toujours moins dans ce cas que dans celui de la voie ionisation (formule 4.22); mais la différence s'estompe au fur et à mesure que la polarisation augmente,

comme nous pouvions nous y attendre vu que le signal chaleur duplique alors le signal ionisation. Etant donné l'incertitude sur le facteur de quenching (§8.3.3), nous obtenons typiquement $E \approx (1.40 \pm 0.05)\mathcal{E}_T^{2V}$ et $E \approx (1.95 \pm 0.05)\mathcal{E}_T^{6V}$.

En pratique, le choix de la formule dépend de la polarisation et des résolutions expérimentales, d'autant plus que les chaînes de numérisation respectives pourront intervenir dans les résolutions des voies.

4.2.6 Collecte incomplète de charge

Soit maintenant un détecteur dans lequel certaines charges peuvent rester non collectées pour une raison ou une autre, comme par exemple une polarisation insuffisante. Soit β la fraction des charges non collectées. *A priori*, cette fraction dépend du lieu d'interaction de la particule ainsi que de la tension de polarisation. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point dans le chapitre 9.4.

En faisant abstraction de l'effet Luke-Neganov, la collecte incomplète de charge induirait une dégradation de la résolution en ionisation d'un pic et une bavure selon l'axe de l'ionisation, à partir de la droite des collectes complètes, représentant un défaut de charges. Tenir compte de l'effet Luke-Neganov incline cette droite de défaut de charge. En effet le défaut de collecte de charge entraînera un manque à gagner pour le signal chaleur qui ne sera pas amplifié autant que lors de la collecte complète. Des photons arrivant avec une énergie donnée E_0 fournissent les signaux suivants paramétrés par β variant entre 0 et 1 :

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_I &= \beta \frac{E_0}{\epsilon_\gamma} e \\ \mathcal{S}_T &= \beta \frac{E_0}{\epsilon_\gamma} eV + E_0\end{aligned}$$

Ceci se traduit en termes d'énergies normalisées par :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_I &= \beta E_0 \\ \mathcal{E}_T &= \frac{\beta eV + \epsilon_\gamma}{eV + \epsilon_\gamma} E_0\end{aligned}$$

La collecte incomplète cause donc une bavure pour une énergie incidente donnée, c'est à dire le segment :

$$\mathcal{E}_T = \frac{eV}{eV + \epsilon_\gamma} \mathcal{E}_I + \frac{\epsilon_\gamma}{eV + \epsilon_\gamma} E_0 \quad (4.25)$$

dont la pente dépend de la tension de polarisation. Dans le cas d'une polarisation nulle, i.e. sans effet Luke-Neganov, la bavure redevient horizontale comme prévu. Dans la figure 4.10 nous comparons ce modèle simple aux données. Il semble convenir malgré la faible statistique.

4.2.7 Dispositif expérimental et chaîne de lecture

La chaîne de lecture de l'ionisation joue les mêmes rôles que celle de la voie chaleur : amplification du signal et préparation de la numérisation. Elle est donc tout à fait analogue à son pendant décrit dans la section 4.1.3. La différence principale consiste en la présence d'un amplificateur de charge à la place de celui en tension (tous deux décrits dans la référence [190]).

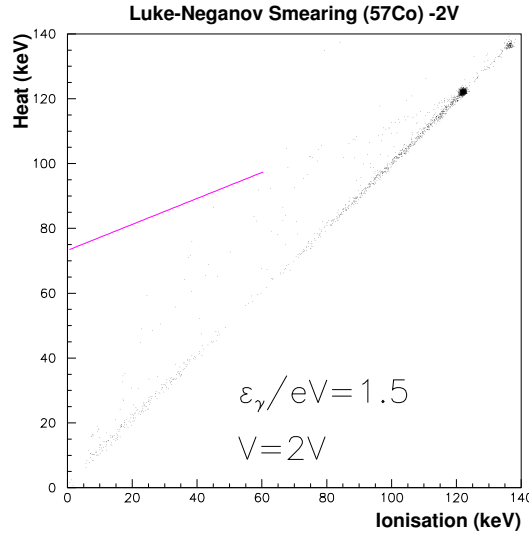


FIG. 4.10 – *Bavure du pic à 122 keV du ^{57}Co . La figure superpose aux données un segment modélisant le prolongement de la bavure pour la tension de polarisation appliquée, soit $V = 2\text{ V}$.*

En outre, la chaîne ionisation ne possède pas d'amplificateur à bouclage de phase, et les filtres passe-bas coupent le signal à plus haute fréquence étant donnée la vitesse plus importante de l'ionisation. L'absence de l'amplificateur à bouclage de phase s'impose par l'impossibilité de moduler le signal de charge.

4.3 Première étude des résolutions des voies

Décrivons les éléments intervenant dans la résolution de chaque voie. Nous considérerons ici que la largeur intrinsèque d'une raie donnée est négligeable.

4.3.1 Ionisation

La résolution dépend des facteurs suivant [97, §12.III.B] :

charges créées Le nombre n de charges créées peut varier selon deux mécanismes. Dans le cas d'un recul d'électron, il s'agit d'un processus de Poisson pondéré par le facteur de Fano $F \leq 0.1$ [61]. Ce facteur traduit le fait que les paires créées ne sont pas complètement indépendantes [97, §2.III.B]. Pour un nombre de charges assez grand pour passer à la limite gaussienne, $\sigma_n = \sqrt{Fn}$. Dans le cas de reculs de noyaux, les fluctuations de l'énergie qu'ils impartissent aux électrons dominent [108].

charges collectées Les faibles champs électriques employés sur les détecteurs EDELWEISS (de l'ordre de quelques V/cm) font que des impuretés dans le cristal peuvent piéger des charges. Un contre-champ apparaît alors dans le détecteur⁹. Nous nous attendons à ce que cette contribution à l'élargissement chute quand la polarisation croît.

9. Cet effet peut être réduit en bombardant la diode avec une source infra-rouge pour neutraliser les impuretés. Cette procédure de régénération de la diode [127] s'effectue de façon empirique quotidiennement.

chaîne d'acquisition Tous les bruits des composantes électroniques interviennent (§5.1).

Notons que dans le cadre de cette modélisation simple, la résolution de la voie ionisation se dégrade avec l'énergie uniquement à cause du processus statistique de Fano.

4.3.2 Chaleur

A cause de l'effet Luke-Neganov, la résolution de la voie chaleur dépendra elle aussi de la charge :

bruit phonons Il correspond aux fluctuations aléatoires de l'énergie du bolomètre à travers une conductance G . Sa densité spectrale de puissance vaut $4kT^2G$ [117, 126].

effet Luke-Neganov Les fluctuations du nombre de charges créées et collectées interviennent, multipliées par la polarisation.

bruit du thermomètre Le NTD contribue du bruit Johnson décrit à la section 5.1.

chaîne d'acquisition Elle intervient de façon semblable au cas de la voie ionisation.

Par le biais de l'effet Luke-Neganov, nous nous attendons à ce que la résolution de la voie chaleur se dégrade quand l'énergie déposée croît dans ce modèle, sauf si un des autres bruits (comme celui du NTD) domine.

4.4 Montage expérimental

4.4.1 Cryogénie

Un cryostat à dilution assure les basses températures du bolomètre. Le principe général de ce genre de dispositif est détaillé dans la référence [118, §7]. Les détails propres au cryostat EDELWEISS original et les améliorations apportées pour les données dont ce texte fait l'objet (température minimale de 10 mK, puissance de refroidissement de 100 μ W à 100 mK) se trouvent dans les références [48, 22]. Notons d'abord la contrainte temporelle qu'implique l'inertie thermique du dispositif: il faut environ une semaine pour refroidir le cryostat¹⁰. Notons ensuite qu'il est nécessaire de faire le plein de liquides cryogéniques régulièrement (chaque semaine pour l'azote), ce qui interrompt la prise de données à peu près une demi-journée le temps que la température se restabilise.

4.4.2 Chaîne de lecture et d'acquisition globale

4.4.2.1 Principe

La chaîne de lecture et d'acquisition sert à transformer les grandeurs physiques brutes fournies par le bolomètre (soit les impulsions de tension, pour la voie chaleur, et celles de charge, pour la voie ionisation) en grandeurs analysables par un ordinateur. Elle se fait donc sur deux voies : une pour la chaleur, l'autre pour l'ionisation; et doit s'efforcer de discerner

¹⁰ Les choses pourraient être pires: le cryostat à dilution de l'expérience de recherche d'ondes gravitationnelles NAUTILUS, qui doit refroidir une antenne d'aluminium pesant deux tonnes jusqu'à 0.1 K, n'atteint sa température d'opération qu'en un mois [12].

les vraies impulsions du bruit. Le fait que les processus se produisent vers 10 mK et que l'acquisition se déroule à température ambiante impose des contraintes originales. Une contrainte supplémentaire provient des trois ordres de grandeur entre la durée des deux signaux.

Grossièrement, l'acquisition se subdivise en deux voies, correspondant aux deux grandeurs à acquérir, et liées par un mécanisme de déclenchement. La figure 4.11 schématise l'ensemble.

4.4.2.2 Composants

Décrivons rapidement les composants non-mentionnés précédemment dans les sections 4.1.3 et 4.2.7.

déclencheur (*trigger*) Il donne le temps de référence, et indique à l'acquisition que l'amplitude de l'événement dépasse un seuil et mérite d'être retenu. Nous devons optimiser le seuil entre une valeur trop haute, qui éliminera les événements de faible énergie, et une valeur trop basse, qui déclenchera inutilement sur du bruit. Quant à l'appareil lui-même, il s'agit typiquement d'un *Ortec 455*. Notons que nous enregistrons une fraction du signal juste avant le déclenchement (*pretrigger*), ce qui fournit – entre autres — la ligne de base du signal.

porte rapide Alimentée par le *trigger*, elle valide le déclenchement si l'ordinateur est disponible pour l'acquérir.

numériseurs La tâche de transformer une tension, signal analogique, en un signal numérique leur incombe. Leurs caractéristiques principales, fréquence et précision, déterminent leurs conditions d'utilisation. La voie ionisation, plus rapide, requiert une grande fréquence de numérisation. Son homologue thermique, en revanche, utilise un appareil moins rapide mais plus précis. En pratique, la première des ces voies emploie un numériseur *LeCroy 6841*, qui peut travailler jusqu'à 40 MHz en numérisant sur un octet; alors que la seconde passe par un *LeCroy 6810*, restreint à 1 MHz, mais enregistrant sur 12 bits (un octet et demi).

pré-amplificateurs Ils transforment tous deux leur signal d'entrée respectif en tension. Les préamplificateurs de charge, et de tension, se décomposent en un FET thermalisé par l'étage à 4 K, et une carte principale à 300 K. Le FET opère lui-même à une température de 120 K, ce qui nécessite son préchauffage, en pratique par retour de masse, i.e. en alimentant une résistance voisine, d'environ 3 k Ω , reliée à la masse. Ensuite, la puissance qu'il dissipe lui même, de l'ordre de 9 mW, le maintient dans ses conditions thermiques d'opération. Cette puissance dissipée prohibe de placer le FET à l'étage 10 mK, dont la puissance de réfrigération n'est que de l'ordre de 100 μ W. D'autre part, placer le FET à température ambiante impliquerait des longueurs de câble exposées à toutes sortes de parasites et bruits. Enfin, l'absence de point de thermalisation à 77 K dans le modèle de cryostat employé justifie l'emplacement du FET à 4 K.

atténuateurs En pratique, des atténuateurs peuvent servir à augmenter la plage d'énergie lue par les numériseurs, appelée la dynamique.

A cause de la rapidité des impulsions d'ionisation par rapport à celles de chaleur, cette première voie sert à déclencher l'acquisition. Néanmoins, le manque d'efficacité d'ionisation

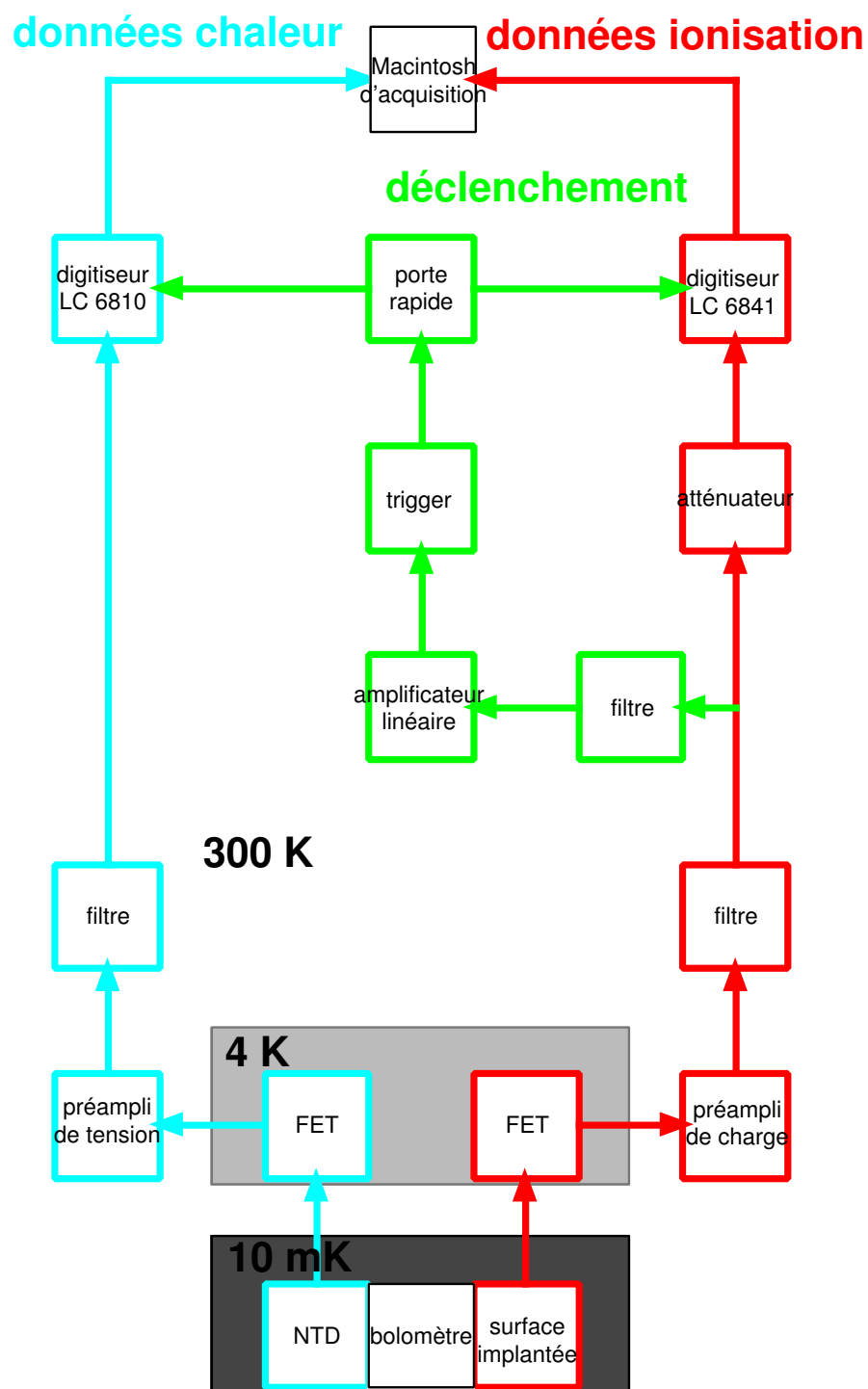


FIG. 4.11 – Schéma global des chaînes de lecture et d'acquisition. Bien que ne figurant pas sur le schéma, l'amplificateur à bouclage de phase prend place le plus souvent juste après le préampli de tension. La numérisation se fait en permanence sur une mémoire cyclique. Le trigger donne le signal pour compléter la numérisation et la transférer à l'ordinateur d'acquisition.

(seulement 30% de l'énergie convertie en paires électron-trou) implique que des événements phonons de faible énergie peuvent échapper au déclenchement ionisation. A l'avenir, il conviendra de trouver une façon pour déclencher sur la voie phonons.

4.4.2.3 Modes de déclenchement

En pratique, nous utilisons trois modes de déclenchement :

déclenchement par la voie ionisation C'est le mode principal, utilisé dans la suite de ce travail sauf mention spécifique. Le déclenchement se fait à partir du signal ionisation. L'avantage est que ce signal, très rapide par rapport au signal chaleur, lui est bien corrélé en procédant ainsi. L'inconvénient provient du fait que le seuil en ionisation est plus élevé que celui en chaleur.

déclenchement par la voie chaleur En déclenchant sur la voie chaleur, ce mode permet l'étude thermique du bolomètre, de façon indépendante de la voie ionisation. En contrepartie, la lenteur du signal chaleur fait qu'il est ensuite difficile de retrouver le signal ionisation lui correspondant s'il y en a un.

déclenchement aléatoire Ce mode permet l'étude du bruit dans le système. Il peut se faire lui même de trois façons. Dans le premier cas, nous fixons le seuil électronique de déclenchement à zéro; ainsi le système déclenchera sur du bruit. Dans le second cas, le déclenchement est relié à un générateur d'impulsions périodiques; ce déclenchement est décorrélé du bruit. Enfin dans le dernier cas, le déclenchement se fait par un générateur d'impulsions dites aléatoires, qui en pratique risquent d'être corrélées avec les harmoniques de l'alimentation électrique par exemple; ce déclenchement risque donc d'être corrélé au bruit.

4.4.2.4 Procédure d'acquisition

Pour la campagne de données dont cette thèse fait l'objet, l'acquisition a suivi la procédure suivante, avec une périodicité typique variant entre un et quatre jours correspondant à une estimation sans doute pessimiste de la durée de stabilité de la voie ionisation :

1. Régénération de la diode.
2. Acquisition avec source : calibration.
3. Acquisition sans source, avec déclenchement aléatoire et seuil nul : pour étudier le bruit de la ligne de base.
4. Une ou plusieurs acquisitions sans source des données proprement dites.
5. Acquisition avec source : pour vérifier la stabilité du détecteur.

Ces étapes doivent s'effectuer dans les mêmes conditions de polarisation, de température, de montage électrique et de paramètres d'acquisition. Les données doivent être regroupées dans un même dossier pour faciliter l'analyse. L'étape 3 fournit le bruit dans l'optique de l'analyse par filtrage optimal (§5).

4.5 Etude préliminaire des déclenchements par la voie chaleur

Dans cette section nous allons nous intéresser une première fois à des données obtenues en utilisant un déclenchement par la voie chaleur (§4.4.2.3). Ceci justifiera *a posteriori* certaines hypothèses faites jusqu'à présent sur les événements.

Considérons tout d'abord l'étude statistique du temps de montée et du temps de descente indépendamment (figure 4.12). Ces temps sont définis pour l'instant comme dans la section 5.2.4. Si quatre temps de descente apparaissent sans équivoque, le filtrage passe-bas et la numérisation ne permettent pas d'identifier formellement plus de deux temps de montée avec cette seule information. Envisageons maintenant les corrélations entre les temps dans la figure 4.13. Une famille d'événements longs se distingue, ainsi qu'une famille aux temps très courts et deux aux temps courts. Enfin en considérant les temps en fonction de l'amplitude des événements (figure 4.14), nous devinons l'apparition de sous-familles supplémentaires.

Etudions maintenant les événements individuellement, et en particulier leur pendant sur la voie ionisation. La figure 4.16 montre les différences entre les quatre familles : dans le cas des temps très courts, il s'agit de bruit ; dans le cas des temps longs il s'agit d'événements à deux décroissances. La plus lente des deux autres familles montre une décroissance de forme exponentielle, alors que la plus rapide exhibe un rebond. Cette dernière correspond aussi à du bruit, puisque nous la corrélons empiriquement à des perturbations électromagnétiques, comme la mise en marche de l'éclairage du LSM. L'interprétation de la voie ionisation est moins aisée. Seule la famille longue y exhibe presque systématiquement un signal, ce qui nous rend enclin à croire que ce sont les seuls événements dans l'absorbeur. Ce raisonnement n'est pas irréprochable, dans la mesure où la durée totale du signal ionisation typique (≈ 0.2 ms) correspond à environ deux canaux sur la voie chaleur. Même une faible incertitude de deux canaux sur le déclenchement de la voie chaleur — à cause du bruit par exemple — pourrait faire que nous perdions le signal ionisation associé. Ceci constitue le point faible de ce type de déclenchement (§4.4.2.3).

Dans l'annexe C nous avons essayé de faire des prédictions sur la réponse du bolomètre à une même énergie déposée selon l'endroit où l'interaction avait lieu (absorbeur ou thermomètre). Nous avons donc pris un premier jeu de données déclenchées par la voie chaleur en présence d'une source de ^{57}Co dont le pic principal se trouve à 122 keV, et le pic secondaire à 136 keV. La première partie de la figure 4.15 montre que si ces pics apparaissent nettement dans le spectre des événements-absorbeur, il n'en est rien pour les spectres des autres événements. Nous pouvons justifier ceci par le fait que l'absorbeur aurait pu se trouver entre source et thermomètre, masquant ce dernier, puisque la distance caractéristique des photons de 122 keV dans le germanium est faible devant les dimensions de l'absorbeur (§4.2.1). Considérons donc un jeu de données déclenché par la voie chaleur mais sans source intentionnelle. La deuxième partie de la figure 4.15 montre l'allure très différente des spectres des divers types d'événements. Si un pic de contamination par du ^{210}Pb apparaît à la rigueur dans le spectre-absorbeur, ce n'est pas le cas dans les deux autres, où ce pic serait écrasé par le reste du spectre. Le spectre des événements-thermomètre trahit sans doute une importante contamination de tritium, qui peut fournir l'échelle en énergie, l'extrémité du spectre du tritium se trouvant vers 20 keV [44, 98]. Remarquons l'importance de ce spectre d'autant plus que le volume du NTD ne représente que 2 mm^3 par rapport aux 14 cm^3 de l'absorbeur. Dans ce cas non plus nous ne pouvons conclure quant à la validité de notre modèle. Nous reviendrons

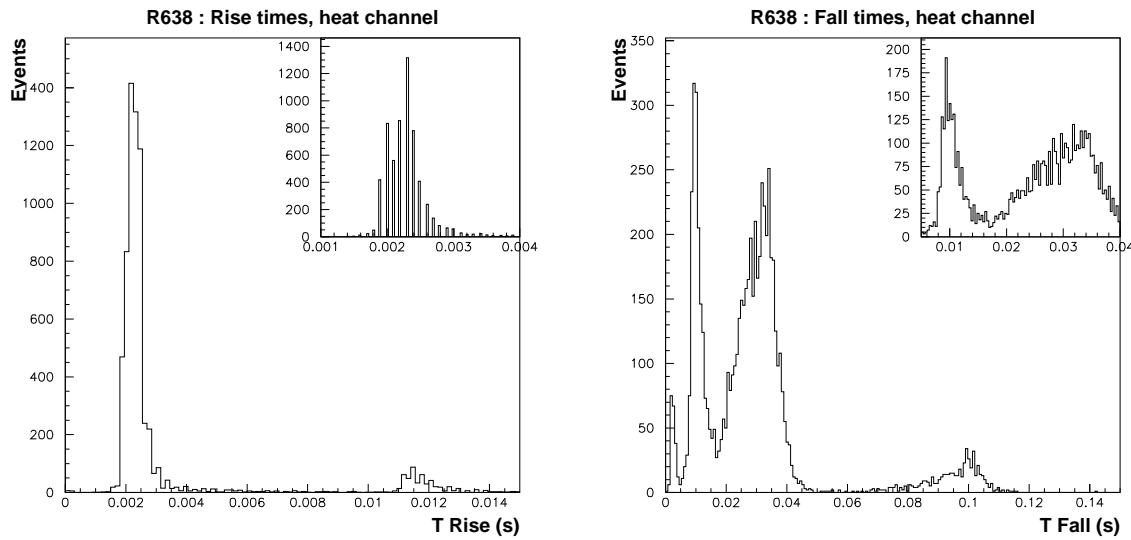


FIG. 4.12 – *Etude statistique des événements obtenus en déclenchant par la voie chaleur. Les temps de montée, minorés par la fréquence de coupure du filtre passe-bas à 1.6 ms (§4.1.3.2), font apparaître deux familles distinctes, vers 11 ms et 2 ms. La numérisation à 0.1 ms masque peut-être la présence d'une sous famille vers 2.5 ms (insert). En revanche, les temps de relaxation mettent clairement en évidence quatre familles principales d'événements.*

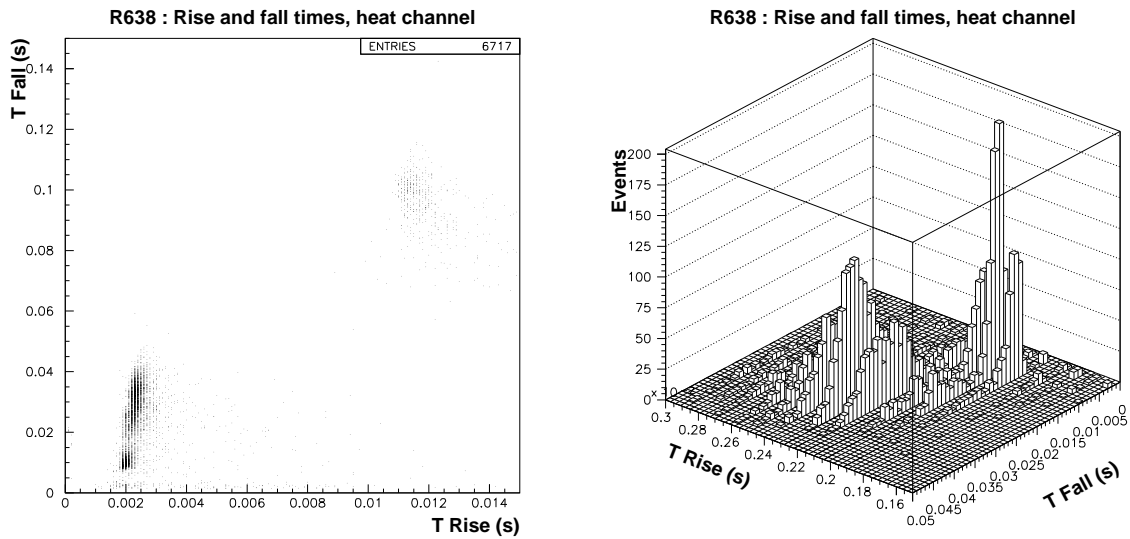


FIG. 4.13 – *Corrélation entre temps de montée et de descente. La figure de gauche permet d'associer les temps longs de montée (≈ 12 ms) à ceux de descente (≈ 100 ms), ainsi que d'isoler les temps les plus courts de descente (< 4 ms). La figure de droite confirme l'existence de deux familles courtes, la première (respectivement la deuxième) avec un temps de montée ≈ 2.1 ms (respectivement ≈ 2.3 ms) et un temps de décroissance ≈ 7 ms (respectivement ≈ 30 ms). Notons que la différence en temps de montée avoisine l'échantillonnage en temps $\Delta t = 0.1$ ms.*

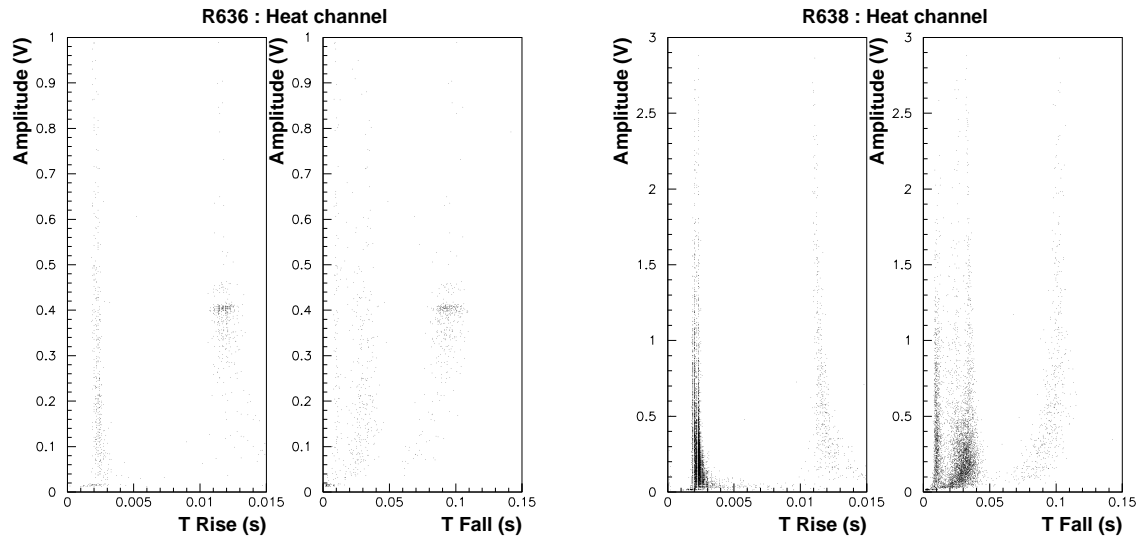


FIG. 4.14 – *Temps de montée et de relaxation en fonction de l'amplitude. Le troisième graphe montre qu'aux fortes amplitudes, une des familles principales de temps de montée semble se dédoubler.*

dans la section 9.4 sur l'interprétation de ces spectres.

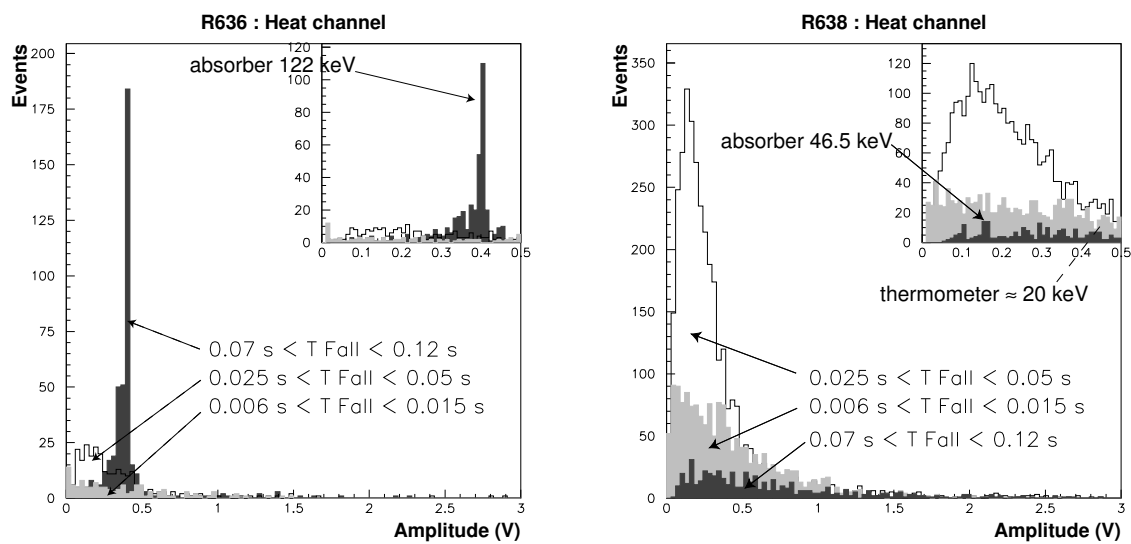


FIG. 4.15 – Spectres obtenus en déclenchant sur la voie chaleur, décomposés selon le type d'événement. Chaque type est caractérisé par son temps de décroissance. A gauche, données obtenues en présence d'une source de ^{57}Co . Le pic à 122 keV n'apparaît sans équivoque que chez les événements-absorbeur, vers 0.4 V. Il en va de même pour le pic moins important de 136 keV, vers 0.45 V, dans l'insert. A droite, données obtenues sans source intentionnelle. Le taux d'événements-absorbeur minore les deux autres. Si dans l'insert nous pouvons discerner le pic à 47 keV du ^{210}Pb vers 0.15 V chez les événements-absorbeur, nous ne pouvons le reconnaître dans les deux autres spectres. Le spectre des événements-thermomètre montre une contamination importante de tritium. Elle fournit l'échelle d'énergie pour ce type d'événement, vu que le spectre du tritium s'arrête vers 20 keV.

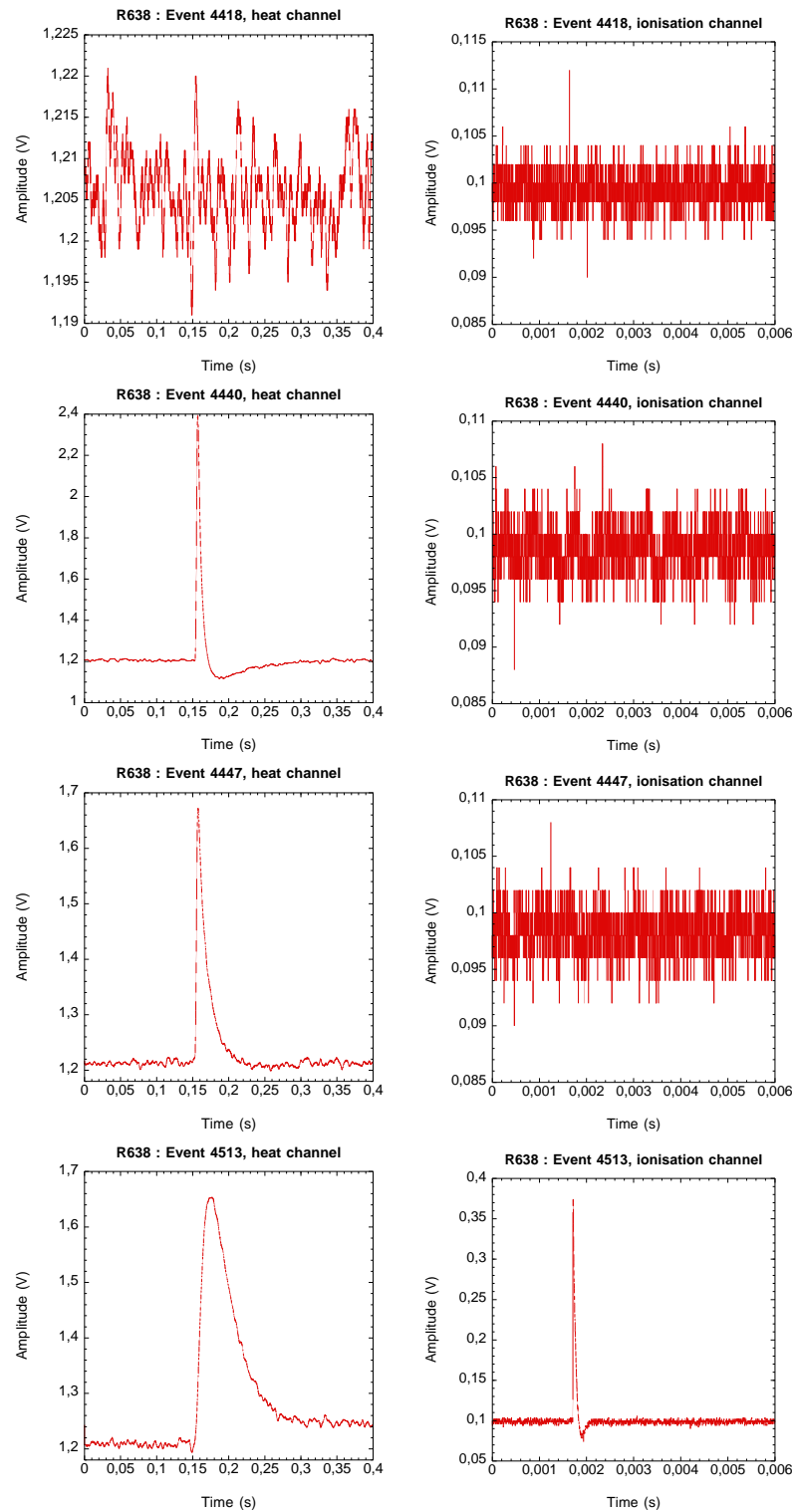


FIG. 4.16 – Exemples d'événements appartenant aux quatre principales familles. La voie chaleur est placée à gauche de la voie ionisation dans chaque cas. La première famille correspond à un déclenchement sur du bruit (les deux voies sont bruitées). La seconde correspond à un bruit électromagnétique. La troisième correspond à des événements ayant lieu dans le thermomètre (absence de signal charge correspondant). Enfin la dernière famille correspond aux événements classiques dans l'absorbeur (signal sur les deux voies).

Chapitre 5

Traitement du signal bruité

Any business school professor will tell you that the objective of business communication is the clear transfer of information. That's why professors rarely succeed in business.

Scott Adams, The Dilbert Principle [3]

Les sections précédentes fournissent une idée de comment nous allons séparer le bruit de fond radioactif de notre signal, et ce à quoi devraient ressembler les signaux idéaux du détecteur, comme l'illustre la figure 5.1. Les figures 5.2 et 5.3 montrent quelques événements typiques ou pathologiques, dans lesquels du bruit fait son apparition. Le traitement du signal bruité a pour objet de séparer les événements physiques de ceux dus aux bruits non-radioactifs, et de fournir une estimation de l'amplitude des premiers. Après avoir sommairement décrit divers bruits électroniques, nous détaillerons le traitement hors-ligne du signal, qui s'effectue après la phase d'acquisition, et non au fur et à mesure de l'arrivée des événements.

5.1 Bruits électroniques

Nous avons évoqué les bruits thermodynamiques du dispositif dans la section 4.3.2. Les bruits électroniques se subdivisent en ceux instrumentaux, et ceux fondamentaux. Les premiers englobent la microphonie, les influences du réseau d'alimentation, et les divers parasites. Une bonne méthode d'analyse doit fournir de quoi les rejeter quantitativement. Les bruits fondamentaux, en revanche, sont bien connus théoriquement :

bruit Johnson-Nyquist C'est le bruit d'origine thermodynamique d'une résistance R . Le théorème fluctuation-dissipation fournit son allure générale [31] :

$$\langle V^2(\omega) \rangle = \frac{2\hbar\omega}{\pi} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) R(\omega) \quad (5.1)$$

Dans le cadre des bolomètres EDELWEISS, les pulsations se bornent à l'intervalle 1 Hz – 10 kHz, et les températures à 10 mK – 100 K. Ceci justifie le fait que ce bruit puisse être considéré comme blanc, et proportionnel à la température :

$$\langle V^2(\omega) \rangle \approx \frac{2k_B T}{\pi} R(\omega) \quad (5.2)$$

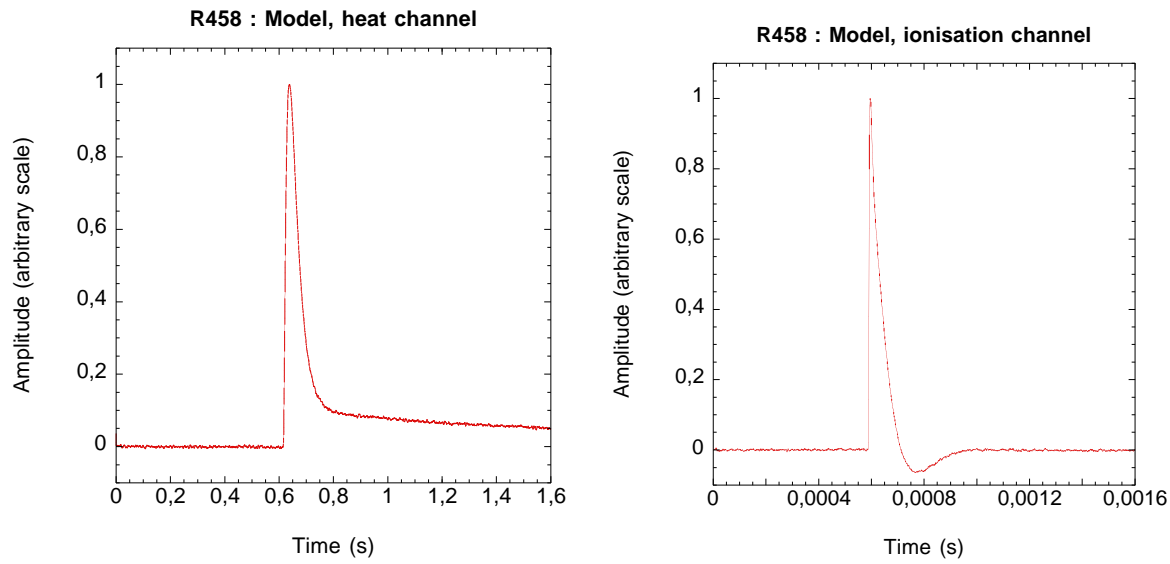


FIG. 5.1 – *Événements idéaux pour les voies chaleur (à gauche) et ionisation (à droite).*

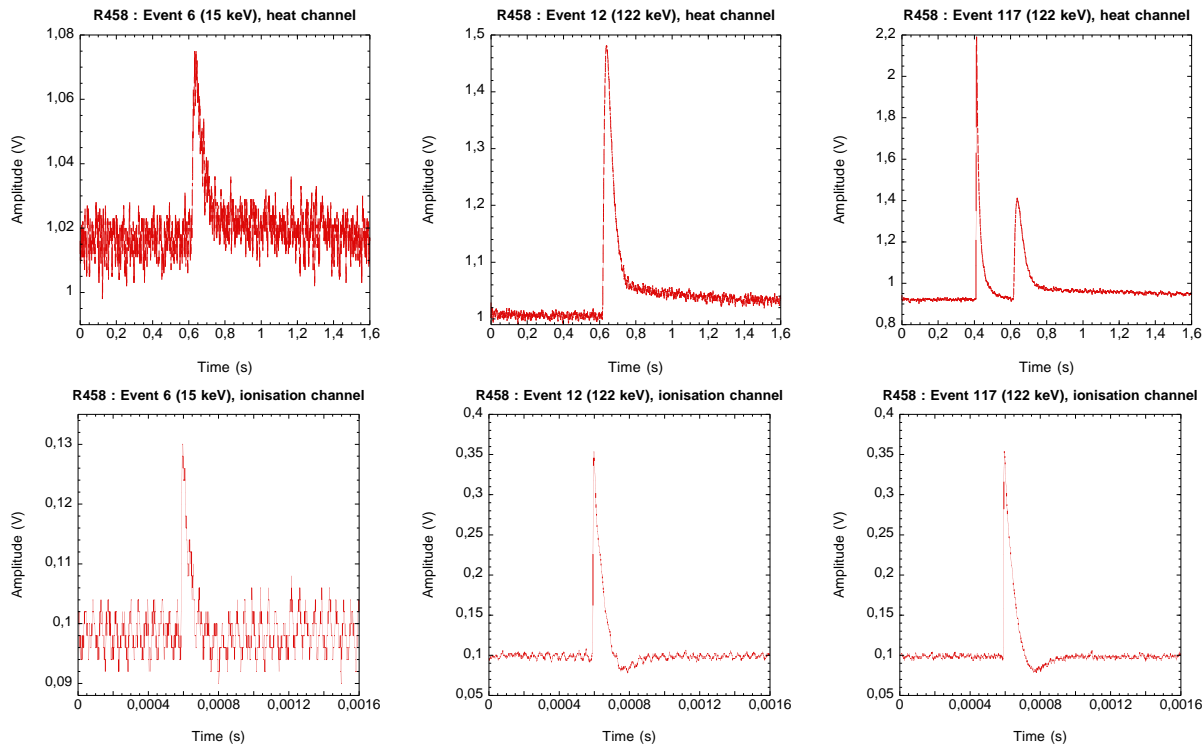


FIG. 5.2 – *Quelques événements typiques obtenus lors d'une calibration par les photons d'une source ^{57}Co (voie chaleur en haut, voie ionisation en bas).*

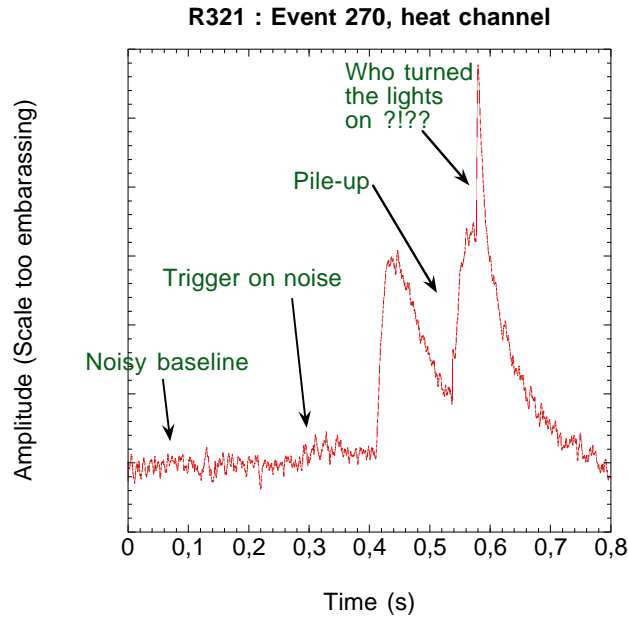


FIG. 5.3 – Exemple d'événement pathologique provenant d'une calibration ^{152}Eu ayant mal tourné.

Dans le cas du NTD de résistance typique $500\text{ k}\Omega$ à 20 mK , on obtient des fluctuations typiques $\approx 0.3\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$.

bruit en $1/f$ C'est la limite macroscopique du bruit télégraphe, lui-même dû aux déplacements de défauts [31]. C'est le pendant électronique du bruit phonons.

Le filtre passe-bas écrase le spectre de bruit à partir de sa fréquence de coupure (typiquement 300 Hz pour la voie chaleur), et ajoute son propre niveau de bruit. A ce spectre de bruit moyen, s'ajoutent des pics dus aux harmoniques du circuit d'alimentation, essentiellement à 50 Hz et 150 Hz . Les spectres de bruits moyens typiques de chaque voie, obtenus selon la procédure qui sera décrite dans la section 5.6.2, apparaissent dans la figure 5.4.

5.2 Analyse brute

L'objectif de cette analyse est d'estimer l'amplitude à partir de chaque événement brut tel que fourni par l'acquisition.

5.2.1 Événements saturés

Si la particule incidente dépose une quantité d'énergie qui dépasse la dynamique de l'acquisition, l'événement sera saturé. C'est bien souvent le cas de particules α . L'empilement de plusieurs événements peut avoir le même effet. Nous identifions ces événements saturés par le fait que deux canaux consécutifs valent le minimum de la dynamique, ou que deux canaux consécutifs valent le maximum de la dynamique.

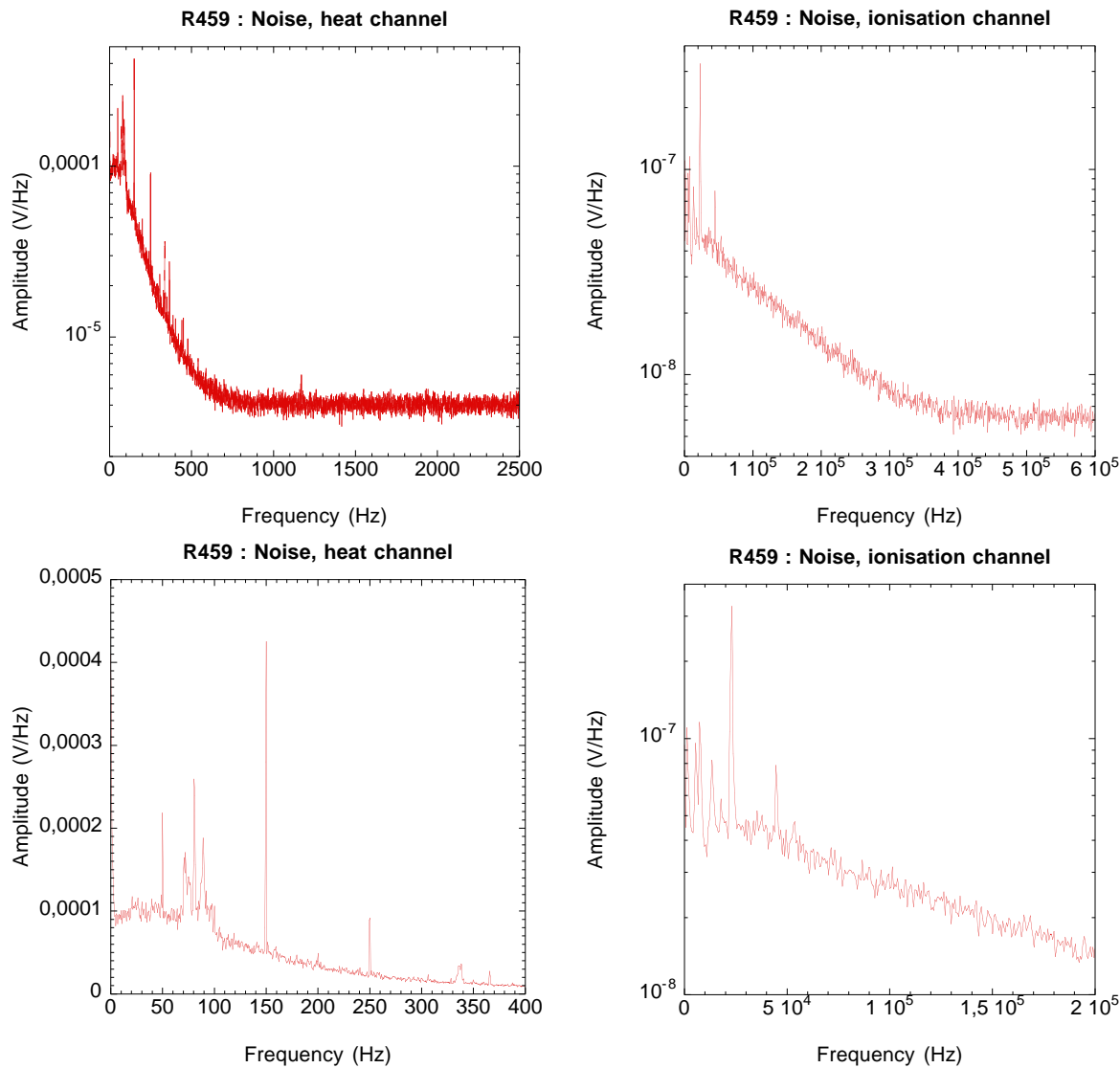


FIG. 5.4 – Spectres de bruits moyens pour la voie chaleur (à gauche) et la voie ionisation (à droite), avec agrandissements à basse fréquence (en bas). Sur la voie chaleur, nous reconnaissons à basse fréquence le niveau de bruit du NTD. Les deux spectres sont ensuite écrasés par des passe-bas, avant de se stabiliser au niveau de bruit des filtres respectifs. Les pics larges correspondent les plus souvent à des microphonies; les pics minces, à des perturbations électromagnétiques, comme les harmoniques impaires du courant d'alimentation qui ressortent nettement dans le spectre chaleur à 50 Hz, 150 Hz et 250 Hz.

5.2.2 Etude de la ligne de base

Pour chaque événement brut, la première étape consiste à étudier sa ligne de base. La valeur moyenne de cette dernière représente la mesure la plus précise de la température du détecteur (§4.1.4), et revêt donc de l'importance pour suivre une éventuelle dérive en température du bolomètre (§7.1.2). D'autre part sa pente fournira une indication quant à la présence ou non d'empilement. Valeur moyenne et pente sont calculées par régression linéaire sur une fraction donnée du pretrigger, typiquement les huit premiers dixièmes. La dernière fraction du pretrigger est négligée afin de ne pas introduire de biais dans le cas où l'événement arriverait un peu avant la fin du pretrigger à cause du bruit. Enfin pour faciliter l'estimation de l'amplitude, la ligne de base est retranchée de l'événement brut, fournissant l'événement net.

5.2.3 Estimation grossière de l'amplitude

A partir de l'événement net qui vient d'être obtenu, une première estimation de l'amplitude s'obtient en considérant par exemple sa valeur absolue maximale, c'est à dire l'amplitude nette. En considérant les événements typiques de la figure 5.2, le lecteur se convaincra rapidement que cette méthode laisse à désirer. Néanmoins, cette estimation sommaire permet d'évaluer quelques autres grandeurs de l'événement.

5.2.4 Evaluation des constantes de temps

La détection de l'instant correspondant à l'amplitude nette permet d'estimer les constantes de temps de l'événement. Nous obtenons d'abord le temps de montée, défini comme l'intervalle de temps que met l'événement pour croître de 10% de l'amplitude nette à 90% de cette dernière. Le temps de descente se déduit de façon analogue, en considérant l'intervalle de temps au cours duquel l'événement décroît de 90% à 10% de l'amplitude nette. Enfin le temps de demi-montée se définit comme l'instant auquel l'événement atteint la moitié de son amplitude nette.

Dans le cadre de l'hypothèse faite sur le bolomètre (événements homothétiques entre eux d'un facteur proportionnel à l'énergie), les deux premiers temps, différents entre eux, doivent être les mêmes pour tous les événements. Le temps de demi-montée, en revanche, se calcule à partir de l'instant de déclenchement. Ce dernier peut alors différer d'un événement à l'autre pour peu qu'il y ait des fluctuations du déclenchement à cause du bruit. Il peut d'ailleurs servir à caler les événements en temps (§5.6.1).

Notons enfin que les fractions 10% et 90% sont choisies pour s'affranchir dans la mesure du possible des effets du bruit; cependant l'examen de la figure 5.2 montre que plus l'amplitude de l'événement est petite, plus l'incertitude sur ces temps est grande.

5.3 Ajustement dans l'espace des temps

Pour s'affranchir des divers bruits électroniques, une première approche consiste à effectuer l'analyse dans l'espace des temps. Le signal S s'y écrit comme la somme d'une impulsion modèle M multipliée par une amplitude A et décalée d'un temps aléatoire t_s , et d'un bruit aléatoire N : $S(t) = AM(t - t_s) + N(t)$. Une distance D peut alors se définir entre signal

modèle et signal réel :

$$\begin{aligned} D^2 &= \| AM(t - t_s) - S(t) \|^2 \\ &= A^2 \| M(t - t_s) \|^2 - 2A \langle M(t - t_s) | S(t) \rangle + \| S(t) \|^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Le produit scalaire $\langle | \rangle$ est celui canonique des fonctions à carré sommable, à savoir l'intégrale sur toutes les valeurs du produit des deux fonctions $\langle f | g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t)dt$, qui se traduit numériquement comme la somme sur tous les échantillons de temps du produit des valeurs des deux fonctions : $\langle f | g \rangle = \Delta t \sum_t f_t g_t$ (voir l'annexe D).

L'ajustement consiste à minimiser cette distance en fonction des deux paramètres A et t_s . Il convient de remarquer que $\| M(t - t_s) \|^2 = \| M(t) \|^2$.

$$\frac{\partial D^2}{\partial A} = 2A \| M(t) \|^2 - 2 \langle M(t - t_s) | S(t) \rangle \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial D^2}{\partial t_s} = 2A \left\langle \frac{dM}{dt}(t - t_s) | S(t) \right\rangle \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial^2 D^2}{\partial A^2} = 2 \| M(t) \|^2 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial^2 D^2}{\partial A \partial t_s} = \frac{1}{A} \frac{\partial D^2}{\partial t_s} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial^2 D^2}{\partial t_s^2} = -2A \left\langle \frac{d^2 M}{dt^2}(t - t_s) | S(t) \right\rangle \quad (5.8)$$

Soit (\dot{A}, \dot{t}_s) le point correspondant à un minimum éventuel de D^2 . D'après 5.4 et 5.3, l'estimation de l'amplitude, et la distance correspondante valent :

$$\dot{A} = \frac{\langle M(t - \dot{t}_s) | S(t) \rangle}{\| M(t) \|^2} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{D}^2 &= - \frac{\langle M(t - \dot{t}_s) | S(t) \rangle^2}{\| M(t) \|^2} + \| S(t) \|^2 \\ &= -\dot{A}^2 \| M(t) \|^2 + \| S(t) \|^2 \end{aligned} \quad (5.10)$$

En tout point, la dérivée seconde 5.6 est positive ou nulle. En (\dot{A}, \dot{t}_s) , la dérivée seconde croisée 5.7 est nulle comme la dérivée première 5.5. La positivité de la dérivée seconde 5.8 n'est pas automatique, mais admise pour la plupart des signaux envisageables¹. En pratique, nous calculons D^2 sur une gamme de valeurs de t_s et retenons le minimum.

Dans le cas d'existence et unicité du minimum de D^2 , l'étude de la fonction qui à t_s associe $\frac{\langle M(t - t_s) | S(t) \rangle}{\| M(t) \|^2}$ montre que minimiser D^2 équivaut à choisir le temps de décalage t_s qui maximise la valeur absolue de cette fonction. Cette remarque présente de l'intérêt dans le cas où seule une estimation de A est recherchée, sans calcul de D^2 .

En effet, si l'échantillonnage des signaux porte sur n canaux, alors un produit scalaire $\langle | \rangle$ représente n multiplications, et autant d'additions, soit $2n$ opérations. Un algorithme pourrait d'abord calculer une fois pour toutes la norme carrée $\| M(t) \|^2$, ce qui représente

1. Des contre-exemples, non physiques, seraient un signal ou un modèle invariant par translation.

TAB. 5.1 – *Opérations requises pour l’ajustement en temps à deux paramètres. Elles sont indiqués pour le calcul de l’amplitude exclusivement, et pour celui de l’amplitude et de la distance. Dans tous les cas de figures, le nombre de canaux n est grand devant 1. En revanche, le nombre de pas en temps N_s peut être compris entre 1 (quand nous sommes sûrs du moment de déclenchement, comme pour la voie chaleur déclenchée par l’ionisation) et une valeur de l’ordre du dixième de n . Dans le premier de ces cas, le calcul de D doublera le nombre d’opérations.*

	A	A et D
1 fois pour toutes	$2n$	$2n$
1 fois par événement	0	$2n$
1 fois par pas en temps	$2n + 1$	$2n + 4$
Total	$N_e(N_s(2n + 1)) + 2n$	$N_e(N_s(2n + 4) + 2n) + 2n$
Total ($n \gg N_s$)	$\approx 2nN_eN_s$	$\approx 2nN_e(N_s + 1)$

$2n$ opérations. Ensuite, si les événements à analyser sont au nombre de N_e , pour chaque événement, si nous voulons calculer D^2 , le calcul de la norme carrée $\|S(t)\|^2$ prendra encore $2n$ opérations. Enfin soit N_s le nombre de pas en temps à essayer pour chaque événement. Pour chaque événement, et chaque pas, il faut effectuer un produit scalaire et une division pour obtenir la valeur de l’amplitude associée d’après 5.9, soit $2n + 1$ opérations. Pour obtenir la distance associée, il faudra faire 3 opérations supplémentaires d’après 5.10. Le tableau 5.1 récapitule les opérations nécessaires. Typiquement, le nombre de canaux domine le nombre de pas qui est inférieur à quelques dizaines; calculer amplitude et distance pour un événement requiert alors $\approx 2n(N_s + 1)$ opérations. À noter que des petits gains peuvent être réalisés au détriment de la lisibilité de l’algorithme, par exemple en ne calculant \dot{D}^2 qu’une fois à connu d’après la remarque faite sur la détermination du minimum, ou en rejetant la division de l’amplitude par le module du modèle en dehors de la boucle sur les t_s .

Cette méthode simple d’ajustement dans l’espace des temps, abordable numériquement, présente pourtant trois inconvénients. D’abord, la mesure D^2 , dimensionnée, ne présente pas d’interprétation statistique permettant de l’exploiter de façon quantitative. D’autre part, cette méthode n’exploite pas toute l’information disponible à propos du bruit. Il en découle que cette méthode ne fournit pas d’estimation de ses erreurs. Pour remédier à ces lacunes, nous nous sommes tournés vers une méthode de filtrage en fréquence.

5.4 Le filtrage optimal

Soit un signal expérimental $S(t)$. Comme dans le cas de l’ajustement en temps, il peut s’exprimer en fonction d’un signal modèle, de forme idéale $M(t)$ et d’amplitude A , et d’un bruit $N(t)$:

$$S(t) = AM(t - t_s) + N(t). \quad (5.11)$$

Il s’agit de déterminer quelle amplitude A (appartenant à l’ensemble des réels) et accessoirement quel temps t_s (réel aussi) correspondent le mieux au signal donné. Pour cela, quelques approximations sont requises.

5.4.1 Hypothèses sur le bruit

Soit $\tilde{N}(\omega)$ la transformée de Fourier du bruit. Les hypothèses sont :

- $\tilde{N}(\omega)$ se comporte de façon gaussienne;
- \tilde{N} est décorrélé.

La première hypothèse mérite quelques explications, puisque $\tilde{N}(\omega)$ est *a priori* à valeurs complexes. Il se décompose en effet en une pseudo-norme $\rho(\omega)$ à valeurs réelles, qui, à chaque fréquence, suit une distribution gaussienne réelle, centrée en zéro, et en un pseudo argument $\phi(\omega)$, uniformément distribué sur $]-\pi/2, \pi/2]$: $\tilde{N}(\omega) = \rho(\omega)e^{i\phi(\omega)}$. Cette distribution aléatoire des phases traduit le fait que le décalage en temps du bruit par rapport à l'échantillonnage est quelconque; c'est à dire qu'il n'y a pas en principe de lien entre l'arrivée des événements, qui déclenche l'enregistrement, et le bruit. Quand à la pseudo-norme $\rho(\omega)$, sa densité de probabilité de présence est :

$$\frac{dP}{d\rho(\omega_0)} = \frac{e^{-\frac{\rho(\omega_0)^2}{2\sigma_{\omega_0}^2}}}{\sigma_{\omega_0}\sqrt{2\pi}}. \quad (5.12)$$

Comme conséquences immédiates, l'espérance de $\tilde{N}(\omega_0)$ est nulle, et son espérance quadratique vaut la variance :

$$\begin{aligned} E \langle \tilde{N}(\omega_0) \rangle &= \int \tilde{N}(\omega_0) \frac{dP}{d\tilde{N}(\omega_0)} d\tilde{N}(\omega_0) = 0 \\ E \langle |\tilde{N}(\omega_0)|^2 \rangle &= \int \tilde{N}(\omega_0)^2 \frac{dP}{d\tilde{N}(\omega_0)} d\tilde{N}(\omega_0) = \sigma_{\omega_0}^2 \end{aligned} \quad (5.13)$$

La seconde hypothèse signifie qu'il n'y a pas de corrélation entre les bruits à deux fréquences distinctes au sens des probabilités. L'espérance du produit des bruits à deux fréquences distinctes est le produit des espérances de ces deux bruits; d'où :

$$E \langle \tilde{N}(\omega_1) \tilde{N}(\omega_2) \rangle = \sigma_{\omega_1}^2 \delta_{\omega_1, \omega_2} \quad (5.14)$$

où $\delta_{\omega_1, \omega_2}$ est le symbole de Kronecker. Ce cadre permet de décrire les plus importants bruits thermodynamiques et électroniques, en particulier dans le cas où ils ne sont pas blancs. S'il ne s'applique pas au sens strict à certains des bruits tels les pics dus à l'alimentation électrique, il fournit néanmoins des résultats satisfaisants.

5.4.2 Filtrage optimal dans l'espace des pulsations

Etant donné ce qui est connu du bruit, S. H. MOSELEY et ses collaborateurs ont introduit la méthode suivante pour traiter les signaux provenant de bolomètres [126].

5.4.2.1 Définitions

Dans l'espace des pulsations, la formule 5.11 reliant signal expérimental, signal idéal et bruit devient :

$$\tilde{S}(\omega) = Ae^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) + \tilde{N}(\omega). \quad (5.15)$$

Il vient immédiatement d'après les équations 5.13 et 5.15 que :

$$E \langle \tilde{S}(\omega) \rangle = Ae^{-i\omega t_s} E \langle \tilde{M}(\omega) \rangle = Ae^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) \quad (5.16)$$

On introduit alors un paramètre χ^2 , distance entre le signal idéal et le signal réel dans la base des pulsations discrètes pondérées par l'espérance du bruit à chaque pulsation [156] :

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_{\omega=\omega_1}^{\omega_n} \frac{|\tilde{S}(\omega) - Ae^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega)|^2}{\sigma_\omega^2} \\ &= \sum_{\omega} \frac{A^2 |\tilde{M}(\omega)|^2 - 2A \Re \left\{ e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) \tilde{S}^*(\omega) \right\} + |\tilde{S}(\omega)|^2}{\sigma_\omega^2}\end{aligned}\quad (5.17)$$

Notons tout de suite que d'après les hypothèses qui viennent d'être faites sur le bruit, la quantité que nous venons de définir, $\chi^2 = \sum_{\omega} \frac{|\tilde{N}(\omega)|^2}{\sigma_\omega^2}$ somme de carrés de variables gaussiennes indépendantes, suit bien une loi du χ^2 [41, §18.1]. Chaque terme de la somme suit une distribution gaussienne divisé par son écart-type, donc doit être voisin de 1 dans le cadre des hypothèses. Le nombre de degrés de liberté équivaut au nombre de fréquences indépendantes, n , grandeur autour de laquelle sera centrée la distribution. L'écart-type de la distribution sera de l'ordre de $\sqrt{2n}$.

Définissons alors un produit scalaire dans l'espace des fréquences, pondéré par le bruit, respectivement dans le cas continu et celui échantillonné :

$$\langle \tilde{f} | \tilde{g} \rangle_\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{f}(\omega) \tilde{g}^*(\omega)}{\sigma^2(\omega)} d\omega \quad (5.18)$$

$$\langle \tilde{f} | \tilde{g} \rangle_\sigma = \Delta\omega \sum_{\omega} \frac{\tilde{f}(\omega) \tilde{g}^*(\omega)}{\sigma^2(\omega)} \quad (5.19)$$

et notons $\| \cdot \|_\sigma$ la norme associée². Or l'interprétation du χ^2 n'a de sens que dans le cas d'un échantillonnage fini; celui-ci peut alors se réécrire :

$$\begin{aligned}\Delta\omega \chi^2 &= \| \tilde{S}(\omega) - Ae^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) \|_\sigma^2 \\ &= A^2 \| \tilde{M} \|_\sigma^2 - 2A \Re \langle e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma + \| \tilde{S} \|_\sigma^2\end{aligned}\quad (5.20)$$

Il s'agit alors de minimiser la distance χ^2 fonction de l'amplitude A et du temps de départ t_s .

$$\Delta\omega \frac{\partial \chi^2}{\partial A} = 2 \left[A \| \tilde{M} \|_\sigma^2 - \Re \langle e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma \right] \quad (5.21)$$

$$\Delta\omega \frac{\partial \chi^2}{\partial t_s} = -2A \Im \langle \omega e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma \quad (5.22)$$

Soit $\dot{\chi}^2$ l'éventuel extremum de χ^2 , atteint en (\dot{A}, \dot{t}_s) :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial A}(\dot{A}, \dot{t}_s) = 0 \Rightarrow \dot{A} = \frac{\Re \langle e^{-i\omega \dot{t}_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma}{\| \tilde{M} \|_\sigma^2} \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial t_s}(\dot{A}, \dot{t}_s) = 0 \Rightarrow \Im \langle \omega e^{-i\omega \dot{t}_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma = 0 \quad (5.24)$$

2. Nous gagnerions à définir le produit scalaire discret 5.19 sans pas en pulsation $\Delta\omega$. Ceci éliminerait $\Delta\omega$ de toutes les formules jusqu'à l'application du théorème de Parseval dans la formule 5.36, où il faudrait alors le rajouter.

Les dérivées partielles d'ordre deux de χ^2 sont :

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial t_s \partial A} = \frac{1}{A} \frac{\partial \chi^2}{\partial t_s}; \quad (5.25)$$

$$\Delta \omega \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A^2} = 2 \| \tilde{M} \|_\sigma^2 \quad (5.26)$$

$$\Delta \omega \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial t_s^2} = 2A \Re \langle \omega^2 e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma \quad (5.27)$$

La dérivée croisée 5.25 est nulle en (\dot{A}, \dot{t}_s) par définition de ce point. La seconde dérivée 5.26 est manifestement positive ou nulle partout. Enfin, l'espérance de la troisième dérivée 5.27 peut s'écrire d'après 5.16:

$$\Delta \omega E \left\langle \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial t_s^2} \right\rangle = 2A \Re \langle \omega^2 e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) | E \langle \tilde{S}(\omega) \rangle \rangle_\sigma \quad (5.28)$$

$$= 2A^2 \| \omega \tilde{M} \|_\sigma^2 \quad (5.29)$$

ce qui montre qu'elle est positive ou nulle. Il s'ensuit que (\dot{A}, \dot{t}_s) réalise bien le minimum de χ^2 .

Le χ^2 peut alors se réécrire sous la forme :

$$\Delta \omega \chi^2 = \| \tilde{S} \|_\sigma^2 + A \left(A - 2\dot{A} \right) \| \tilde{M} \|_\sigma^2 \quad (5.30)$$

Le meilleur χ^2 se simplifie alors en

$$\Delta \omega \dot{\chi}^2 = \| \tilde{S} \|_\sigma^2 - \dot{A}^2 \| \tilde{M} \|_\sigma^2 \quad (5.31)$$

Notons que cette relation (analogue à 5.10 dans l'espace des temps), quadratique en l'estimation de l'amplitude, amplifiera les erreurs sur celle-ci. Quand nous appliquerons cette méthode, si les hypothèses faites jusqu'ici sont suivies, le χ^2 ne dépendra pas de l'amplitude A . En revanche si les données s'écartent des hypothèses (comme par exemple si les événements ne sont pas homothétiques entre eux), alors nous observerons une dépendance quadratique de χ^2 en A .

5.4.2.2 Méthode alternative d'obtention de l'optimum

Extraire la meilleure estimation du temps de décalage t_s de la formule 5.24 n'est pas commode. En généralisant à un temps quelconque la formule 5.23 qui donne la meilleure estimation de l'amplitude, considérons la fonction $t_s \rightarrow \ddot{A}(t_s) = \frac{\Re \langle e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega) | \tilde{S}(\omega) \rangle_\sigma}{\| \tilde{M} \|_\sigma^2}$. Par comparaison avec la relation 5.24, nous pouvons vérifier que la dérivée de \ddot{A} s'annule uniquement en la meilleure estimation du temps de décalage.

De plus, d'après la formule 5.27, la dérivée seconde de la fonction \ddot{A} s'écrit en \dot{t}_s : $-\frac{1}{2A} \Delta \omega \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial t_s^2}$. Donc \ddot{A} a un unique extremum : $\ddot{A}(\dot{t}_s) = \dot{A}$. Il s'agit d'un minimum (respectivement un maximum) si \dot{A} est positif (respectivement négatif). La possibilité que \dot{A} soit positive ou négative provient du fait que nous avons imposé que le modèle ait un maximum positif, alors que les signaux peuvent être positifs ou négatifs.

En pratique, donc, nous balayerons les pas en temps t_s jusqu'à trouver l'extremum de la fonction \ddot{A} .

5.4.2.3 Estimation des erreurs

En considérant un développement de Taylor de la fonction de deux variables χ^2 au voisinage de l'optimum (\dot{A}, \dot{t}_s) , il apparaît d'après les équations 5.25, 5.26 et 5.27 que la variation de la fonction est donnée par les deux dérivées secondes par rapport à A et t_s . Les variances de la distribution χ^2 se définissent alors par :

$$\sigma_{\dot{A}}^2 = \frac{2}{E \left\langle \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A^2} \right\rangle} = \frac{\Delta\omega}{\|\tilde{M}\|_\sigma^2} \quad (5.32)$$

$$\sigma_{\dot{t}_s}^2 = \frac{2}{E \left\langle \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial t_s^2} \right\rangle} = \frac{\Delta\omega}{\dot{A}^2 \|\omega \tilde{M}\|_\sigma^2} \quad (5.33)$$

Notons que l'erreur sur l'estimation de l'amplitude dépend uniquement du modèle et du bruit. Il s'agit de l'inverse du rapport signal sur bruit du modèle. Comme prévisible, un bon rapport signal sur bruit va de paire avec une faible erreur sur l'estimation de l'amplitude, et réciproquement. En revanche, l'incertitude sur l'estimation du temps de décalage dépend en outre de l'amplitude : une grande amplitude pour un événement réduit l'incertitude sur le temps de décalage.

5.4.3 Fonction gabarit

Nous pouvons simplifier l'écriture de l'estimation de la meilleure amplitude donnée par 5.23 en regroupant tout ce qui ne dépend pas du signal en un terme :

$$\tilde{F}_{t_s}(\omega) = \frac{1}{\|\tilde{M}\|_\sigma^2} \frac{e^{-i\omega t_s} \tilde{M}(\omega)}{\sigma^2(\omega)} \quad (5.34)$$

Ainsi la meilleure estimation de l'amplitude se réécrit comme un produit scalaire non pondéré entre la transformée de Fourier de chaque signal et une quantité adimensionnée identique pour tous les signaux :

$$\dot{A} = \Re \langle \tilde{F}_{t_s} | \tilde{S} \rangle \quad (5.35)$$

L'importance de ce gabarit (ou *template*) F réside dans le fait que par le biais du produit scalaire avec le signal, il minimise la contribution de canaux bruités à l'estimation de l'amplitude.

Le calcul de la valeur de l'amplitude pour une valeur du temps de décalage selon cette formule prendra donc la valeur réelle d'un produit scalaire complexe, soit $4n$ opérations. Traiter un événement en balayant N_s décalages, prendra alors une seule transformée de Fourier rapide, soit $\approx n \log_2 n$ opérations [143, §12.2], et $4nN_s$ autres opérations. Une fois la meilleure estimation de l'amplitude obtenue, le calcul de $\dot{\chi}^2$ selon la formule 5.31 prendra essentiellement un produit scalaire pondéré ($\approx 5n$ opérations) pour un nombre de canaux grand devant un. En tout état de cause, l'unique transformée de Fourier rapide de l'événement ne dominera pas forcément le temps de calcul ; il engagera environ $\approx n(\log_2 n + 4N_s + 5)$ opérations³.

3. Pour mémoire, $\log_2 4000 \approx 12$.

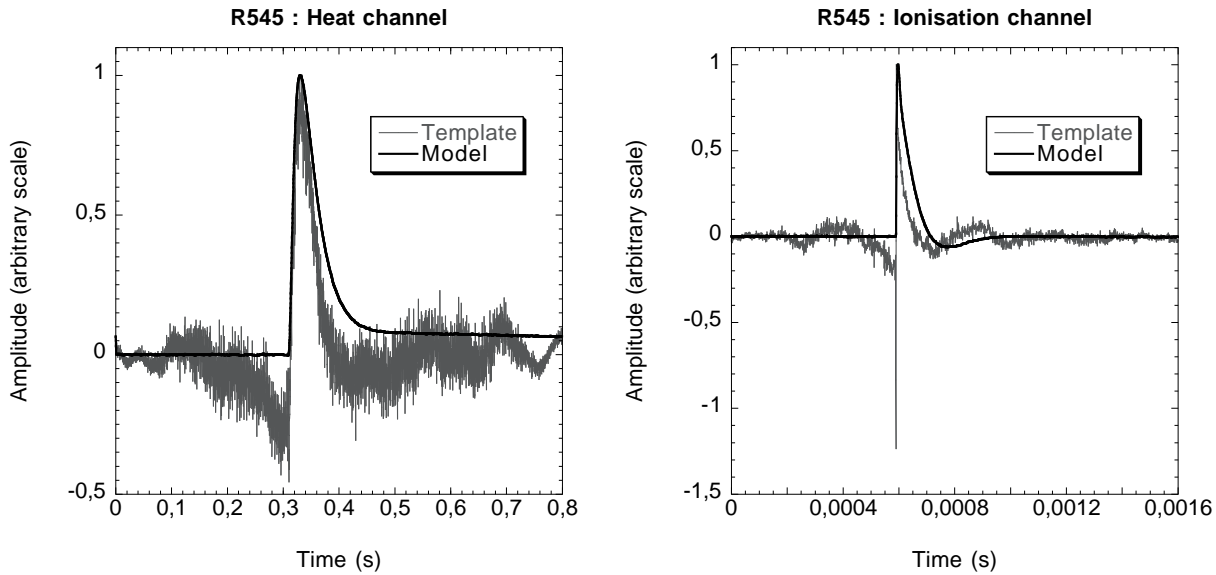


FIG. 5.5 – Exemples de gabarits et de modèles des voies chaleur et en ionisation. L'estimation de l'amplitude d'un événement s'obtient par produit scalaire de celui-ci et du gabarit. Pour les deux voies, les gabarits montrent que les canaux autour du déclenchement joueront le rôle le plus important.

5.4.4 Calcul dans l'espace des temps

Nous venons d'exposer que le calcul de la meilleure amplitude se ramène à un produit scalaire de transformées de Fourier. Or l'identité de Parseval D.29 montre que la transformée de Fourier conserve les produit scalaires. L'estimation de l'amplitude peut donc se faire en s'affranchissant des transformées de Fourier [175] :

$$\dot{A} = \langle F_{i_s} | S \rangle \quad (5.36)$$

Le gabarit F_{i_s} permet de visualiser directement sur chaque événement quels canaux contiennent le plus d'information pour estimer l'amplitude (figure 5.5).

F_{i_s} peut se calculer à partir de sa transformée de Fourier une fois pour tous les événements. Le calcul de l'amplitude pour un événement prend donc N_s produits scalaires réels, soit $2nN_s$ opérations. Le calcul de l'amplitude dans l'espace des temps permet donc un gain de temps considérable par rapport à la méthode présentée dans la section 5.4.3.

L'avantage acquis de cette manière disparaît toutefois au niveau du calcul du meilleur χ^2 . D'après la formule 5.31, le calcul de celui-ci requiert la connaissance de la norme pondérée du modèle (calculable une fois pour toutes) et de celle pondérée du signal, $\|\tilde{S}\|_\sigma$. Or cette dernière fait appel à une transformée de Fourier, car il ne semble pas y avoir de façon économique du point de vue du calcul de trouver une expression de $\|\tilde{S}\|_\sigma$ dans l'espace des temps. Le tableau 5.2 récapitule les opérations nécessaires pour calculer estimer l'amplitude et le χ^2 .

5.5 Questions liées à l'échantillonnage

Pour mettre en œuvre les techniques d'analyse que nous venons de voir, il faut numériser les signaux. Le fait que nous ne puissions réaliser qu'un échantillonnage fini des signaux soulève

TAB. 5.2 – *Opérations requises pour le filtrage optimal. Nous supposons le nombre de canaux grand devant 1, et le gabarit et le modèle connus en temps et en fréquence. Une comparaison avec la table 5.1 montre que si une estimation de A suffit, son calcul par filtrage optimal dans l'espace des temps ne dure pas plus que son calcul par ajustement en temps. En revanche, dès que nous cherchons aussi à calculer le χ^2 , quelque soit la méthode de calcul, le filtrage optimal prend au moins deux fois plus de calculs. En pratique, le traitement d'un événement (deux voies, analyse brute, ajustement dans l'espace des temps et filtrage optimal) prend de l'ordre de 0.8 s sur un Macintosh PowerPC 7200/120; soit environ une heure pour un jeu de données typique de 4000 événements.*

	A en fréquence	A en fréquence et χ^2	A en temps	A en temps et χ^2
1 fois /évt.	$n \log_2 n$	$n(\log_2 n + 5)$	0	$n(\log_2 n + 5)$
1 fois / t_s	$4n$	0	$2n$	0
Total /évt.	$n(\log_2 n + 4N_s)$	$n(\log_2 n + 4N_s + 5)$	$2nN_s$	$n(\log_2 n + 2N_s + 5)$

deux interrogations. La première concerne la manière de réaliser au mieux cet échantillonnage. La seconde, cherche à en pallier un effet secondaire.

5.5.1 L'échantillonnage

En pratique, la question se pose de savoir comment échantillonner au mieux le signal. L'échantillonnage dépend *a priori* de cinq paramètres :

- T et F , la durée d'échantillonnage et la fréquence d'échantillonnage;
- Δt et Δf , les pas d'échantillonnage respectivement en temps et en fréquence;
- n , le nombre d'échantillons.

Ces cinq paramètres sont reliés par trois relations triviales :

$$\Delta f = \frac{1}{T}, \quad \Delta t = \frac{1}{F}, \quad \Delta f \Delta t = \frac{1}{n}. \quad (5.37)$$

Il suffit donc de considérer par exemple T et F .

La contrainte supplémentaire la plus connue est le critère de Shannon-Nyquist. Soit une fonction f dont la transformée de Fourier \tilde{f} est à support compact. Alors \tilde{f} se décompose en série de Fourier :

$$\tilde{f}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\omega_0} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \tilde{f}(\omega) e^{i\pi k \omega / \omega_0} d\omega \right] e^{-i\pi k \omega / \omega_0} \quad (5.38)$$

La transformée de Fourier inverse apparaît dans le développement précédent, d'où : $\tilde{f}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\sqrt{2\pi}}{2\omega_0} f\left(\frac{k\pi}{\omega_0}\right) \right] e^{-i\pi k \omega / \omega_0}$. La fonction de départ s'obtient ensuite en inversant la transformée de Fourier \tilde{f} ; d'où, en permutant les sommations, puis en reconnaissant les transformées de Fourier déphasées de la fonction sinus cardinal,

$$f(t) = \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\omega_0} f\left(\frac{k\pi}{\omega_0}\right) e^{-i\pi k \omega / \omega_0} e^{i\omega t} d\omega$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\omega_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{k\pi}{\omega_0}\right) \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{-i\pi k\omega/\omega_0} e^{i\omega t} d\omega \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{k\pi}{\omega_0}\right) \frac{\sin(\omega_0 t - k\pi)}{\omega_0 t - k\pi}
\end{aligned} \tag{5.39}$$

Ceci permet d'énoncer le théorème suivant :

Theorème 1 (Shannon-Nyquist [129, 161]) *Soit une fonction dont la transformée de Fourier est à support compact. Alors elle est uniquement déterminée par un échantillonnage dénombrable à fréquence supérieure ou égale à deux fois sa fréquence maximale.*

En d'autres termes, soit la fonction f et sa pulsation de coupure ω_0 telle que $\forall |\omega| > \omega_0, \tilde{f}(\omega) = 0$. Alors

$$\forall t, f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{\pi k}{\omega_0}\right) \frac{\sin(\omega_0 t - k\pi)}{\omega_0 t - k\pi} \tag{5.40}$$

Deux bémols pratiques apparaissent :

- un échantillonnage dénombrable est irréalisable;
- peu de transformées de Fourier de signaux sont à support compact.

Il existe un corollaire immédiat du théorème 1.

Corollaire 1 *Soit une fonction à support compact. Alors sa transformée de Fourier est uniquement déterminée par un échantillonnage dénombrable de durée supérieure ou égale à deux fois la sienne.*

Ceci se traduit de façon analogue à la formule 5.40 :

$$\exists t_0 / \forall t \notin [-t_0, t_0], f(t) = 0 \Rightarrow \forall \omega \tilde{f}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{\pi k}{t_0}\right) \frac{\sin(\omega t_0 - k\pi)}{\omega t_0 - k\pi} \tag{5.41}$$

Malheureusement, une fonction non-triviale ne peut être à support compact à la fois en temps et en fréquence [55, §2.9]. En effet, soit f une fonction infiniment dérivable à support compact à la fois en temps et en fréquence. L'hypothèse du support compact en temps implique que toutes les dérivées de la fonction par rapport au temps s'annulent aux bornes du compact en question. En dérivant sous le signe somme de l'inversion de la transformée de Fourier, il vient que $\forall k, f^{(k)}(t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} (i\omega)^k \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t_0} d\omega = 0$. D'autre part, l'inversion de la transformée de Fourier peut se réécrire à l'aide du développement en série entière d'une exponentielle :

$$\forall t, f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t_0} e^{i\omega(t-t_0)} d\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t_0} \sum_{k=0}^{\infty} (i\omega)^k \frac{(t-t_0)^k}{k!} d\omega \tag{5.42}$$

Or le support compact de \tilde{f} permet de permuter les deux sommations, faisant apparaître les $k^{\text{èmes}}$ dérivées de f en t_0 . La nullité de ces dérivées en ce point implique donc la nullité constante de cette fonction f .

5.5.1.1 Suréchantillonnage en fréquence dans le cadre du filtrage optimal

Plaçons-nous dans le cas du filtrage optimal avec une fonction modèle M , issue de la chaîne d'acquisition, à support compact dans l'espace des fréquences. Ce cas de figure correspond à un filtrage idéal, de raideur infinie. Soit f_c alors la fréquence maximale de M . Soit un spectre de bruit quelconque. Échantillonner à une fréquence F trop grande devant les $2f_c$ du critère de Shannon-Nyquist revient-il à polluer l'information du signal en rajoutant du bruit superflu ? En fait il n'en est rien. En effet, le χ^2 peut se décomposer sur les fréquences inférieures à celle du modèle et les autres :

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_{f \leq f_c} \frac{|\tilde{S}(f) - Ae^{-i2\pi f t_s} \tilde{M}(f)|^2}{\sigma_f^2} + \sum_{f_c < f \leq F} \frac{|\tilde{S}(f) - Ae^{-i2\pi f t_s} \tilde{M}(f)|^2}{\sigma_f^2} \\ &= \sum_{f \leq f_c} \frac{|\tilde{S}(f) - Ae^{-i2\pi f t_s} \tilde{M}(f)|^2}{\sigma_f^2} + \sum_{f_c < f \leq F} \frac{|\tilde{S}(f)|^2}{\sigma_f^2}\end{aligned}\quad (5.43)$$

Comme les dérivées du second terme par rapport à A ou à t_s disparaissent, l'échantillonnage superflu ne change rien à l'estimation de l'amplitude :

$$\dot{A} = \frac{\sum_{f \leq f_c} \frac{\Re(e^{-i2\pi f t_s} \tilde{M}(f) \tilde{S}^*(f))}{\sigma_f^2}}{\sum_{f \leq f_c} \frac{|\tilde{M}(f)|^2}{\sigma_f^2}}\quad (5.44)$$

De même pour le χ^2 , le premier terme de la somme 5.43 a pour espérance $\frac{f_c}{\Delta f}$, le second $\frac{F-f_c}{\Delta f}$, donc l'espérance du χ^2 reste bien $\frac{f_c}{\Delta f} + \frac{F-f_c}{\Delta f} = n$. En pratique, la pente finie du filtre réel suffit pour que les choses ne dévient pas trop du cadre ci-dessus.

5.5.1.2 Suréchantillonnage en temps dans le cadre du filtrage optimal

Sur des signaux suffisamment séparés les uns des autres, augmenter la durée d'échantillonnage ne peut être que bénéfique du point de vue du traitement du signal, mais pose le problème du volume des données. En pratique, un second problème interviendra, à savoir l'empilement qui fournit une limite supérieure à la durée d'échantillonnage.

5.5.1.3 Choix pratiques

En pratique, nous respecterons autant que possible le critère de Nyquist, ainsi que son corollaire en fréquence. D'autre part nous échantillonnerons avec une durée suffisante pour bien déterminer la ligne de base. Étant donné le passe-bas de la voie chaleur de 100 Hz (respectivement 100 kHz pour l'ionisation) et la durée typique du signal qui est d'une seconde pour la chaleur (0.4 ms pour l'ionisation), nous choisissons l'échantillonnage de la table 5.3. Le problème principal provient de la durée importante des événements chaleur: leur second temps caractéristique de décroissance est de l'ordre d'une quinzaine de secondes (§4.1.1).

5.5.2 Le fenêtrage

Considérons un bolomètre sans bruit recevant une unique impulsion. Tôt ou tard, sa température (ou sa charge) finirait par reprendre une valeur arbitrairement proche de celle de départ.

TAB. 5.3 – *Conditions typiques d'échantillonnage. Les nombres d'échantillons n sont des multiples de 2 afin d'accélérer la transformée de Fourier rapide. Nous doublons parfois n pour faire une calibration particulièrement précise.*

	n	Δt (s)	F (kHz)	T (s)
Voie ionisation	2048	8×10^{-7}	1250	$\approx 1.6 \times 10^{-3}$
Voie chaleur	4096	2×10^{-4}	5	≈ 0.82

Cependant, pour ce qui concerne le signal chaleur au moins, l'échantillonnage tronque une partie de la queue du signal, introduisant une discontinuité artificielle entre début et fin. Par ailleurs en tenant compte du bruit aléatoire, et d'éventuels empilements, ceux-ci introduisent aussi des discontinuités entre début et fin de l'échantillon du signal. Or ces discontinuités engendrent des fréquences parasites dans le spectre de Fourier du signal. La solution classique en traitement du signal consiste à fenêtrer le signal, c'est à dire à le convoluer en temps par une fonction croissant de zéro jusqu'à un avant de décroître pour s'annuler à nouveau.

Diverses fenêtres existent [71, 84]. La plupart de celles-ci, comme celle dite de Hanning, possèdent néanmoins un inconvénient dans l'optique de notre analyse : leur maximum, un, n'est atteint qu'en un point. Ceci entraîne deux biais : l'amplitude de l'événement est réduite ; et l'amplitude est corrélée au temps. Nous avons donc modifié la fenêtre de Hanning de façon *ad hoc*, pour qu'elle soit plate à son maximum sur un intervalle assez long.

5.6 Mise en œuvre du filtrage optimal

La mise en œuvre du filtrage optimal suit toujours celle d'une analyse brute au cours de laquelle la ligne de base est retirée de chaque événement (section 5.2).

5.6.1 Détermination de l'événement modèle

Des événements convenables, avec une ligne de base régulière et sans empilement, sont sélectionnés visuellement. L'événement modèle est la moyenne de ces événements calculée comme suit. Dans l'éventualité où il y aurait une légère dépendance entre la forme de l'événement et son amplitude, les événements retenus sont normés de façon à rendre leur maximum égal à un. Ensuite, dans le cas de la voie chaleur déclenchée par la voie ionisation, le fait que cette dernière soit environ mille fois plus rapide que la première, fait que les événements peuvent être directement ajoutés les uns aux autres. En revanche dans le cas de la voie chaleur déclenchée autrement, et dans le cas de la voie ionisation, il faut tenir compte dans la moyenne de l'incertitude sur le moment de déclenchement. Pour cela, les événements sont tous calés sur leur temps de demi-montée avant d'être moyennés. Dans tous les cas la somme, normalisée à un, fournit M . En concordance avec l'hypothèse faite que le bruit est décorrélié (section 5.4.1), l'utilisation d'une trentaine d'événements suffit à lisser la moyenne de façon raisonnable. La figure 5.1 montre en fait deux exemples de modèles, l'un pour l'ionisation, l'autre pour la chaleur.

Des problèmes peuvent survenir dès lors que le bruit est corrélé avec le déclenchement : le recalage en temps met le bruit des différents événements à moyenner en phase, et la somme des bruits ne s'annule plus. D'autre part, malgré toutes nos précautions, les modèles déterminés peuvent ne pas convenir aux événements les plus grands, ce qui se traduit d'après

la relation 5.31 par une corrélation entre χ^2 et amplitude (figure 7.7). Ceci traduit sans doute une saturation la chaîne d'acquisition plutôt que du bolomètre. En revanche, pour des particules encore plus énergiques, comme celles de type α , le bolomètre lui-même quitte le régime de réponse linéaire.

5.6.2 Détermination du bruit

La détermination du spectre moyen du bruit σ_ω se fait aussi par une moyenne. Les événements doivent provenir d'une acquisition faite dans les mêmes conditions que celle des données à analyser, mais où les déclenchements sont aléatoires (§4.4.2). Des lignes de base bruitées N , dépourvues de traces d'événements physiques fortuits, sont sélectionnées *de visu*. La figure 5.6 montre des exemples d'événements de bruit. Pour chacun de ces événements N , nous calculons la transformée de Fourier \tilde{N} après fenêtrage, ainsi que son module à chaque fréquence $|\tilde{N}(\omega)|$. Selon les hypothèses faites sur le bruit (équation 5.13), à chaque fréquence, la moyenne quadratique des $|\tilde{N}(\omega)|$ des événements fournit une estimation de son écart type σ_ω . En général, une trentaine d'événements suffisent à obtenir un spectre adéquat. Les spectres de la figure 5.4 ont été obtenus de cette manière.

Notons que le choix d'une moyenne arithmétique entraînera une surestimation du bruit à chaque fréquence, surestimation dépendante de la fréquence. Pour un nombre d'événements assez grand :

$$\frac{1}{n^2} \left(\sum_i |\tilde{N}_i(\omega)| \right)^2 = \sigma_\omega^2 + \frac{1}{n^2} \sum_i \sum_{j>i} |\tilde{N}_i(\omega)| |\tilde{N}_j(\omega)| \geq \sigma_\omega^2 \quad (5.45)$$

Cette surestimation, apparaissant dans la double somme et croissante avec le bruit à une fréquence donnée, entraînera une exagération des caractéristiques du spectre.

5.6.3 Choix de la fourchette des temps de décalage

Il s'agit de la plage sur laquelle t_s sera considéré lors de la maximisation de l'amplitude selon la formule 5.23. En règle générale, taille de l'impulsion et précision sur l'instant de démarrage vont de paire, mais plusieurs cas peuvent se présenter. Si l'instant de démarrage des événements de la voie en question est bien connu, il suffit de prendre une plage restreinte à une dizaine de canaux par exemple. Ceci survient quand une autre voie plus rapide — typiquement celle d'ionisation —, déclenche celle à étudier, plus lente — typiquement celle chaleur. Une plage démesurée entraîne alors une inflation du temps de calcul, préjudiciable quand il s'agit d'analyser beaucoup d'événements et sans effet bénéfique. En revanche quand le temps de déclenchement de la voie étudiée varie d'un événement à l'autre, il faut prendre une plage de recherche plus importante, comme quand il s'agit d'une voie phonons déclenchée par elle-même. Le gain au niveau des ajustements justifie alors le surcoût en temps.

Dans le cas où plusieurs événements physiques s'empilent dans la fenêtre enregistrée, la plage de t_s joue un rôle crucial dans l'ajustement. En effet selon la taille de cette plage, l'ajustement se fera sur l'un ou l'autre des événements. Or ceci peut être tout à fait néfaste dans certains cas, par exemple celui de la voie lente déclenchée par la voie rapide : si l'ajustement se fait sur un événement autre que celui du déclenchement, l'événement physique ajusté ne correspondra plus à celui, unique, de la voie rapide, et la résolution des deux voies en pâtira. Donc paradoxalement, une plage de t_s dépassant un canal peut nuire à la résolution en plus de dégrader la vitesse des opérations.

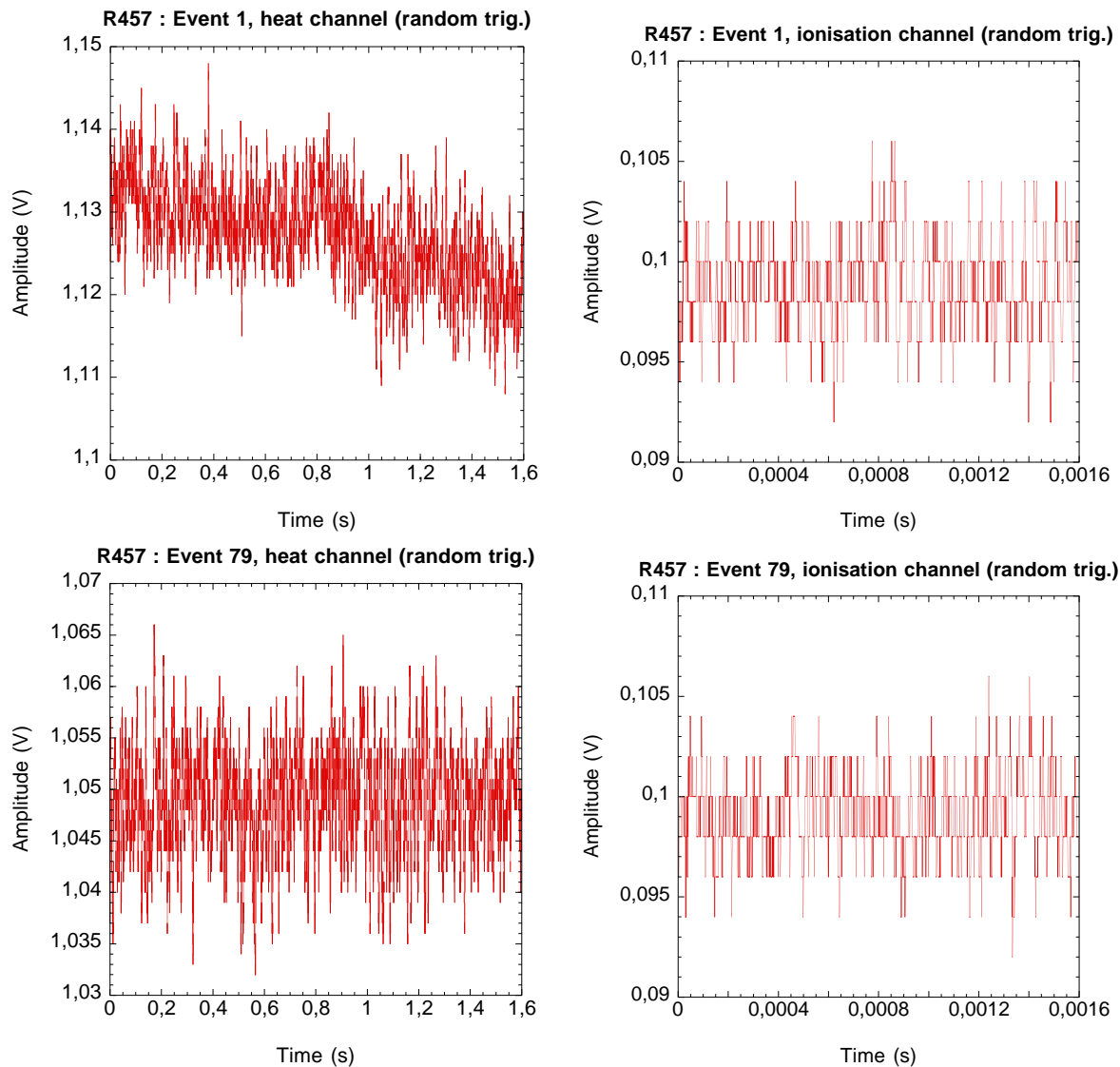


FIG. 5.6 – *Événements de bruit typiques, voie chaleur et voie ionisation. Pour la voie chaleur (section 4.1.3), étant donnée la bande passante (300 Hz) et le gain (25×10^4), le bruit Johnson du NTD rend compte de fluctuations typiques de 1.4 mV, de l'ordre de celles observées.*

Il faut noter que la formule 5.31 fournissant le meilleur χ^2 dépend du carré de l'estimation de l'amplitude, ce qui amplifiera d'éventuelles erreurs sur l'estimation de A . Une mésestimation systématique de A , aussi faible soit-elle, pourra fausser la distribution du χ^2 . Pour cette raison, il importe que la détermination du meilleur χ^2 soit faite avec un pas en t_s d'autant plus petit que les variations des événements au voisinage de leur déclenchement sont brusques. C'est aussi pourquoi il vaut mieux effectuer les calculs dans l'espace de Fourier plutôt que dans celui des temps, puisqu'il sera alors possible numériquement de choisir des t_s non-multiples du pas en temps. En effet, l'expression $M(t - t_s)$ est numériquement dépourvue de sens si t_s n'est pas multiple du pas en temps. En revanche, $e^{i\omega t_s} \tilde{M}(\omega)$ peut toujours se calculer.

5.6.4 Réduction des données

Une fois modèle, bruit et plage de t_s fixés, nous passons à l'analyse proprement dite. Nous calculons le gabarit de chaque voie, puis nous effectuons l'analyse brute, l'ajustement dans l'espace des temps, et le filtrage optimal décrits ci-dessus. Nous recueillons des données réduites pour chaque événement : des temps, des amplitudes, des facteurs de mérite.

5.7 Traitement de l'empilement: généralisation du filtrage optimal

Comme le montre la figure 5.3, plusieurs cas pratiques, notamment l'empilement, violent les hypothèses de base du filtrage optimal faites dès la formule 5.11.

5.7.1 Cas général

Pour traiter l'empilement, il apparaît alors naturel de généraliser la formule 5.11 de la façon suivante, en gardant les mêmes hypothèses sur le bruit N :

$$S(t) = \sum_{i=1}^m A_i M(t - t_{si}) + N(t). \quad (5.46)$$

Cela revient à supposer qu'un nombre connu m d'événements physiques occupent la fenêtre d'échantillonnage. Le nombre m peut être connu en comptant les déclenchements du *trigger*. La transformation dans l'espace des fréquences est directe:

$$\tilde{S}(\omega) = \sum_{i=1}^m A_i e^{-i\omega t_{si}} \tilde{M}(\omega) + \tilde{N}(\omega). \quad (5.47)$$

Un χ^2 se construit de même qu'en 5.17.

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \left\| \tilde{S}(\omega) - \sum_{i=1}^m A_i e^{-i\omega t_{si}} \tilde{M}(\omega) \right\|_{\sigma}^2 \\ &= \left\| \tilde{S} \right\|_{\sigma}^2 - 2 \sum_i A_i \Re \langle e^{-i\omega t_{si}} \tilde{M} | \tilde{S} \rangle_{\sigma} \\ &\quad + 2 \sum_i \sum_{j>i} A_i A_j \langle e^{-i\omega t_{si}} \tilde{M} | e^{-i\omega t_{sj}} \tilde{M} \rangle_{\sigma} + \sum_i A_i^2 \left\| \tilde{M} \right\|_{\sigma}^2 \end{aligned} \quad (5.48)$$

Ce χ^2 se minimise par rapport aux $2m$ variables :

$$\begin{aligned} \forall i \frac{\partial \chi^2}{\partial A_i} = & -2\Re\langle e^{-i\omega t_{s_i}} \tilde{M} | \tilde{S} \rangle_\sigma \\ & + 2 \sum_{j>i} A_j \langle e^{-i\omega t_{s_i}} \tilde{M} | e^{-i\omega t_{s_j}} \tilde{M} \rangle_\sigma + 2A_i \| \tilde{M} \|_\sigma^2 \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} \forall i \frac{\partial \chi^2}{\partial t_{s_i}} = & -2A_i \Im\langle \omega e^{-i\omega t_{s_i}} \tilde{M} | \tilde{S} \rangle_\sigma \\ & - 2 \sum_{j>i} A_i A_j \langle -i\omega e^{-i\omega t_{s_i}} \tilde{M} | e^{-i\omega t_{s_j}} \tilde{M} \rangle_\sigma \end{aligned} \quad (5.50)$$

Remarquons tout de suite que si les t_{s_i} sont connus et distincts, annuler les équations 5.49 forme un système linéaire en les A_i à solution unique puisque composé d'une matrice symétrique réelle. En revanche le système d'équations 5.50 reliant temps de décalage et amplitudes reste non-linéaire en les amplitudes. Nous considérerons donc le cas particulier où les temps de décalage sont connus.

5.7.2 Cas particulier des déclenchements connus

Dans le cas où les temps de déclenchements sont connus, nous passons d'un système non-linéaire ayant $2m$ équations à un système linéaire avec la moitié d'inconnues. Ce cas surgit par exemple quand une voie rapide (i.e. l'ionisation) déclenche une voie lente (i.e. la chaleur) et que les temps de déclenchements sont enregistrés sur une voie à part. La résolution du système ne pose pas de problèmes numériques particuliers.

Nous avons implémenté cette méthode, puis l'avons appliquée à des données souffrant d'empilement. Un exemple de résultat fait l'objet de la figure 5.7. La méthode fournit toutefois des résultats moyens. Elle souffre du peu d'information disponible pour chaque événement dans la fenêtre, et de la distorsion induite par le fenêtrage sur les événements succédant au premier. Or augmenter le temps d'échantillonnage ne ferait qu'introduire encore plus d'empilement.

La première conclusion de ceci est que le filtrage optimal n'est pas bien adapté aux données avec empilement. Dans le cas de données avec de l'empilement — qui représente peu d'intérêt pour la recherche de la matière sombre dans les masses de détecteur actuelles vu les faibles taux attendus — une numérisation continue suivie d'une analyse temps-fréquence serait sans doute plus appropriée [179]. Une telle analyse a d'ailleurs été mise en œuvre dans le cadre de bolomètres plus massifs [136].

La seconde conclusion est qu'aucune analyse ne peut rattraper des données mal prises, d'où l'importance du choix de l'activité de la source lors de calibrations pour éviter les empilements, et de veiller à respecter les critères simples de l'échantillonnage.

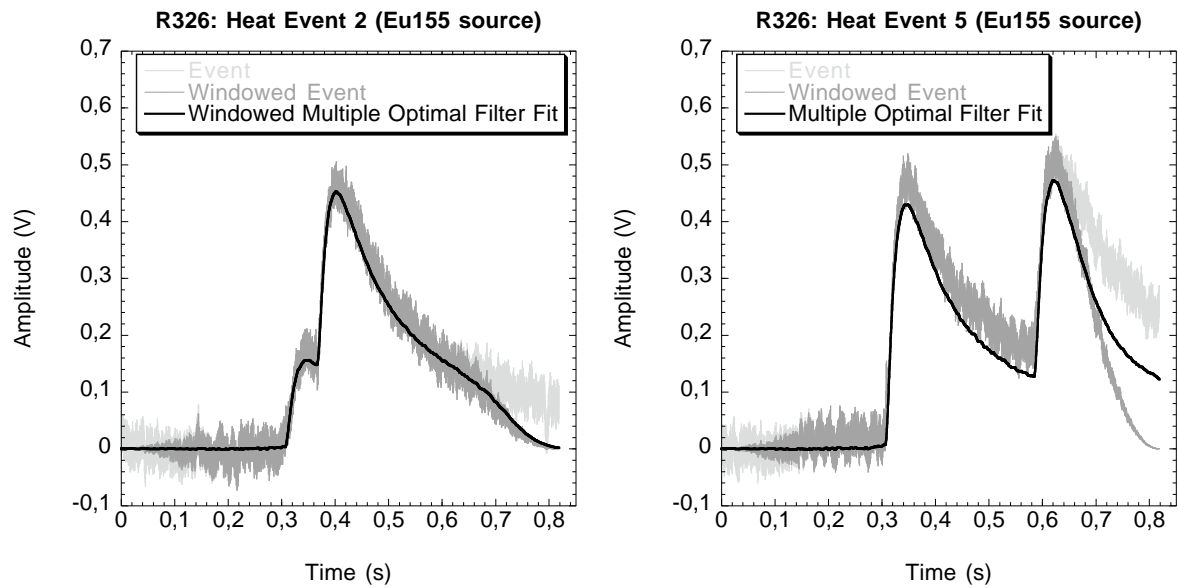


FIG. 5.7 – Exemples d'ajustement par filtrage optimal multiple. L'ajustement pâtit de l'échantillonnage en temps trop court, le fenêtrage écrasant la queue des événements. Les données proviennent d'un étalonnage avec une source de ^{155}Eu (pic principal à 86.5 keV [34]) manifestement trop active ou trop proche du détecteur.

Chapitre 6

Caractérisation du filtrage optimal sur simulations

« A notre arrivée, l'homme faisait le mort dans le but de nous faire croire qu'il n'était plus vivant. »

Jérôme Duhamel, Les perles des fonctionnaires [54, §1]

Avant d'appliquer les outils de filtrage optimal sur des données réelles, nous allons caractériser leur performance sur des simulations. Nous présenterons d'abord le principe de cette simulation, puis quelques aspects du programme de simulation, et enfin l'étalonnage du filtrage optimal sur des données simulées.

6.1 Données réelles et données simulées

Pour comprendre comment nous simulerons les données réelles, il importe de rappeler comment elles s'obtiennent. Nous considérerons la voie chaleur, mais la méthode s'adapterait assez facilement à la voie ionisation.

6.1.1 Obtention des données réelles

Dans le cas d'un détecteur et d'une chaîne d'acquisition parfaits, les signaux S enregistrés se réduiraient à des impulsions de Dirac. En pratique, abstraction faite momentanément du bruit, la relaxation thermique et l'électronique induisent des temps de croissance et décroissance non-nuls pour les impulsions \mathcal{M} à la sortie du bolomètre; un filtrage transforme ces impulsions en M . Le bruit N , apparaît hélas à toutes les étapes de l'acquisition: dès le bolomètre, un bruit thermodynamique blanc surgit; après le filtrage un second bruit blanc s'y rajoute; quelque part au cours de ces manipulations des pics de microphonie et de l'interférence peuvent s'immiscer.

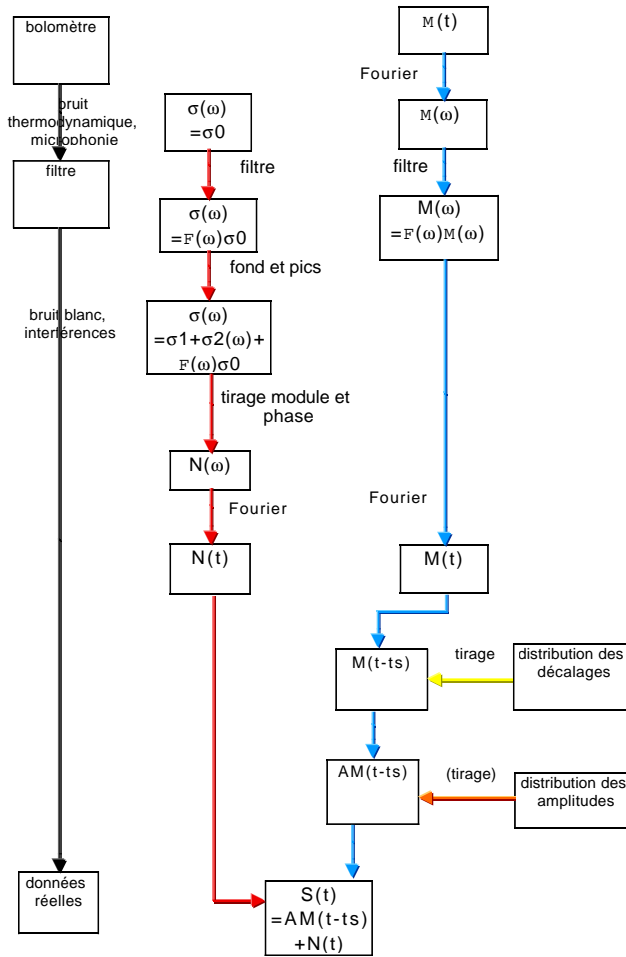


FIG. 6.1 – Chaînes d'acquisition réelle (à gauche) et simulée (à droite). En pratique, nous sommes restreints à une distribution des amplitudes simulées réduite à une valeur.

6.1.2 Schéma de simulation

Le programme LasVegas simule donc les données selon le schéma $S(t) = AM(t-t_s) + N(t)$. S représente le signal d'un événement donné, composé d'un bruit N propre à cet événement, et d'une impulsion modèle M commune à tous les événements, mais amplifiée et décalée par des facteurs A et t_s spécifiques à chaque événement. L'amplitude A est proportionnelle à l'énergie de l'événement. Conformément aux hypothèses du filtrage optimal, LasVegas tire N à partir d'une distribution d'écarts-types, $\sigma(\omega)$.

L'utilisateur précise d'abord les conditions physiques du système : filtrage \mathcal{F} du système (fréquence de coupure et ordre du passe-bas), puis le niveau de bruit de fond du bolomètre σ_0 , et la forme de l'événement modèle avant filtrage $\mathcal{M}(t)$. σ_0 et \mathcal{M} seront filtrés, puis l'utilisateur pourra préciser des composantes à rajouter au bruit pour fournir $\sigma(\omega)$. Ce dernier servira à générer le bruit $N(t)$ de chaque événement. Il précise ensuite la distribution des amplitudes A , et enfin la distribution des temps de décalage t_s . Puis, il définit les conditions d'échantillonnage : le nombre de canaux n , le pas en temps Δt , et la longueur du pretrigger ; et enfin, comme conditions générales d'acquisition, le nombre d'événements souhaités. La figure 6.1 récapitule la chaîne réelle d'acquisition et son image simulée.

6.2 Faites vos jeux !

Nous décrivons maintenant les composantes de la simulation résumés dans la figure 6.1.

6.2.1 Filtrage

Une cascade de filtres passe-bas de type RC peut être reproduite. Soient U_i et U_{i+1} respectivement la tension en entrée et en sortie de l'étage i ; alors $U_{i+1} = \frac{U_i}{1+iRC\omega}$; plus généralement après p étages, $U_p = \frac{U_0}{(1+iRC\omega)^p} = \tilde{\mathcal{F}}_p(\omega)U_0$. En posant $\omega_0 = 1/RC$, le gain du filtre s'écrit $\frac{1}{(1+(\omega/\omega_0)^2)^{p/2}}$. Aux faibles fréquences, le comportement du gain suit $\approx 1 - (p/2)(\omega/\omega_0)^2$; une décroissance aux grandes, $\approx (\omega_0/\omega)^p$. Le diagramme de Bode se compose de deux droites, une plate et nulle pour les basses fréquences, $\approx -(p/2)(\omega/\omega_0)^2$; aux grandes, $-p \ln \omega/\omega_0$. Typiquement, il s'agit de filtres d'ordre 6 ou 8 à pulsation de coupure ω_0 supérieure à la pulsation caractéristique des modèles décrits au paragraphe 6.2.3.

6.2.2 Le bruit

Il s'agit de la partie délicate à simuler. A partir d'une distribution d'écarts-types commune à l'ensemble des événements, il faut ensuite générer le bruit propre à chaque événement.

6.2.2.1 Distribution des écarts-types

La distribution en fréquence des écarts-types se compose d'un fond continu auquel se rajoute un certain nombre de pics.

Fond continu Le fond continu comporte :

- un fond constant σ_0 , correspondant au bruit thermodynamique du bolomètre;
- une forte décroissance, correspondant au filtre RC ;
- un second fond plus faible σ_1 , correspondant au bruit blanc post-filtrage.

Il s'exprime analytiquement de la façon suivante :

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^{p/2}} + \sigma_1, \quad \sigma_0 \gg \sigma_1 > 0 \quad (6.1)$$

Aux faibles fréquences, les écarts-types se comportent comme $\sigma(\omega) \approx \sigma_0 + \sigma_1 - \sigma_0 p/2 (\omega/\omega_0)^2$; aux grandes, $\sigma(\omega) \approx \sigma_1 + \sigma_0 (\omega_0/\omega)^p$. Le diagramme de Bode se compose de trois droites, $\ln \sigma(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \ln \sigma_0$, $\ln \sigma(\omega) \xrightarrow{\omega \approx \omega_0} \ln \sigma_0 - p \ln \omega/\omega_0$ et $\ln \sigma(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \ln(\sigma_1)$. ω_0 représente la pulsation de coupure. Le coefficient σ_1 ne sert qu'à s'assurer qu'aucun des écarts-types ne s'annulera, compte tenu des arrondis numériques, et doit donc être choisi suffisamment petit pour ne pas trop perturber le spectre tout en assurant la non-nullité de $\sigma(\omega)$ et même de $\sigma^2(\omega)$.

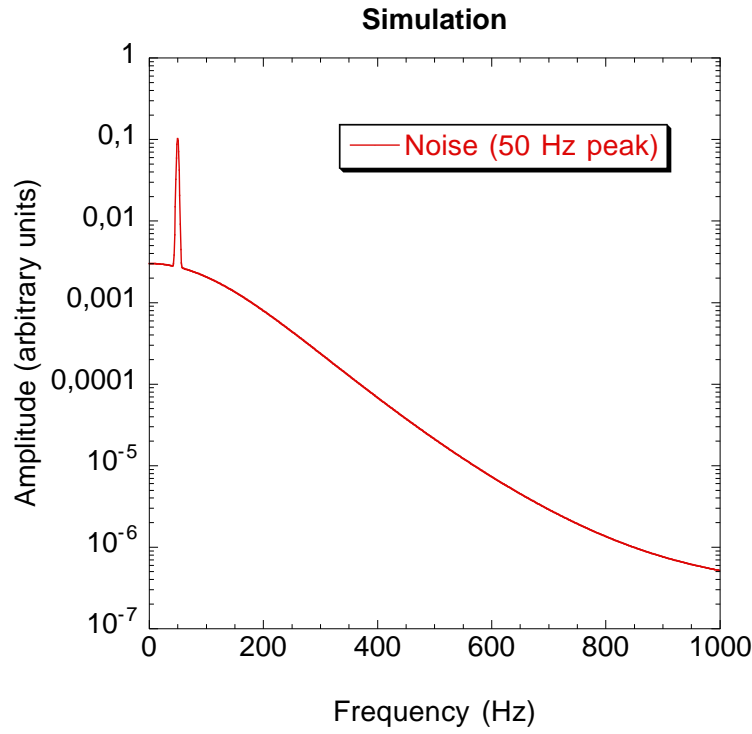


FIG. 6.2 – *Exemple de spectre servant à la simulation du bruit. Y figurent : le fond continu de bruit thermodynamique du bolomètre, le filtrage passe bas, un second fond blanc, ainsi qu'un pic à 50 Hz. Ce dernier correspond au cas de simulation 2 (voir texte).*

Pics À ce fond continu peuvent s'ajouter des pics. Du point de vue physique, ils proviennent typiquement de la microphonie ou de l'amplificateur à bouclage de phase sans filtrage. Chaque simulation retient un pic, qui suit une gaussienne centrée en ω_2 , d'amplitude σ_2 , et d'écart-type lourdement nommé σ_{σ_2} . Un exemple de spectre d'écart-types servant à générer les bruits des événements apparaît dans la figure 6.2.

6.2.2.2 Génération du bruit de chaque événement

L'aléatoire fait sa première apparition ici. Pour chaque événement, et pour chaque fréquence, nous tirons aléatoirement et uniformément sur l'intervalle $[-\pi/2, \pi/2[$ une phase $\phi(\omega)$, et nous générons une pseudo-norme $\rho(\omega)$ selon une distribution gaussienne centrée en 0 et d'écart-type $\sigma(\omega)$. Pour cet événement, le bruit à cette fréquence est donc $\tilde{N}(\omega) = \rho(\omega)e^{i\phi(\omega)}$. Le bruit dans l'espace des temps pour cet événement, $N(t)$, s'obtient ensuite par une transformée de Fourier inverse.

6.2.3 L'événement modèle $M(t)$

L'événement modèle représente les impulsions du bolomètre obtenues à travers la chaîne d'acquisition sans bruit. Il se caractérise par un temps de montée bref, et un temps de descente plus long. LasVegas propose deux formes, une correspondant à des impulsions simples, l'autre à des impulsions plus réalistes. Les deux prennent pour valeur maximale un.

6.2.3.1 Impulsion simple

Il s'agit tout bonnement de temps de montée nuls suivis de décroissances exponentielles dépendant d'un paramètre, le temps de décroissance $t_0 > 0$.

$$\mathcal{M}_{t_0}(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ e^{-t/t_0} & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

Allure et grandeurs caractéristiques Le temps de montée est nul, ce qui ne peut correspondre en réalité à des signaux filtrés. Le comportement au voisinage de l'origine suit : $\mathcal{M}_{t_0}(t) \approx 1 - \frac{t}{t_0}$. Le temps de décroissance par définition est t_0 .

Spectre La transformée de Fourier est $\tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{t_0}{1 + i\omega t_0}$. Le spectre suit donc $|\tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{t_0}{\sqrt{1 + \omega^2 t_0^2}}$, décroissant sur les fréquences élevées. En particulier aux extrémités, $|\tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega)| \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}} (1 - \frac{\omega^2 t_0^2}{2})$ et $|\tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega)| \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\omega}$. Le diagramme de Bode est donné par $\ln |\tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega)| \approx \ln \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}}$ pour ω petit; et $\ln |\tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega)| \approx \ln \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}} - \ln \omega t_0$ pour ω grand. L'inverse du temps de décroissance t_0 apparaît donc comme une fréquence de coupure.

Effet du filtrage Pour conserver autant d'informations que possible, le filtrage doit avoir lieu à des fréquences supérieures devant celles utiles du modèle : $\omega_0 > 1/t_0$. La forme utile M_{t_0} s'obtient du produit dans l'espace des fréquences du filtre et de \mathcal{M}_{t_0} , et peut se décomposer par récurrence en éléments simples :

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{t_0}(\omega) &= \tilde{\mathcal{M}}_{t_0}(\omega) \tilde{\mathcal{F}}_p(\omega) \\ &= \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{1 + i\omega t_0} \frac{1}{(1 + i\omega/\omega_0)^p} \\ &= \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\omega_0 t_0}{\omega_0 t_0 - 1} \right)^p \\ &\quad \times \left[\frac{1}{1 + i\omega t_0} - \frac{1}{\omega_0 t_0 - 1} \sum_{k=1}^p \left(\frac{\omega_0 t_0 - 1}{\omega_0 t_0} \right)^k \frac{1}{\left(1 + i \frac{\omega}{\omega_0} \right)^k} \right] \end{aligned} \quad (6.3)$$

Une transformée de Fourier inverse par récurrence fait apparaître des perturbations au modèle initial \mathcal{M}_{t_0} :

$$M_{t_0}(t) = \left(\frac{\omega_0 t_0}{\omega_0 t_0 - 1} \right)^p \left[\mathcal{M}_{t_0}(t) - \mathcal{M}_{1/\omega_0}(t) \sum_{k=0}^{p-1} \frac{(\omega_0 t_0 - 1)^k}{k!} \left(\frac{t}{t_0} \right)^k \right] \quad (6.4)$$

6.2.3.2 Une famille plus réaliste

Considérons maintenant des impulsions dominées par les temps caractéristiques de l'électronique ou de la thermique. Elles posséderont un temps de montée non nul, et peuvent se caractériser par ce temps t_1 et par leur temps de décroissance, t_2 :

$$\mathcal{M}_{t_1, t_2}(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ \frac{\left(\frac{t_1 + t_2}{t_1} \right)^{t_1/t_2}}{\frac{t_2}{t_1 + t_2}} e^{-t/t_2} (1 - e^{-t/t_1}) & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

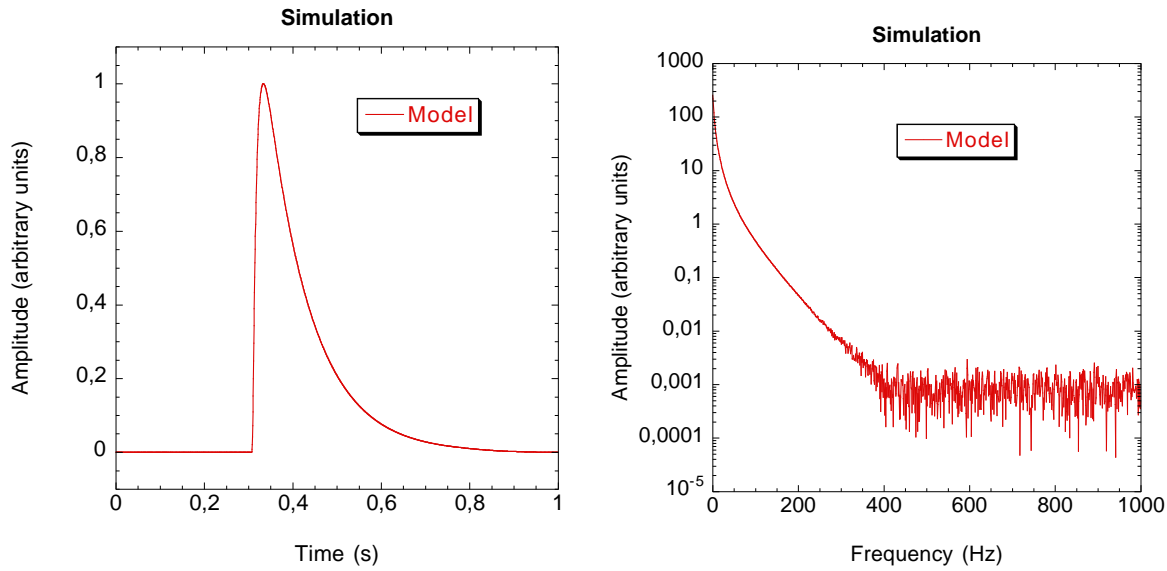


FIG. 6.3 – Impulsion modèle M (à gauche) et son spectre (à droite). Les conditions d'échantillonnage sont celles décrites dans la section 6.3.1.

Il s'agit tout simplement d'une combinaison linéaire de la famille précédente, normalisée pour avoir un maximum unitaire : $\mathcal{M}_{t_1, t_2} \propto \mathcal{M}_{t_2} - \mathcal{M}_{\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}}$. Notons α le facteur numérique avant les exponentielles dans la définition 6.5.

Allure et grandeurs caractéristiques Au voisinage de 0, $\mathcal{M}_{t_1, t_2}(t) \approx \alpha \frac{t}{t_1}$ et pour les grands temps $\mathcal{M}_{t_1, t_2}(t) \approx \alpha e^{-t/t_2}$. La dérivée vaut $\mathcal{M}'_{t_1, t_2}(t) = \alpha \frac{e^{-t/t_2}}{t_2} \left(\frac{t_1 + t_2}{t_1} e^{-t/t_1} - 1 \right)$. Le modèle croît donc jusqu'à son maximum qui vaut 1 par construction, et qui s'atteint en $t_0 = t_1 \ln \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right)$

Spectre Avant le filtrage, nous pouvons le déduire de ceux de \mathcal{M}_{t_2} et $\mathcal{M}_{\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}}$.

Effet du filtrage En utilisant la linéarité de la transformée de Fourier et le fait que $\mathcal{M}_{t_1, t_2} \propto \mathcal{M}_{t_2} - \mathcal{M}_{\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}}$, il vient que $M_{t_1, t_2} \propto M_{t_2} - M_{\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}}$. L'impulsion modèle filtrée, et le spectre filtré apparaissent dans la figure 6.3.

6.2.4 La distribution d'amplitudes — les dés sont pipés

LasVegas permet de préciser complètement la distribution des amplitudes des événements. Toutefois, dans le cadre de la caractérisation du filtrage optimal, une distribution d'amplitudes réduite à une valeur se révèle intéressante. En effet, il s'agit de mettre en évidence la dispersion causée par l'analyse, et il ne faudrait pas que cette dernière soit masquée par la largeur naturelle de la distribution. Dans un tel cas, la largeur naturelle de la distribution primerait devant les largeurs propres des analyses qu'il serait alors difficile de comparer.

TAB. 6.1 – *Récapitulatif des conditions physiques des simulations. La première et la dernière simulation reprennent les mêmes conditions physiques.*

Simulation			1	2	3	4	5
Bruit	fonds continus	σ_0 (V)	0.003				
		σ_1 (V)	0.0000003				
	pic	σ_2 (V)	0.1				
		σ_{σ_2} (Hz)	2				
		ω_2 (Hz)	2.5	50	500	1000	2.5
Modèle		t_1 (s)	0.01				
		t_2 (s)	0.1				
Filtre		ω_0 (Hz)	300				
		p	8				
Distribution des amplitudes		A (V)	5				
Distribution des décalages		σ_{t_s} (s)	0.002				

TAB. 6.2 – *Conditions d'échantillonnage des simulations. Elles sont identiques, sauf pour la dernière simulation où le nombre de points a été doublé.*

Simulation	1	2	3	4	5
n	2048	2048	2048	2048	4096
Δt (s)	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005

6.2.5 La distribution de décalages

Elle se limite pour l'instant à une distribution gaussienne centrée sur la fin du pretrigger, et d'écart-type quelconque, à partir de laquelle nous tirons le décalage de chaque événement. Une amélioration envisageable consisterait à simuler une éventuelle corrélation entre le temps de décalage et le bruit du pretrigger. En effet, en fin du pretrigger, un bruit suffisamment important et de même signe que l'impulsion avancerait cette dernière; alors que dans le cas de signes opposés, l'impulsion serait plutôt retardée.

6.2.6 L'assemblage final — les jeux sont faits

Pour chaque événement, une fois le bruit, le décalage et l'amplitude tirés, le premier s'ajoute à l'événement modèle décalé et amplifié.

6.3 Application — rien ne va plus ?

Cinq simulations ont été effectuées dans les conditions suivantes : l'influence de la position du pic de bruit a été étudiée dans un premier temps, l'influence de l'échantillonnage ensuite. Le tableau 6.1 regroupe les conditions physiques de toutes les simulations. Les conditions d'échantillonnage apparaissent, elles, dans le tableau 6.2. Le filtre est correct dans la mesure où sa fréquence de coupure dépasse la fréquence caractéristique du modèle : $\omega_0 \gg 2\pi/t_1$. La position du pic de bruit figure pour chaque simulation dans la table 6.1. Quelle que soit sa position, son amplitude domine le fond continu.

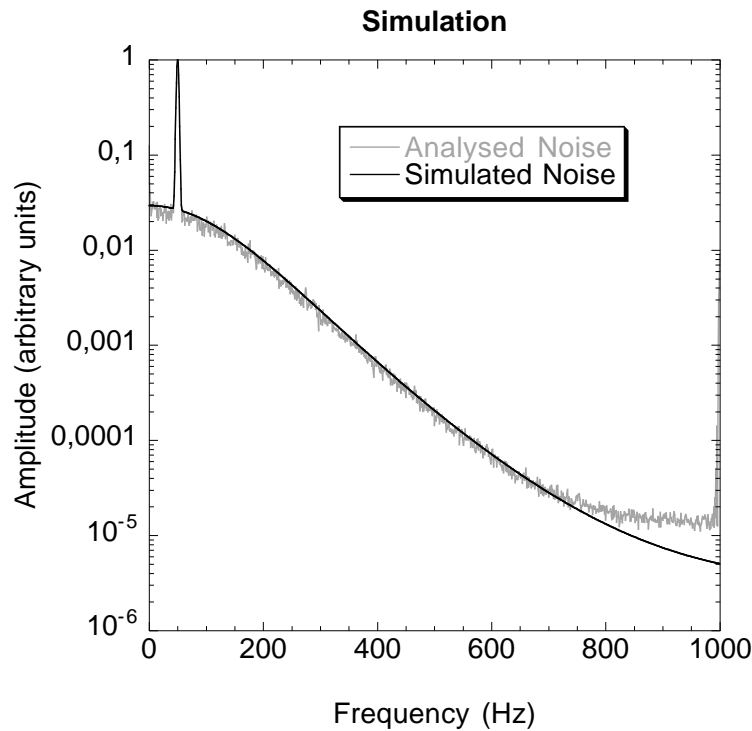


FIG. 6.4 – *Spectre simulé du bruit et spectre du bruit déterminé par l'analyse. Une trentaine d'événements suffisent à reconstruire le spectre. Notons la reproduction fidèle du pic à 50 Hz, mais des différences à haute fréquence, à cause du fenêtrage et des erreurs numériques.*

Pour chaque spectre de bruit, un jeu de données simulant les déclenchements aléatoires (sans événement M) a été généré. Une trentaine de tels événements suffit alors à reconstruire le spectre de bruit par le programme d'analyse, comme le montre la figure 6.4.

Une trentaine d'événements suffisent aussi à déterminer correctement le modèle M . Celui-ci et le bruit étant connus, nous pouvons générer le template F après sa transformée de Fourier. Tous deux font l'objet de la figure 6.5.

Enfin, un exemple d'événement généré par LasVegas, puis analysé par filtrage-optimal apparaît dans la figure 6.6.

6.3.1 Effet de la position du pic de bruit

Pour les quatre premières simulations, les conditions d'échantillonnage ont été fixées à un nombre de canaux $n = 2048$ et un pas en temps $\Delta t = 0.0005$ s. Ces conditions d'échantillonnage sont correctes pour le modèle filtré. Elles vérifient d'une part $T = n\Delta t \gg t_2$, et d'autre part le critère de Nyquist $F = 1/\Delta t \gg \omega_0/\pi$. De plus, elles vérifient aussi le critère de Nyquist pour le bruit, même si ce n'est que de justesse dans le quatrième cas de figure.

Dans chaque cas de figure, mille événements ont été générés. Les quatre premières colonnes de la table 6.3 reportent les résultats du filtrage optimal sur chaque simulation, et les comparent à une estimation simple des amplitudes (la différence entre le maximum et la ligne de base).

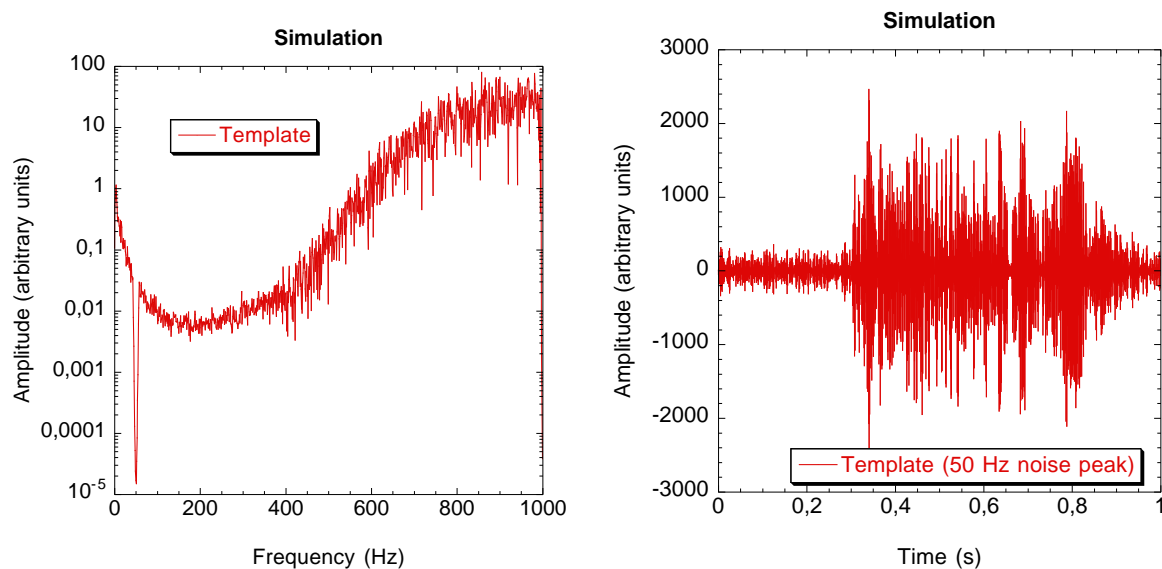


FIG. 6.5 — *Gabarit F et sa transformée de Fourier (respectivement à droite et à gauche). Notons l'image du pic de bruit à 50 Hz dans la transformée de Fourier : ces canaux, bruités, sont minimisés. En temps, nous voyons que le pretrigger aura une faible influence par rapport au reste de l'événement.*

TAB. 6.3 — *Résultat du filtrage optimal sur les cinq simulations, et comparaison avec une estimation simple de l'amplitude (différence entre ligne de base et maximum). A représente l'amplitude moyenne trouvée sur l'ensemble de l'échantillon par filtrage optimal, ς_A l'écart-type de cette distribution expérimentale, et σ_A l'écart-type prévu par la théorie de la méthode. A' et ς'_A sont les grandeurs analogues pour une estimation plus simple des amplitudes.*

Simulation	Filtrage optimal			Estimation simple	
	A (V)	ς_A (V)	σ_A (V)	A' (V)	ς'_A (V)
1	4.54	0.1	0.08	5.11	1.07
2	4.95	0.038	0.027	5.87	0.53
3	4.96	0.038	0.024	5.72	0.32
4	4.97	0.038	0.024	5.54	0.3
5	4.7	0.05	0.05	4.96	0.7

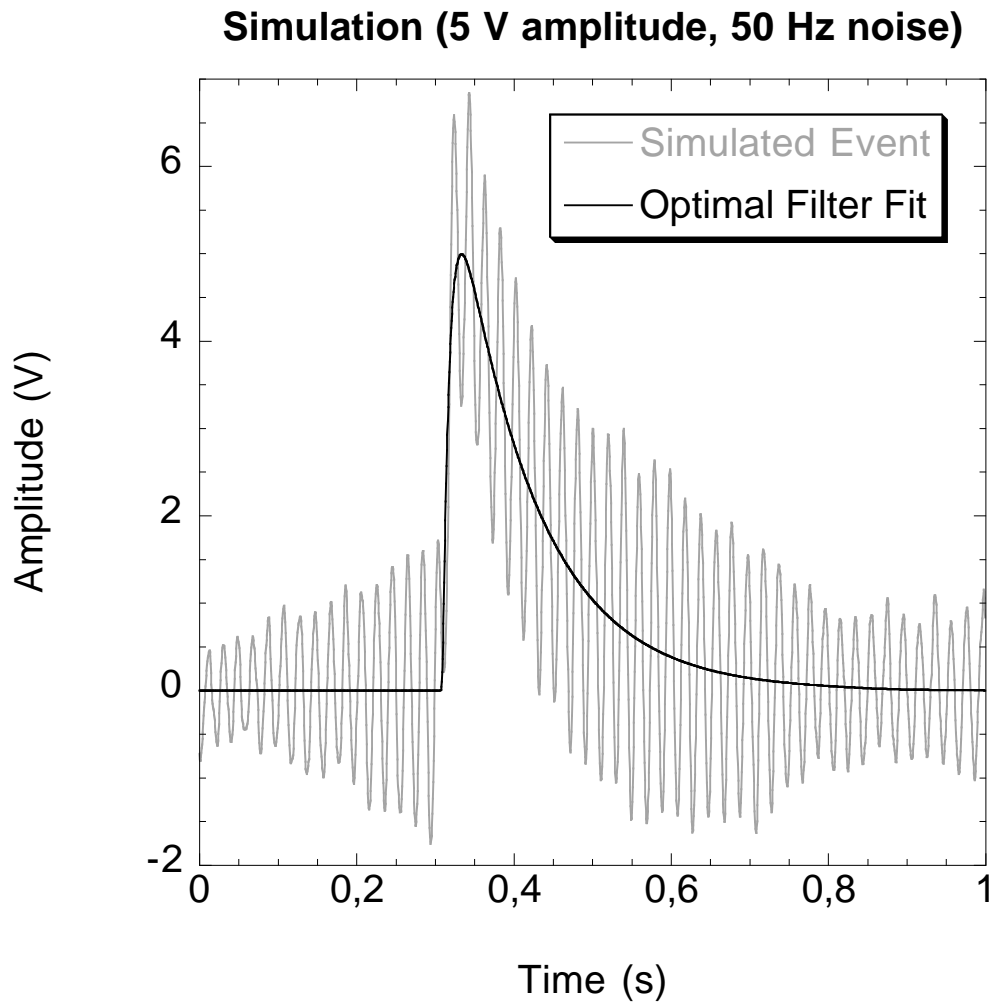


FIG. 6.6 – Exemple d'événement généré par LasVegas, et du résultat du filtrage optimal. L'événement appartient au jeu de données 2 (pic en écarts-types à 50 Hz). L'amplitude estimée frôle les 5 V, comme souhaité.

6.3.1.1 Résultats généraux

Sauf dans le premier cas de figure, correspondant à un bruit très basse fréquence, le filtrage optimal fournit une meilleure estimation de l'amplitude que l'estimation brute. Elle est correcte à environ un pour cent près, et s'améliore quelque peu avec la fréquence du pic. En ce qui concerne la dispersion des méthodes, elle est toujours bien meilleure par filtrage optimal, et ce d'un ordre de grandeur.

6.3.1.2 Cas du pic à basse fréquence

Comment interpréter les piètres performances des méthodes à basse fréquence ? Une explication semble commune aux deux méthodes : une mésestimation de la ligne de base. En effet, le bruit à basse fréquence correspond à des temps longs devant l'échantillonnage. En induisant une pente superflue dans l'événement, ce bruit fausse donc complètement l'estimation de la ligne de base. Ceci explique les dispersions anormales dans les deux méthodes vu que ni l'une ni l'autre ne corrige le surplus ou le défaut dû au bruit basse fréquence.

Une seconde explication peut paraître spécifique au filtrage optimal : cette méthode repose sur la connaissance du spectre du bruit. Or tout comme le critère de Shannon indique qu'il faut échantillonner le spectre à deux fois sa fréquence maximale pour connaître le signal, un critère dual dit qu'il faut échantillonner au moins deux fois plus longtemps que la durée du signal pour connaître son spectre. Dans le cas étudié, l'échantillonnage dure de l'ordre d'une seconde. Or le pic à 2.5 Hz possède une dispersion de 2 Hz, et fournit donc des composantes de période supérieure à la seconde et dont le filtrage n'a pas tenu compte. La solution à ces deux problèmes semble être *a priori* d'augmenter la durée d'échantillonnage sans violer le premier critère de Nyquist, et donc d'augmenter le nombre de canaux en conservant le pas en temps.

6.3.2 Échantillonnage — quitte ou double

Le nombre de canaux est donc doublé — le pas en temps restant constant — et les conditions de la première simulation choisies à nouveau. Pour des questions pratiques, seuls 500 événements sont générés. L'amélioration des analyses, présentée dans la dernière ligne du tableau 6.3 est nette. Les valeurs moyennes de l'amplitude sont mieux centrées, et les dispersions ont fondu. Ceci peut s'attribuer à une meilleure connaissance de la ligne de base. Nulle en principe dans la simulation, ses valeurs moyennes et son écart-type sont comparées dans la table 6.4 où l'amélioration est claire. La valeur moyenne de l'amplitude estimée par la méthode simple garde cependant un avantage par rapport à celle du filtrage optimal, même si sa dispersion est plus grande. Ceci peut s'expliquer par le fait que la durée d'échantillonnage n'a été que doublée, et des basses fréquences doivent perdurer, enfreignant le corollaire 1 du critère de Nyquist. Augmenter encore le nombre de canaux devrait améliorer les résultats, mais ici apparaît une limitation pratique : place mémoire et temps de calcul sont limités.

6.3.3 Conclusion

Le filtrage optimal fournit de bons résultats, sauf dans le cas du bruit à très basse fréquence, défini comme ayant un temps caractéristique grand devant celui de l'échantillonnage. Or physiquement pour un signal et un filtrage donnés, l'échantillonnage sera gouverné par le

TAB. 6.4 – *Comparaison des lignes de base dans le cas bruit basse fréquence selon l'échantillonnage. Une ligne de base nulle est attendue. A titre indicatif, la deuxième portion du tableau contient les lignes de base des trois simulations effectuées dans les mêmes conditions d'échantillonnage que la première mais avec des bruits divers.*

Simulation	Valeur moyenne (V)	Ecart-type (V)
1	-0.04	0.47
5	0.05	0.28
2	-0.002	0.04
3	-0.001	0.02
4	-0.001	0.02

spectre du bruit. Dans le cas du bruit basse fréquence, la solution de faire durer l'échantillonnage plus longtemps engendre deux complications. La première, déjà citée, et qui apparaît clairement lors des simulations, est de poser des problèmes logistiques en place mémoire et temps de calcul. La seconde, qui se rajoute lors de la prise de données réelles, est d'augmenter le risque d'empilement.

Une solution pourrait être d'adopter la procédure qui suit :

1. en fonction du filtrage passe-bas et de sa fréquence de coupure déterminer l'échantillonnage selon le critère de Nyquist usuel;
2. en fonction de cet échantillonnage, déterminer ensuite une fréquence de coupure basse (sans doute vers 5 Hz) pour un filtre passe-haut selon le critère dual, et appliquer ce filtre pour éliminer les quelques basses fréquences qui pourraient gêner.

Chapitre 7

Étalonnage en énergie du détecteur

Un coup de dés jamais n'abolira le hasard
Stéphane Mallarmé, Œuvres complètes [112, p.457]

Nous emploierons dorénavant la méthode du filtrage optimal qui vient d'être décrite. La première application physique consiste à étalonner le détecteur en énergie et étudier ses performances en seuil et en résolution.

7.1 Remarques d'ordre pratique

Quelques remarques préalables sont nécessaires.

7.1.1 Choix de la source

Nous avons effectué l'étalonnage en énergie du détecteur, *in situ* au LSM, à l'aide d'une source de ^{57}Co . Elle émet des photons au spectre aisément identifiable avec un pic principal à 122 keV, et un second pic, maigrelet (huit fois moins de photons), à 136 keV [34]. D'après la section 4.2.1, l'essentiel des interactions seront de nature photoélectrique.

Afin d'éviter des problèmes d'empilement (voir la section 5), la source est choisie avec une activité compatible avec les constantes de temps du détecteur, compte tenu des géométries possibles d'irradiation. Ceci fournit de l'ordre de 5 événements par minute. Or une calibration précise nécessite de l'ordre de 2000 événements, ce qui demande une demi-douzaine d'heures. Cette durée représente un inconvénient en elle-même; de plus elle implique une plus grande dérive de la température du bolomètre, ce qui pose un problème important comme nous le verrons tout de suite.

7.1.2 Instabilité en température du détecteur et solution *ad hoc*

Diverses causes peuvent faire fluctuer la température du dispositif par rapport à celle d'équilibre. Citons pêle-mêle les vibrations mécaniques dues à un transfert d'azote, les séquelles d'un coup de pied intempestif dans le cryostat, ou même l'introduction de ladite source

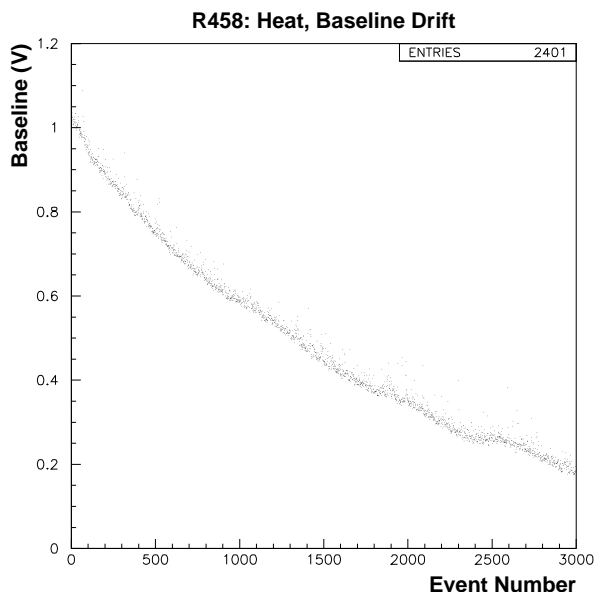


FIG. 7.1 – Variation de la ligne de base du bolomètre, en fonction du numéro de l'événement. La fluctuation en température est de l'ordre du pour mille. Les événements proviennent d'une source ce qui rend le numéro de l'événement linéairement représentatif du temps en moyenne.

de ^{57}Co . Ces effets réchauffent légèrement le cryostat. D'autres effets peuvent le refroidir, comme les transferts de He qui refroidissent brièvement les conduits, assurant une meilleure circulation, ou plus fréquemment jouer dans un sens comme l'autre, comme le font les fluctuations de température ambiante.

Le premier problème auquel nous sommes confrontés est donc l'instabilité en température du détecteur. De la façon décrite dans la section 4.1.4, nous l'observons par une variation de la ligne de base de la voie chaleur au cours du temps (figure 7.1). Cette dérive en température dégrade la résolution en énergie, comme le montre la figure 7.2, où nous observons de plus une corrélation entre la ligne de base et l'amplitude. Pour pallier cet effet, nous adoptons une solution *ad hoc* sous forme d'une correction linéaire reliant amplitude et ligne de base (figure 7.2). Soient A_0 et B_0 les références respectives en tension de l'amplitude et de la ligne de base. Soient A et B amplitude et ligne de base pour une dérive quelconque. Alors nous pouvons poser $A = A_0 + \Delta A$ et $B = B_0 + \Delta B$. Or d'après la formule 4.5, nous pouvons trouver une relation linéaire entre ΔA et ΔB : $\Delta A = k\Delta B$. La constante de proportionnalité k dépend du réglage du gain de l'amplificateur à bouclage de phase. Nous pouvons écrire l'amplitude corrigée pour la dérive de la ligne de base :

$$A' = A - k\Delta B \quad (7.1)$$

Cette correction permet de gagner un facteur 2 dans la résolution, comme le montre la figure 7.3. Le facteur de correction diffère malheureusement d'un jeu de données à l'autre. En effet, les réglages de l'amplificateur à bouclage de phase varient. La présence d'un pic net favorise la mise en œuvre de cette correction, vu qu'il permet d'ajuster le redressement *de visu*. Pour cette raison, il sera difficile d'appliquer la compensation de la ligne de base aux données présentant le plus d'intérêt, celles sans source. En contrepartie, ces dernières acquisitions tendent à être plus stables en température (absence de personnel dans le laboratoire,

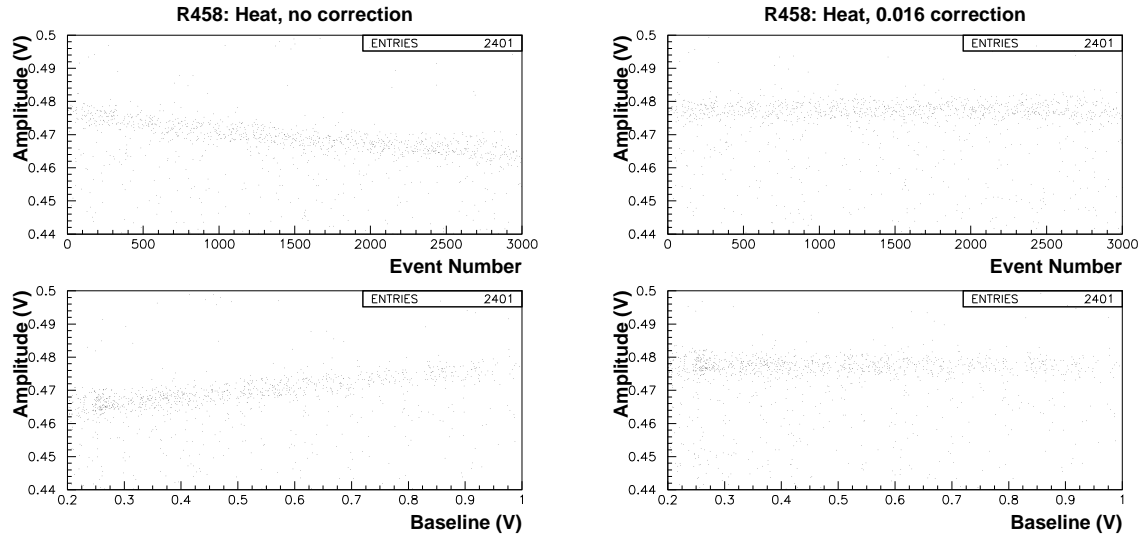


FIG. 7.2 – *A gauche : corrélation entre amplitude et ligne de base. Elle apparaît particulièrement au niveau du pic de la source. A droite, amplitude corrigée.*

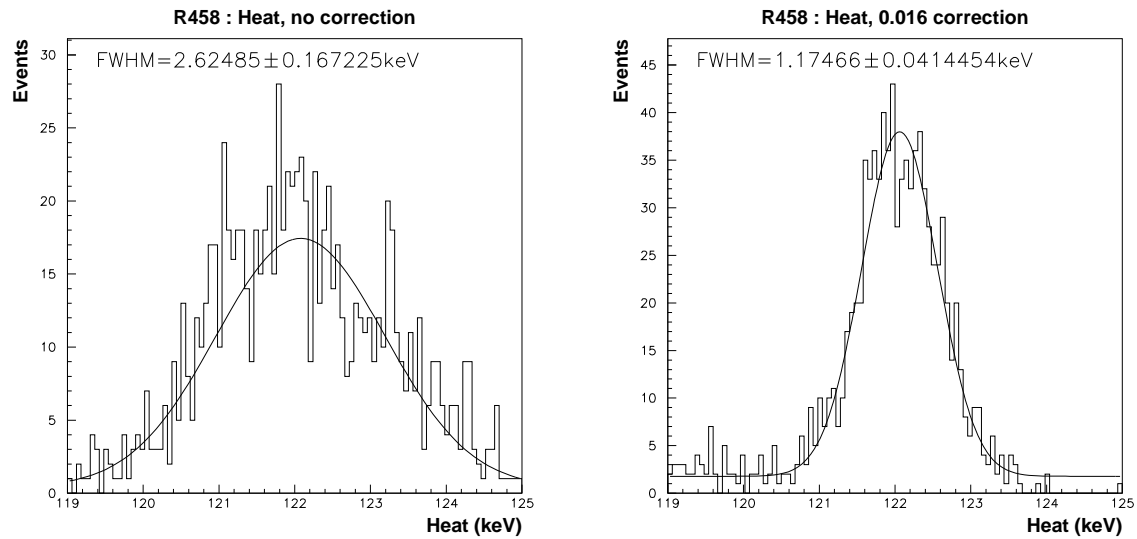


FIG. 7.3 – *Exemple d'un pic avant et après correction tenant compte de la dérive en température. La correction permet de gagner un facteur deux en résolution dans ce cas. Ici, k vaut 0.016 (voir la formule 7.1).*

en particulier), ce qui compense le manque de correction du point de vue de la résolution (§9.1.2).

Notons que la solution à terme de ce problème sera d'asservir la température du cryostat, au moyen d'une résistance.

7.1.3 Conditions d'analyse

La voie ionisation étant rapide, elle sert à déclencher l'acquisition. Ceci fournit une certitude sur le canal de déclenchement de la voie chaleur, et permet de s'affranchir d'un balayage sur les temps lors de l'analyse. Donc pour la voie chaleur, $t_s = 0$. En revanche sur la voie ionisation il est nécessaire d'effectuer un balayage sur t_s , typiquement d'une centaine de canaux avant et après le déclenchement.

7.2 Analyse des données

Considérons maintenant les données réduites par filtrage optimal et corrigées de la dérive de ligne de base.

7.2.1 Coupures et filtrage optimal

Les premières coupures que nous effectuons, simples et booléennes, s'appliquent de la même façon pour tous les jeux de données. D'abord nous éliminons les événements saturés, en rejetant ceux pour lesquels au moins une des deux voies sature au sens défini dans la section 5.2. Ensuite, si les déclenchements ont été enregistrés, nous rejetons les empilements ayant causé plusieurs déclenchements sur un même événement.

Nous en venons alors à des coupures un peu plus délicates. La voie ionisation est stable et rapide, donc peu de coupures supplémentaires sont nécessaires. Nous considérerons essentiellement la voie chaleur dorénavant. Nous excluons les pentes de ligne de base s'écartant notablement de la moyenne. Ceci élimine les événements venant sur les talons du précédent (ligne de base fortement décroissante) ou subissant un rattrapage de l'électronique (ligne de base remontante), comme le montre la figure 7.4. Dans le cadre de ces calibrations, nous rejetons aussi les événements dont le temps de décroissance en chaleur ne correspond pas à celui de la population d'événements-absorbeurs définie dans la section 4.5. Le pourcentage d'événements rejetés par ces coupures varie. Il dépend en particulier du seuil d'acquisition : plus ce seuil est bas, plus d'événements correspondent à du bruit et sont alors rejetés.

Notons que les coupures effectuées jusqu'à présent peuvent aussi s'appliquer aux résultats d'un ajustement dans l'espace des temps (section 5.3). La figure 7.5 compare les résultats obtenus par filtrage optimal et par ajustement en temps, pour le même jeu de coupures. Nous voyons que dans ce cas de figure, le filtrage optimal se montre déjà plus performant.

7.2.2 Variations sur le thème du χ^2

En décrivant le filtrage optimal, nous avons cité le χ^2 obtenu comme un des atouts de la méthode. Intéressons nous à sa distribution expérimentale.

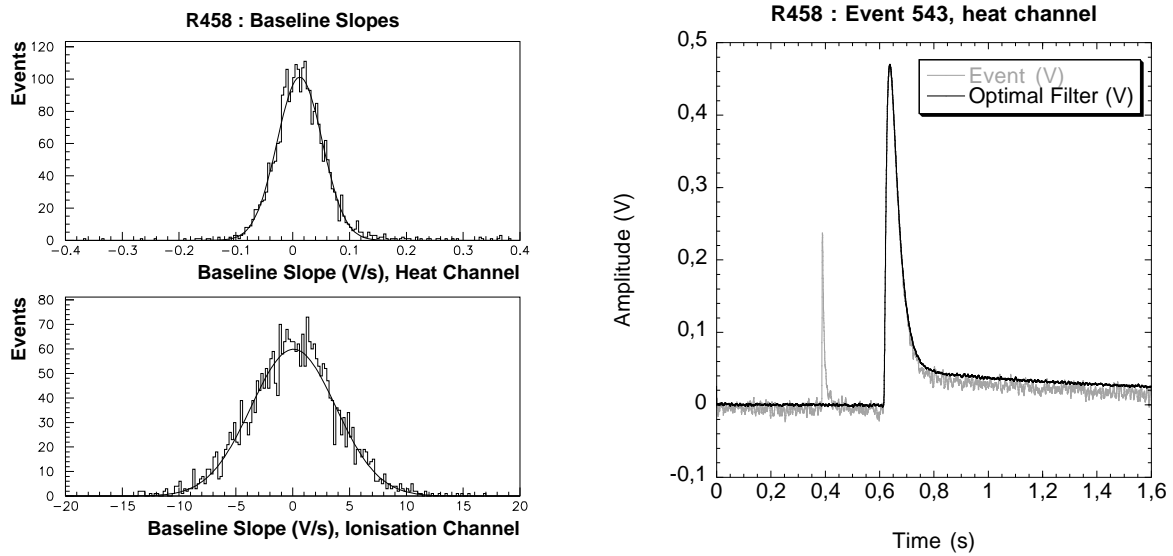


FIG. 7.4 – Pentes de ligne de base, et exemple d'événement de pente à plus de trois écarts-types en chaleur. Le filtrage optimal était perturbé par la méconnaissance de la ligne de base, elle même causée par un événement rapide avant le déclenchement.

7.2.2.1 Distribution expérimentale

La figure 7.6 montre les distributions du χ^2 obtenues pour la voie chaleur et celle ionisation. L'allure générale semble correcte dans les deux cas : distribution principale régulière avec une queue asymétrique. En regardant de plus près toutefois, nous voyons que dans le cas de la voie chaleur, le χ^2 par degré de liberté, qui devrait être centré en un, est trop grand d'environ 35%. D'autre part, nous voyons que le χ^2 de la voie ionisation possède un renflement. Nous nous tournons alors vers la distribution du χ^2 en fonction de l'amplitude dans la figure 7.7. Pour les deux voies, nous voyons que les χ^2 suivent une enveloppe formée par une droite constante et une parabole qui se rejoignent aux énergies faibles. Cet effet demeure relativement faible; néanmoins il traduit une dépendance de la forme du signal en fonction de l'énergie.

7.2.2.2 Coupures sur le χ^2

Nous considérons maintenant le problème de comment effectuer au mieux les coupures sur le χ^2 pour rejeter les événements dont l'estimation de l'amplitude pâtit de trop de bruit. La figure 7.8 montre que cette variable représente bien le bruit dans l'événement, et qu'il ne faut pas se laisser emporter en coupant, sous peine d'obtenir des résultats mirobolants sans signification physique. En pratique, quand nous aurons à couper sur le χ^2 , nous le ferons au pied de la distribution, à plus de deux déviations standard de la moyenne, ce qui fournit une acceptation supérieure à 95%.

La figure 7.9 montre un événement chaleur éliminé par une telle coupure sur le χ^2 . Dans ce cas particulier, l'événement serait aussi éliminé par une coupure sur les déclenchements multiples, si ces derniers ont été enregistrés.

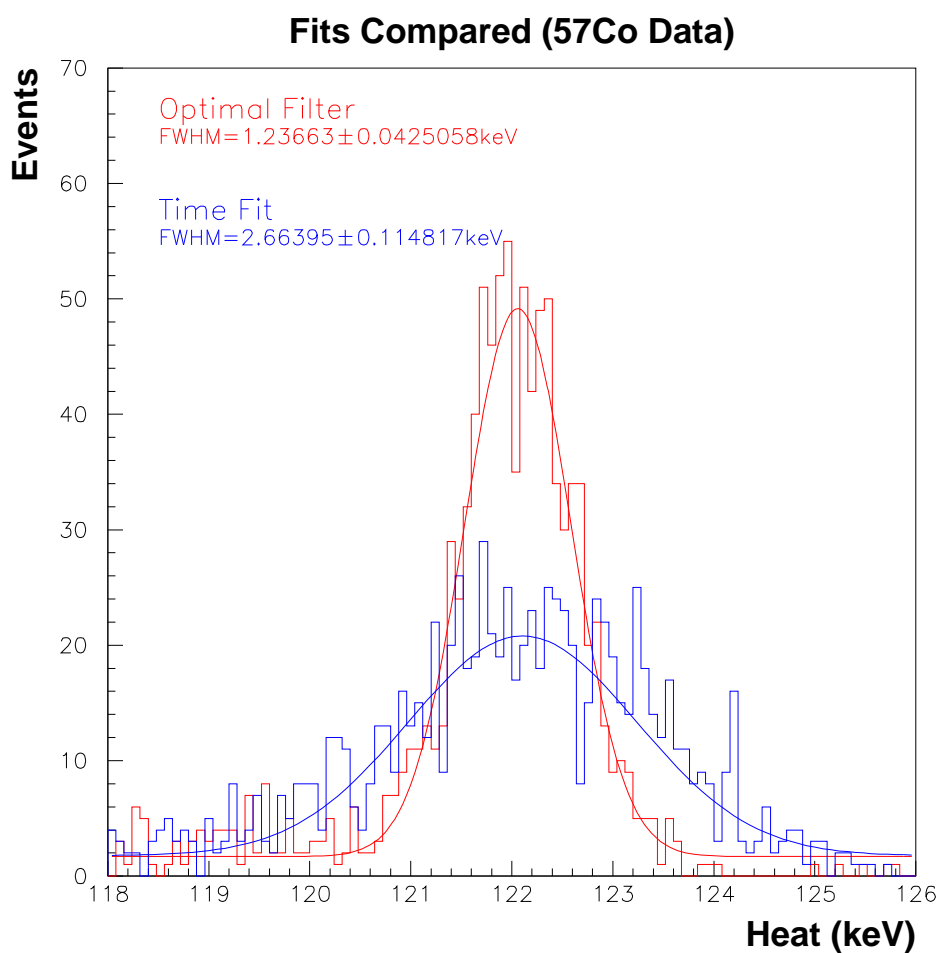


FIG. 7.5 – Comparaison du filtrage optimal et de l'ajustement en temps à deux paramètres sur le pic de 122 keV du ^{57}Co . La méthode dans l'espace des fréquences permet de gagner quasiment un facteur deux en résolution dans ce cas.

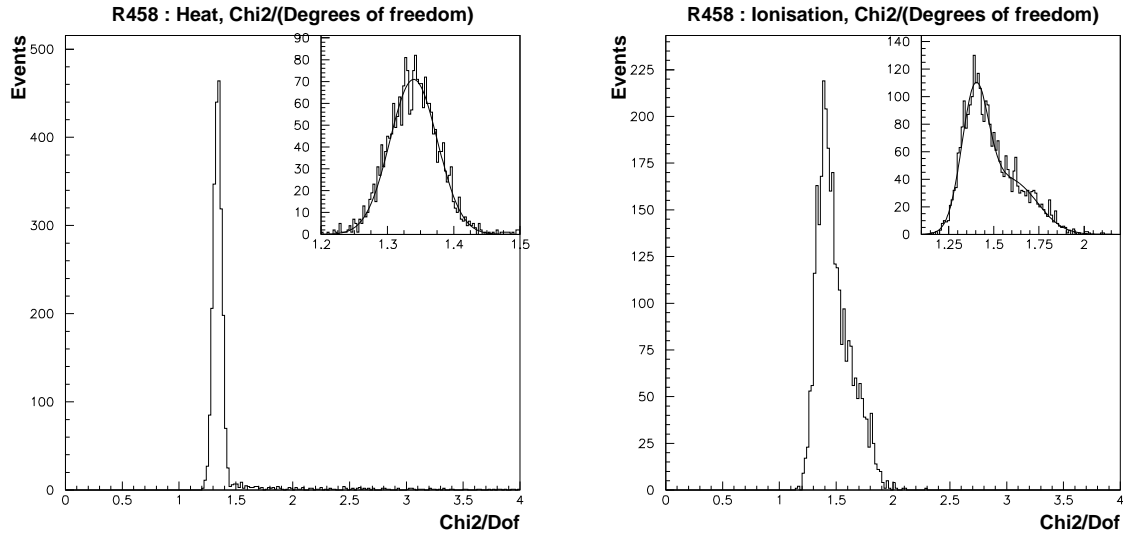


FIG. 7.6 – Exemples de distributions du χ^2 par degré de liberté de la voie ionisation et de celle chaleur. Les valeurs moyennes des χ^2 réduits dépassent celle attendue, 1, d'environ 40%. Celui de la voie chaleur a une forme correcte et est bien représenté par une gaussienne au pied près (voir l'insert), mais sa largeur est un peu plus du double de celle prédite (348 plutôt que $\sqrt{2n} \approx 130$). Le χ^2 de l'ionisation par contre est encore plus élargi, et s'ajuste par une somme de gaussiennes (insert) bien plus larges que la largeur totale à mi-hauteur prédite ($2.35\sqrt{2n}/n \approx 0.06$).

7.3 Performances du détecteur

7.3.1 Résultats

Nous allons maintenant considérer les résultats de l'analyse de données. Deux tensions de polarisation ont été retenues, à savoir -2 V et -6 V. La figure 7.10 montre les plans ionisation-chaleur correspondant aux deux tensions de polarisation. Si la droite des photons paraît assez nette, il convient de remarquer la présence de certains événements au dessus de celle-ci, trahissant un défaut de collection de charge. Ceci est visible en particulier autour du pic de 122 keV, qui bave de la façon décrite dans la section 4.2.6.

Les projections sur les axes ionisation et chaleur font l'objet de la figure 7.11. Ceci nous fournit une meilleure idée des résolutions et des seuils des deux voies du détecteur. La table 7.1 les récapitule. Les performances de l'ionisation semblent s'améliorer avec la polarisation alors que celles de la voie chaleur se dégradent, bien que nous ne puissions conclure univoquement à cause de la statistique faible sous la polarisation de -6 V. A cette énergie, les performances de la voie chaleur sont honnêtes pour un dispositif de cette masse, mais loin des résolutions de l'ordre de quelques dizaines d'eV obtenues sur des bolomètres de quelques dixièmes de milligrammes. La voie ionisation est comparable en résolution à des germaniums à ionisation de masse plus importante; des diodes plus petites atteignent environ 0.5 keV [97, §III.B].

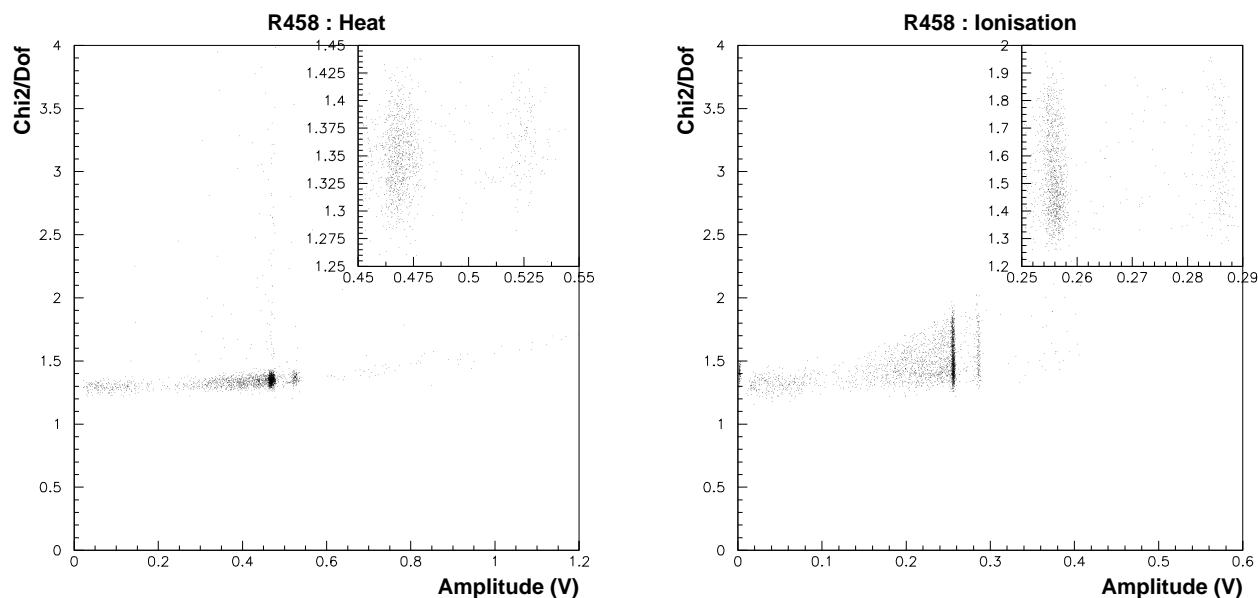


FIG. 7.7 – Les χ^2 en fonction des amplitudes, obtenus lors d'une calibration de ^{57}Co dont nous reconnaissons les pics. La voie chaleur montre une dépendance parabolique qui reste faible jusqu'à vers 0.6 V (soit 150 keV). La statistique importante du pic de 122 keV permet d'observer des événements bruités à mauvais χ^2 sous forme de la traînée verticale vers 0.45 V qui correspond à la queue du χ^2 . La voie ionisation exhibe une dispersion plus poussée, sans queue par contre. Nous avons coupé les événements saturés, ce qui explique l'absence d'événements au delà de 0.4 V en ionisation.

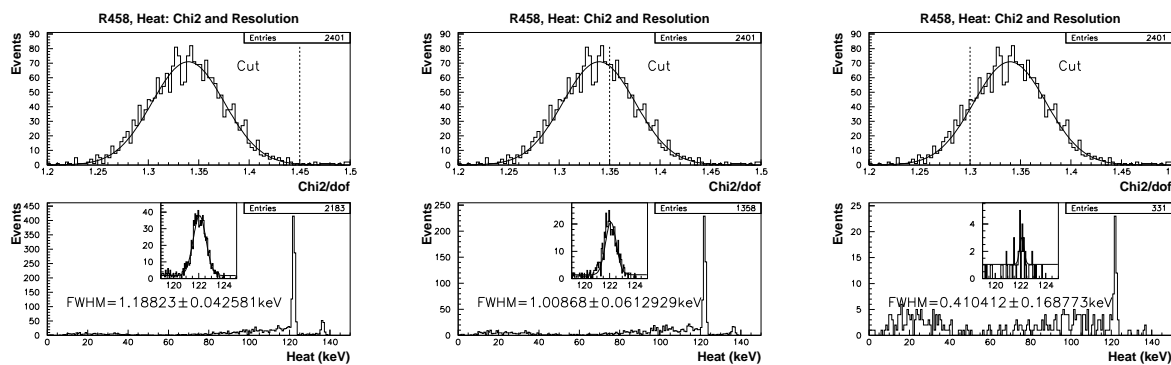


FIG. 7.8 – Comment donner l'impression d'améliorer la résolution en maltraitant le χ^2 . Bien que les erreurs croissent avec la détérioration de la statistique, elles ne compensent pas complètement la diminution du bruit. Notons que les coupures atteignent essentiellement les événements du pic car le χ^2 dépend quelque peu de l'amplitude.

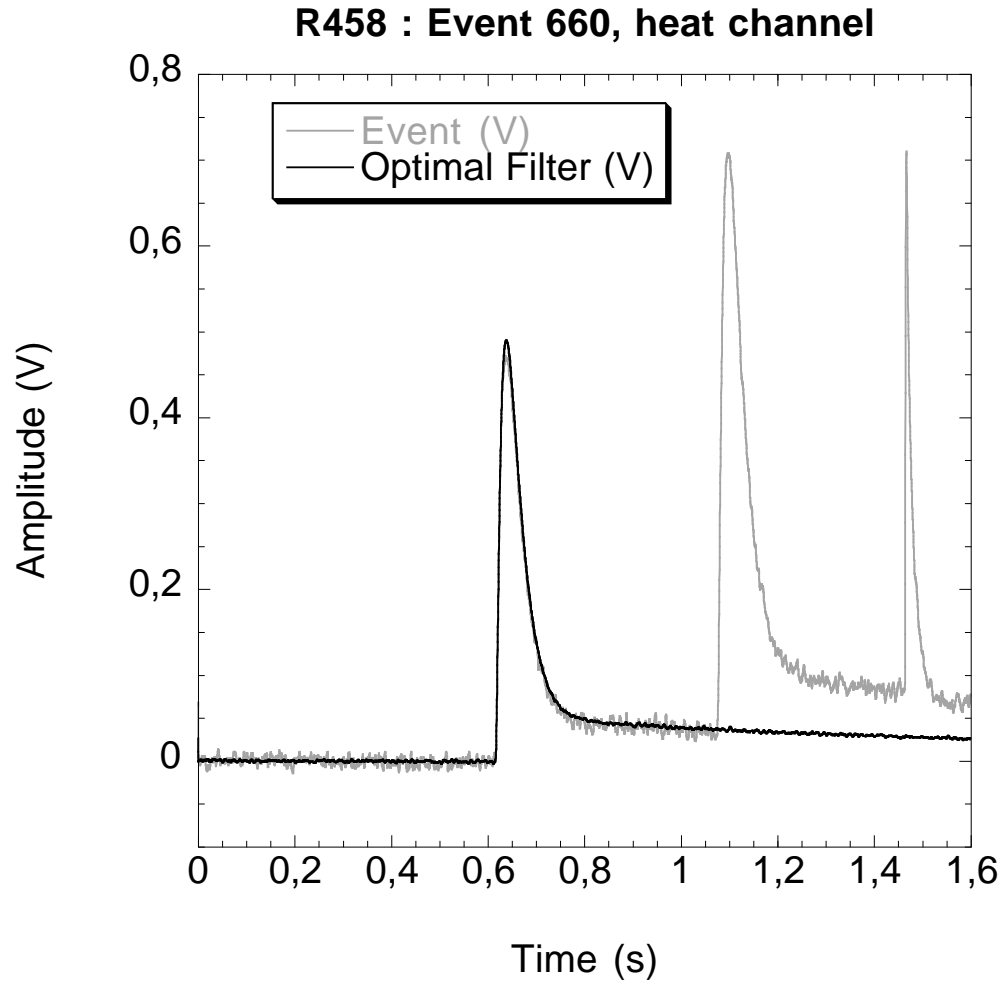


FIG. 7.9 – Événement chaleur éliminé par la coupure canonique sur le χ^2 . Dans ce cas, l'effet équivaut à rejeter d'une part les déclenchements multiples, et d'autre part les événements rapides parasites. Nous voyons que le filtrage optimal surestimait l'amplitude ici.

TAB. 7.1 – Performances du détecteur sous des polarisations de -2 V et -6 V. Les résolutions sont étudiées en détail dans la section 7.4. Les largeurs FWHM (Full Width at Half Maximum) correspondent à la largeur totale à mi-hauteur (LTMH).

		-2 V	-6 V
Résolution FWHM à 122 keV,	chaleur (keV ee)	1.18 ± 0.05	1.5 ± 0.5
	ionisation (keV ee)	1.21 ± 0.04	0.95 ± 0.1
Seuil effectif,	chaleur (keV ee)	4	4
	ionisation (keV ee)	4	4

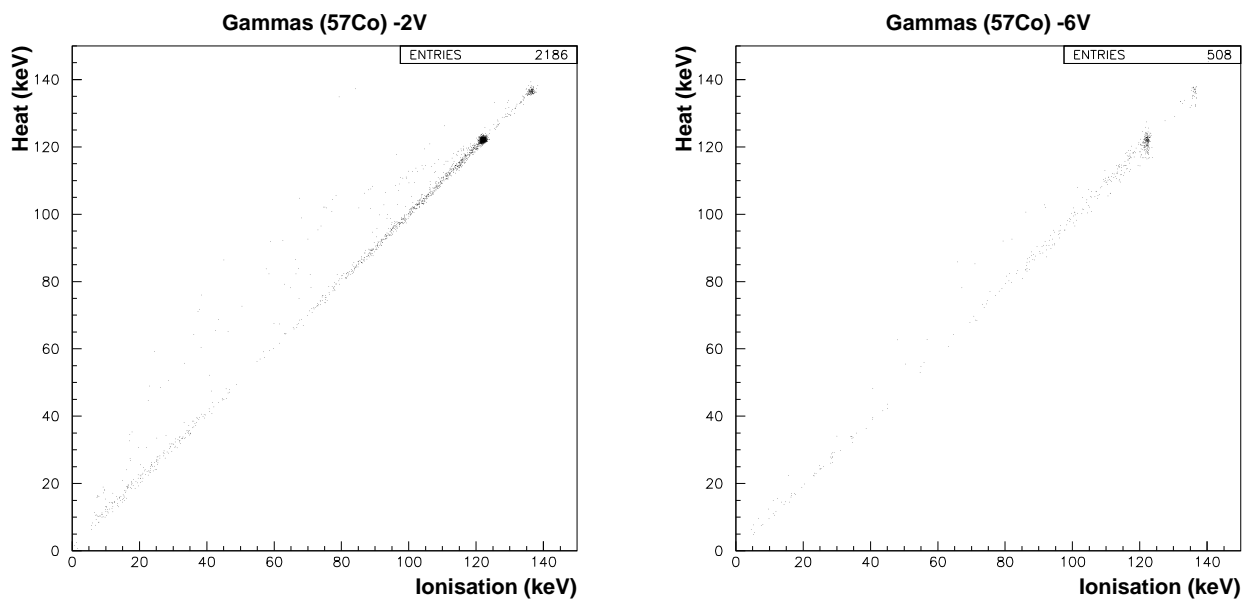


FIG. 7.10 – Diagrammes ionisation-chaueur (en keV équivalent-électrons) pour une calibration aux photons d’une source ^{57}Co , sous les tensions de polarisation de -2 V et -6 V . La normalisation retenue fait que les photons possèdent une pente valant un (section 4.2.4). La première bissectrice paraît assez nette dans les deux cas, ainsi que les pics à 122 keV et 136 keV . Néanmoins, quelques événements hors-axe apparaissent au dessus de cette bissectrice. Le pic à 122 keV , en particulier, bave.

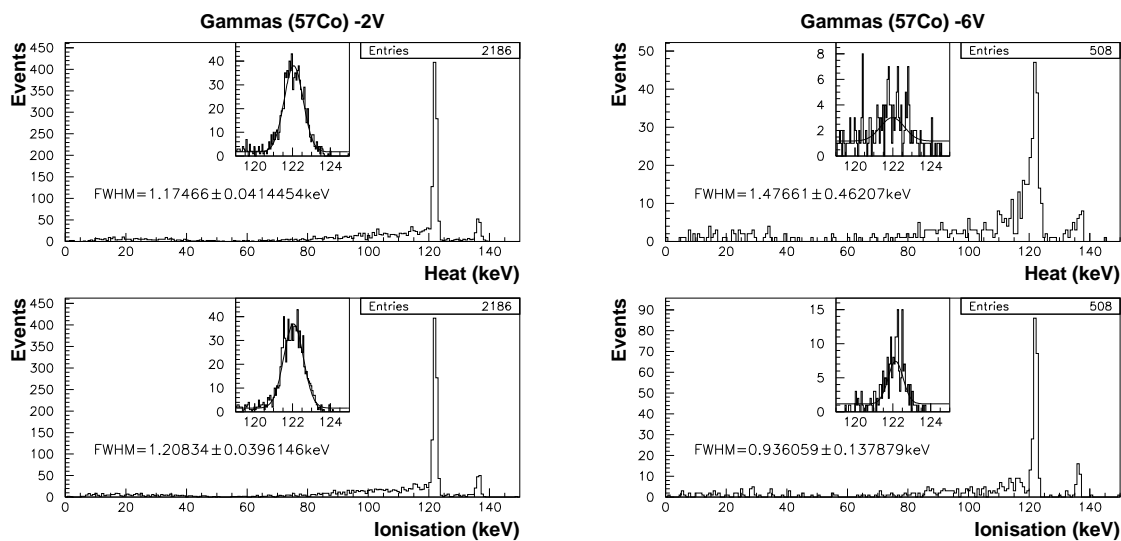


FIG. 7.11 – Projections de la figure 7.10 sur les axes ionisation et chaleur. Nous distinguons mieux les pics à 122 keV et 136 keV , ainsi qu’un pied sous le premier. Celui-ci est essentiellement dû à des photons ou des électrons s’échappant du détecteur avant d’avoir déposé toute leur énergie. Les résolutions sont de l’ordre de 1 keV ee à 1.2 keV ee .

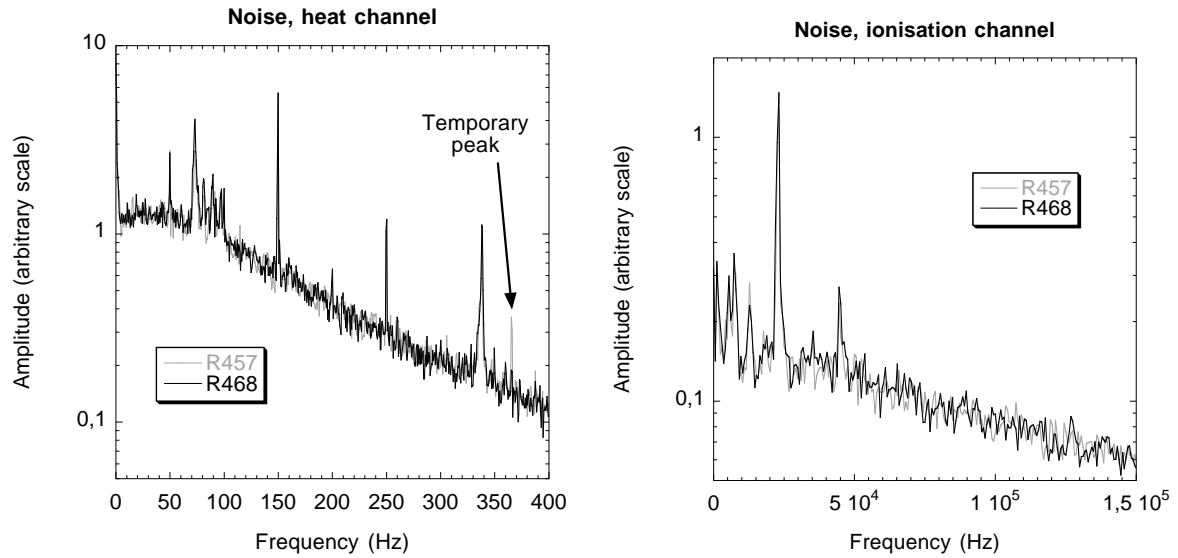


FIG. 7.12 – Quelques spectres de bruit. Un pic vers 370 Hz disparaît du spectre de la voie chaleur.

7.3.2 Application aux données prises sans ^{57}Co

Nous avons vu que la fluctuation en température de la voie chaleur représente un problème important sur les données. Dans la plupart des cas, nous utilisons donc la calibration ^{57}Co la plus récente, en supposant que la voie ionisation n'a pas bougé. Nous alignons alors la chaleur sur le repère de l'ionisation de façon à ce que les photons aient une pente égale à un.

7.3.3 Etude du bruit

Nous allons profiter de l'étalonnage du détecteur qui vient d'être fait pour l'appliquer à l'étude du bruit.

7.3.3.1 Stabilité du bruit d'une acquisition à l'autre

Sur l'ensemble des données employées dans cette thèse, les spectres de bruit des deux voies sont restés relativement stables. La figure 7.12 montre quelques spectres, où figurent des harmoniques impaires du courant d'alimentation. Sur l'ensemble des données prises entre Juin et Septembre, la stabilité des deux voies est telle que permuter deux spectres de bruit dans une analyse donnée fournit une résolution compatible avec celle de départ aux barres d'erreur près.

7.3.3.2 Bruit du détecteur et de la chaîne d'acquisition

Afin de caractériser les bruits du détecteur et de la chaîne d'acquisition, nous appliquons à des jeux de bruit le même filtrage optimal que pour les autres données. Quelques spectres obtenus font l'objet de la figure 7.13. Notons qu'*a priori* nous ne nous attendons pas à ce que ces bruits d'acquisition dépendent de la polarisation.

Considérons la voie ionisation d'abord. Les spectres apparaissent comme deux gaussiennes bien distinctes, symétriques par rapport à l'origine. Ceci entraînera une surestimation de

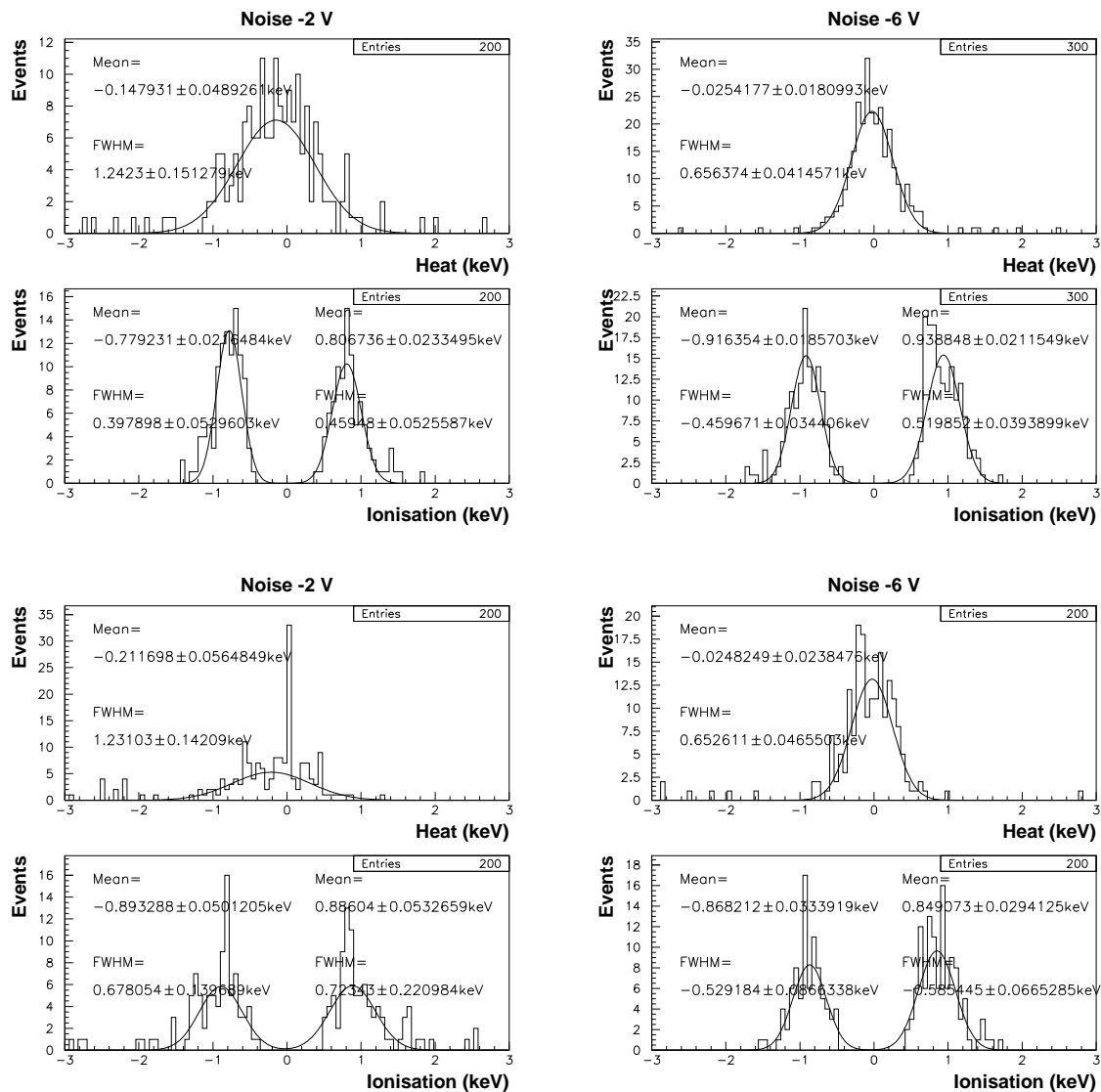


FIG. 7.13 – Spectres en énergie obtenus en appliquant le filtrage optimal aux jeux de données de bruit, à gauche sous une polarisation de 2 V, à droite sous 6 V.

l'ionisation aux basses énergies que nous verrons dans la section 8.2. Ce phénomène est vraisemblablement dû au fait que sur la voie ionisation nous balayons sur une plage de t_s lors du filtrage optimal. Supposons que le déclenchement de la voie ionisation soit corrélé avec une fréquence du bruit. Alors au cours de la détermination de l'événement modèle ionisation, cette fréquence de bruit ne s'éliminera pas en moyenne, mais s'immiscera dans le modèle. L'ajustement se cale alors sur la fréquence du bruit qui ressemble à celle du modèle. L'effet disparaît d'ailleurs si nous imposons une valeur fixe de t_s , comme c'est le cas sur la voie chaleur. Constatons enfin que les valeurs du bruit sur l'ionisation sont toutes compatibles entre elles aux erreurs près. Nous retiendrons donc une largeur totale à mi hauteur de 0.45 ± 0.05 keV. Sachant qu'il faut trois eV pour créer une paire électron-trou, ce bruit équivaut donc à $\sigma_{bruit} = 64 \pm 7$ paires. Notons que l'écart systématique à une énergie nulle vaut à peu près 0.85 ± 0.05 keV en largeur totale à mi-hauteur, ce qui correspond à $\sigma_{syst} = 120 \pm 8$ paires. Enfin, l'erreur prédite par le filtrage optimal (formule 5.32) vaut $\sigma_A = 0.3 \pm 0.03$ keV = 100 ± 10 paires, où les fluctuations d'un jeu de données à l'autre fournissent l'incertitude de 10 %.

Dans le cas de la voie chaleur, si les spectres prennent la forme de gaussiennes centrées sur zéro dans le cas des deux polarisations, la largeur du pic de bruit semble décroître avec la polarisation, passant d'une largeur totale à mi-hauteur de 1.25 ± 0.15 keV ee à 0.65 ± 0.05 keV ee. Il faut alors se souvenir que nous exprimons les énergies en unités normalisées aux reculs d'électrons. Ainsi, plus la polarisation augmente, plus le signal augmente d'après l'effet Luke-Neganov. La contribution du bruit thermodynamique du bolomètre et de l'acquisition, constante en termes absolus, diminue donc relativement au signal total. Rappelons que d'après la formule 4.14, l'énergie thermique se relie à celle normalisée par $\mathcal{S}_T = \left(\frac{\epsilon V}{\epsilon_\gamma} + 1\right) \mathcal{E}_T$. Pour obtenir les énergies calorifiques, il convient donc de multiplier les énergies normalisées à 2 V par un facteur 1.66, et à 6 V, par 3. Ceci fournit respectivement les largeurs totales de 2.1 ± 0.25 keV et 1.95 ± 0.15 keV, compatibles aux erreurs près. Nous retiendrons donc pour la voie chaleur $\sigma_{bruit} = 0.85 \pm 0.15$ keV. Cette erreur vaut un peu plus que celle prédite par le filtrage optimal, soit $\sigma_A = 0.61 \pm 0.03$ keV. Deux phénomènes contribuent à ceci : d'une part, des erreurs numériques peuvent intervenir dans l'algorithme du filtrage optimal ; d'autre part, nous avons vu que les hypothèses de base de la méthode ne sont sans doute pas suivies rigoureusement.

7.4 Bilan des contributions aux résolutions de reculs d'électrons

Nous pouvons maintenant essayer d'interpréter les résolutions des deux voies. Nous commencerons par l'ionisation vu qu'elle se répercute sur la voie chaleur.

7.4.1 Voie ionisation

Nous connaissons sa résolution à 122 keV sous les deux polarisations (table 7.1). Elle comprend deux contributions indépendantes, celle de la charge elle-même, et celle de l'acquisition qui vient d'être déterminée dans la section 7.3.3.2. Comme le pic à 122 keV a servi à étalonner les données, il n'y a pas de systématique sur l'ionisation à cette énergie. Ainsi $\sigma_{ionisation}^2 = \sigma_{charge}^2 + \sigma_{bruitionisation}^2$. Ceci entraîne que $\sigma_{charge} = 160 \pm 10$ paires à 2 V, et $\sigma_{charge} = 119 \pm 15$ paires à 6 V. Les chiffres tels quels sont difficilement compatibles.

TAB. 7.2 – Contributions aux résolutions du pic de 122 keV. La contribution de l'effet Luke-Neganov déterminé sur la voie chaleur (avant dernière ligne) est compatible avec l'amplification de l'incertitude sur la charge déterminée sur la voie ionisation (dernière ligne).

Polarisation	2 V	6 V
$\sigma_{\text{bruitionisation}}$ (paires)	64 ± 7	
$\sigma_{\text{ionisation}}$ (paires)	171 ± 6	135 ± 13
σ_{charge} (paires)	160 ± 10	119 ± 15
$\sigma_{\text{bruitchaleur}}$ (keV chaleur)	0.85 ± 0.15	
σ_{chaleur} (keV chaleur)	0.85 ± 0.04	1.91 ± 0.63
$\sigma_{\text{Luke-Neganov}}$ (keV chaleur)	0 ± 0.16	1.71 ± 0.65
$V\sigma_{\text{charge}}$ (keV chaleur)	0.32 ± 0.02	0.71 ± 0.09

Nous allons estimer la contribution à σ_{charge} imputable aux fluctuations du nombre de charges créées. Celles-ci suivent une poissonnienne réduite par le facteur de Fano F : $\sigma_{\text{chargecreee}} = \sqrt{F \frac{E}{\epsilon_\gamma}}$. Le facteur de Fano vaut environ 0.1. Pour les énergies de 122 keV que nous considérons, il vient alors $\sigma_{\text{chargecreee}} \approx 65$ paires. La fluctuation du nombre de charges créées représente environ la moitié de la fluctuation de la charge mesurée. Nous attribuons le reste de la fluctuation à la collecte plus ou moins complète de ces charges : $\sigma_{\text{charge}}^2 = \sigma_{\text{chargecreee}}^2 + \sigma_{\text{chargecollectee}}^2$. Il vient alors que $\sigma_{\text{chargecollectee}} = 146 \pm 10$ paires à 2 V, et $\sigma_{\text{chargecollectee}} = 100 \pm 15$ paires à 6 V. Les chiffres, difficilement conciliables, mettent en évidence le fait que le champ électrique plus grand améliore la collecte des charges. Toutefois, nous ne disposons pas ici d'assez d'information pour modéliser ce phénomène.

7.4.2 Voie chaleur

Le bruit défini dans la section 7.3.3.2 comprend les fluctuations thermodynamiques du bolomètre. La seule autre contribution qui s'ajoutera alors à la voie chaleur provient de l'effet Luke-Neganov. Il s'agit d'un terme tenant compte de la polarisation et de la fluctuation de charge. Ceci s'écrit $\sigma_{\text{chaleur}}^2 = V^2 \sigma_{\text{charge}}^2 + \sigma_{\text{bruitchaleur}}^2$. En termes d'énergies calorifiques, les résolutions de la voie chaleur de la table 7.1 valent $\sigma_{\text{chaleur}} = 0.85 \pm 0.04$ keV à 2 V et $\sigma_{\text{chaleur}} = 1.91 \pm 0.63$ keV à 6 V. En utilisant la valeur de $\sigma_{\text{bruitchaleur}}$ déterminée à la section 7.3.3.2, ceci fournit alors le bruit dû à l'effet Luke-Neganov : $\sqrt{\sigma_{\text{chaleur}}^2 - \sigma_{\text{bruitchaleur}}^2} = 0 \pm 0.16$ keV à 2 V et $\sqrt{\sigma_{\text{chaleur}}^2 - \sigma_{\text{bruitchaleur}}^2} = 1.71 \pm 0.65$ keV à 6 V. Si la contribution Luke-Neganov est négligeable à la polarisation plus basse, elle devient dominante à 6 V.

Comparons ces valeurs à celles prédites grâce aux déterminations de la fluctuation totale de la charge de la section 7.4.1. Sous 2 V, $V\sigma_{\text{charge}} = 0.32 \pm 0.02$ keV, ce qui est à deux déviations standards du résultat obtenu. De même, sous 6 V, $V\sigma_{\text{charge}} = 0.71 \pm 0.09$ keV, ce qui est aussi à deux déviations standards du résultat expérimental. En somme, l'élargissement dû à l'effet Luke-Neganov, croît d'une contribution négligeable, à 2 V, à la contribution principale, à 6 V. Ainsi, des deux effets antagonistes, la diminution des fluctuations de charge grâce à une meilleure collecte, et l'amplification de ces fluctuations par l'effet Luke-Neganov, c'est le second qui domine. La table 7.2 résume ces résultats.

Chapitre 8

Etude du pouvoir de discrimination du détecteur

Their names were Gus and Wes and they had succeeded in elevating medicine to an exact science. All men reporting on sick call with temperatures above 102 were rushed to hospital. All those except Yossarian reporting on sick call with temperatures below 102 had their gums and toes painted with gentian violet solution and were given a laxative to throw away in the bushes. All those reporting on sick call with temperatures of exactly 102 were asked to return in an hour to have their temperatures taken again.

Joseph Heller, Catch-22 [85, §4]

8.1 Choix de la variable de discrimination

Notre détecteur fournit donc un signal ionisation et un signal chaleur. Ceci doit nous permettre de différencier deux populations de reculs : nucléaires et électroniques (§4.2.2.1). La variable qu'il paraît naturel d'examiner pour faire cette séparation est la pente dans le diagramme ionisation-chaleur, ou son inverse, c'est à dire η , le rapport de l'ionisation sur la chaleur, qui présente l'intérêt de rester borné même pour les neutrons et les ionisations déficientes.

Nous avons vu dans les sections 4.3 et 7.4 que pour une énergie donnée, et pour chaque population de reculs, l'ionisation et la chaleur se comportent comme des variables gaussiennes, d'écart-types indépendants de l'énergie, statistiquement indépendantes entre elles. D'après l'annexe E.2, η se comportera aussi de façon gaussienne pour des énergies grandes devant les écarts-types. La condition précise étant que l'énergie dépasse trois écarts-types, elle est réalisée quasiment dès le seuil de 4 keV. Plus précisément, la moyenne de η vaudra $\langle \eta \rangle \approx \frac{\langle \mathcal{E}_I \rangle}{\langle \mathcal{E}_T \rangle}$, le rapport de la moyenne de l'ionisation sur celle de la chaleur. L'écart-type σ sera tel que :

$$\frac{\sigma^2}{\langle \eta \rangle^2} = \frac{\sigma_I^2}{\langle \mathcal{E}_I \rangle^2} + \frac{\sigma_T^2}{\langle \mathcal{E}_T \rangle^2} \quad (8.1)$$

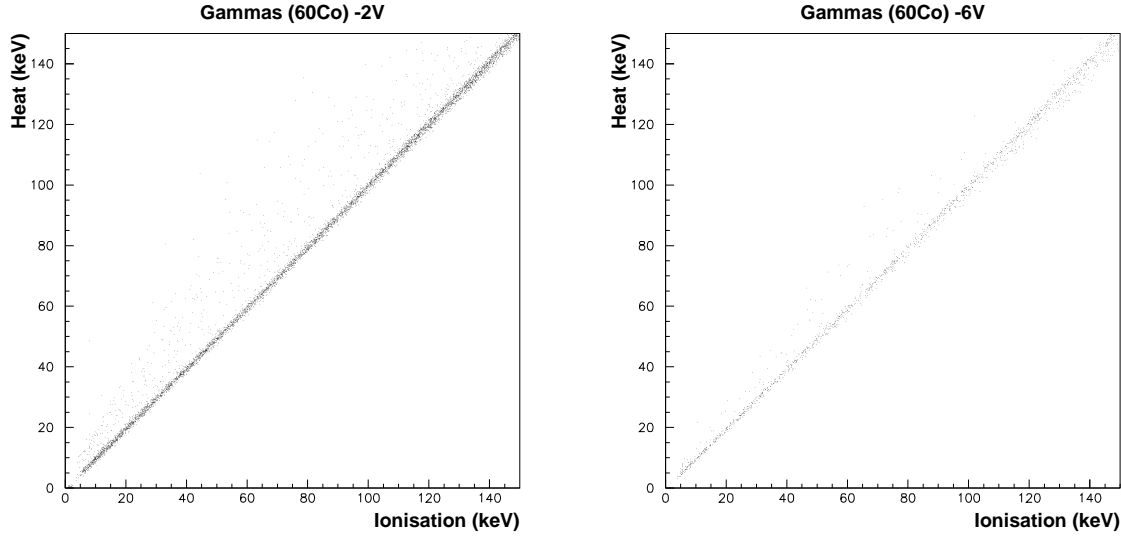


FIG. 8.1 – *Calibrations en reculs d'électrons grâce à une source de ^{60}Co , sous les polarisations de -2 V et -6 V , normalisées en keV équivalent-électrons. Malgré la plus faible statistique, nous pouvons voir que la plus forte tension de polarisation restreint la zone des événements hors-axe pour des raisons discutées dans le texte. La figure de droite trahit aussi un début de non-linéarité au delà de 100 keV .*

ce qui implique :

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_I^2 + \langle \eta \rangle^2 \sigma_T^2}{\langle \mathcal{E}_T \rangle^2} \quad (8.2)$$

En particulier, pour les photons sous une polarisation de -2 V , nous nous attendons à ce que $\langle \eta \rangle_\gamma = 1$ soit constante sur la gamme d'énergies et que σ_γ décroisse hyperboliquement comme l'inverse de la chaleur. En ce qui concerne les neutrons, faute de calibration sur faisceau, nous ignorons les résolutions en chaleur et en ionisation. La théorie complète des interactions des neutrons dans la matière [109] dépasse le cadre de cette thèse. Nous nous contenterons de comparer la distribution observée du rapport η_n à celle prédite en supposant les résolutions égales à celles des reculs d'électrons.

8.2 Zone photons

8.2.1 Remarques générales

Afin de mieux caractériser la réponse du détecteur aux reculs d'électrons, nous nous tournons maintenant vers une source de ^{60}Co . Celle-ci fournit des photons de plus haute énergie que l'isotope utilisé précédemment, de l'ordre du MeV [34]. Le détecteur baigne alors uniformément dans des Comptons, ce qui réduit la proportion d'événements ayant lieu en surface. La figure 8.1 montre les diagrammes ionisation-chaleur aux tensions canoniques de -2 V et -6 V . Nous voyons tout d'abord une longue traînée d'interactions Compton, dont la plupart des événements tombent sur l'axe principal. Cependant il reste une population présentant un défaut de collection de charge. Il apparaît que la plus forte tension de polarisation recouvre quelque peu les événements hors axe. La combinaison de deux

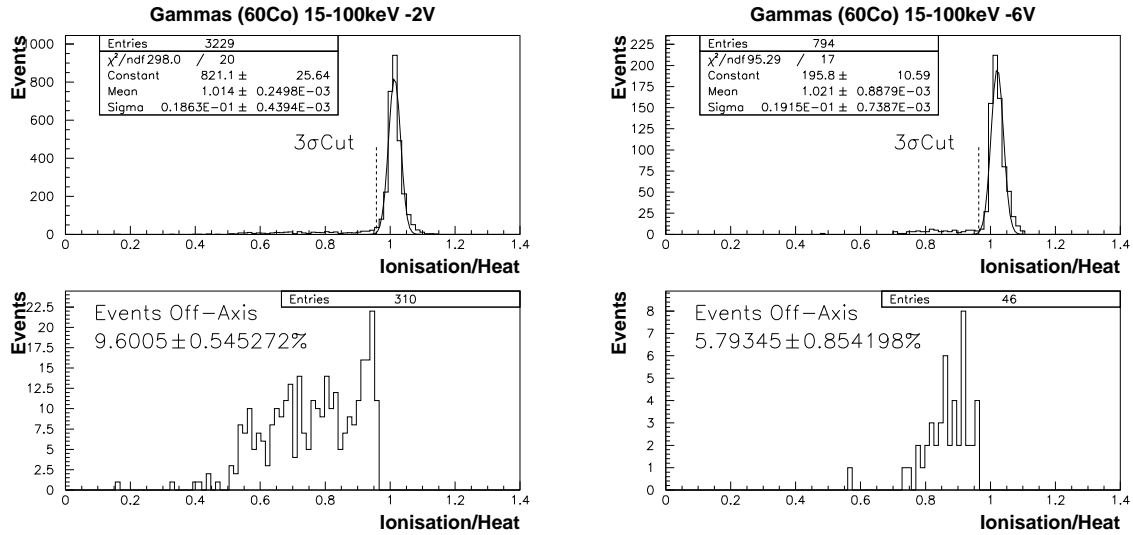
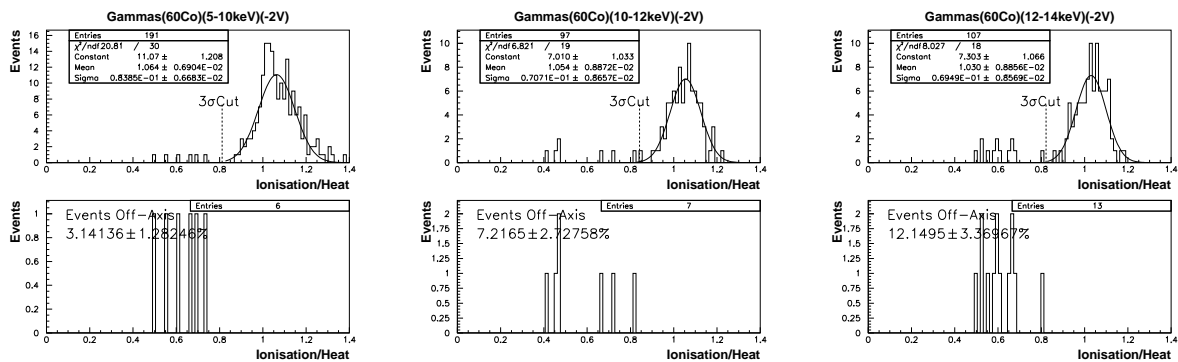


FIG. 8.2 – *Distribution du rapport ionisation sur chaleur des reculs d'électrons fournis par une source de ^{60}Co , sous les polarisations canoniques.*

phénomènes explique ceci. D'une part la tension de polarisation plus élevée peut faire que les charges soient mieux collectées, d'autre part l'effet Luke-Neganov (§4.2.3) rabat les événements qui restent vers la population principale. Nous pouvons confirmer ceci en considérant la distribution du rapport de l'ionisation sur la chaleur dans la figure 8.2.

8.2.2 Etude du rapport ionisation sur chaleur

Examinons la distribution du rapport η_γ de l'ionisation sur la chaleur, en fonction de la chaleur. Pour chaque intervalle d'énergie, nous ajustons la distribution par une gaussienne (voir les figures 8.3 et 8.4). Faisons abstraction pour l'instant des événements à ionisation déficiente, en négligeant les événements à plus de trois écarts-types de la moyenne.



(suite à la page suivante)

(suite de la page précédente)

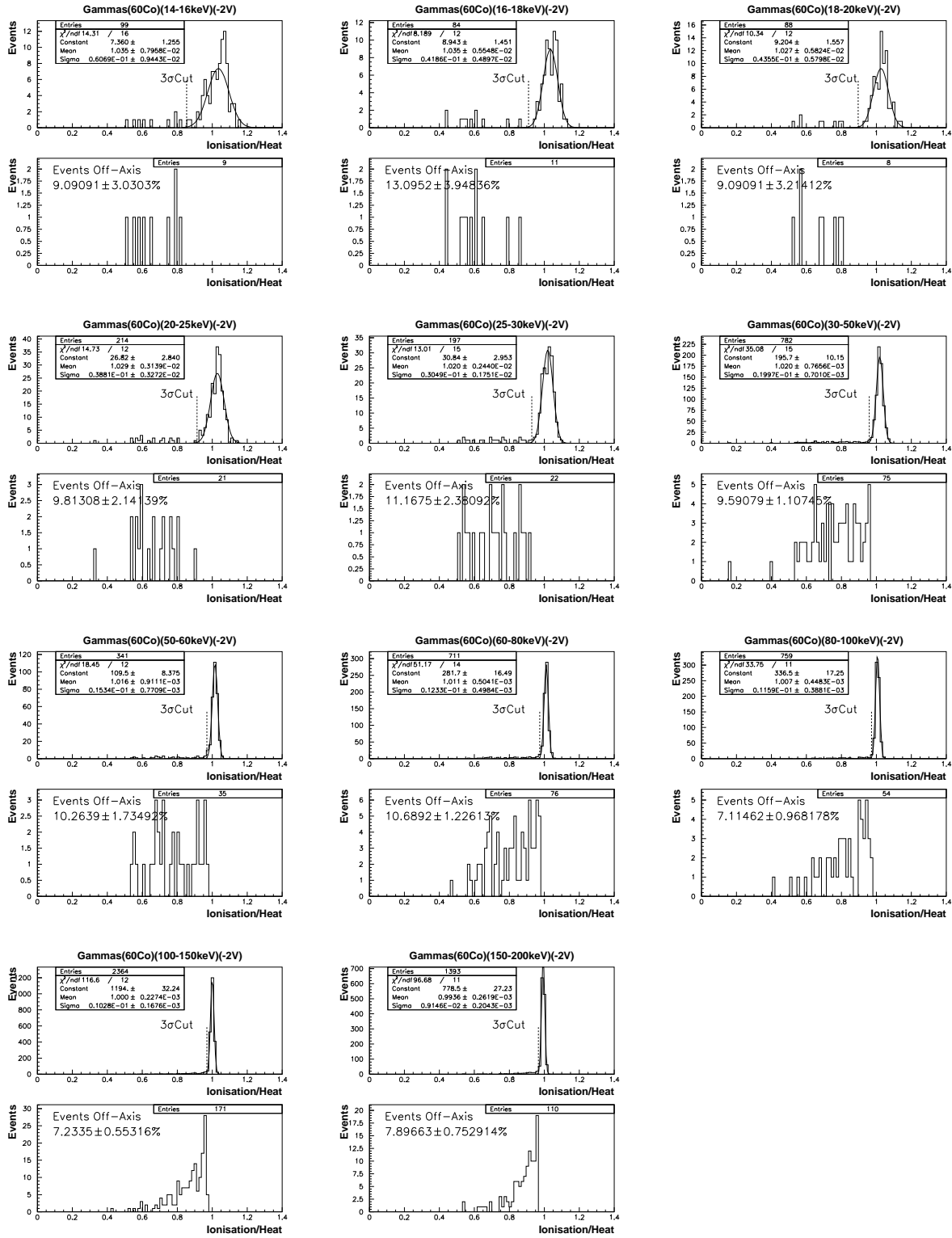


FIG. 8.3 – Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{60}Co à -2 V.

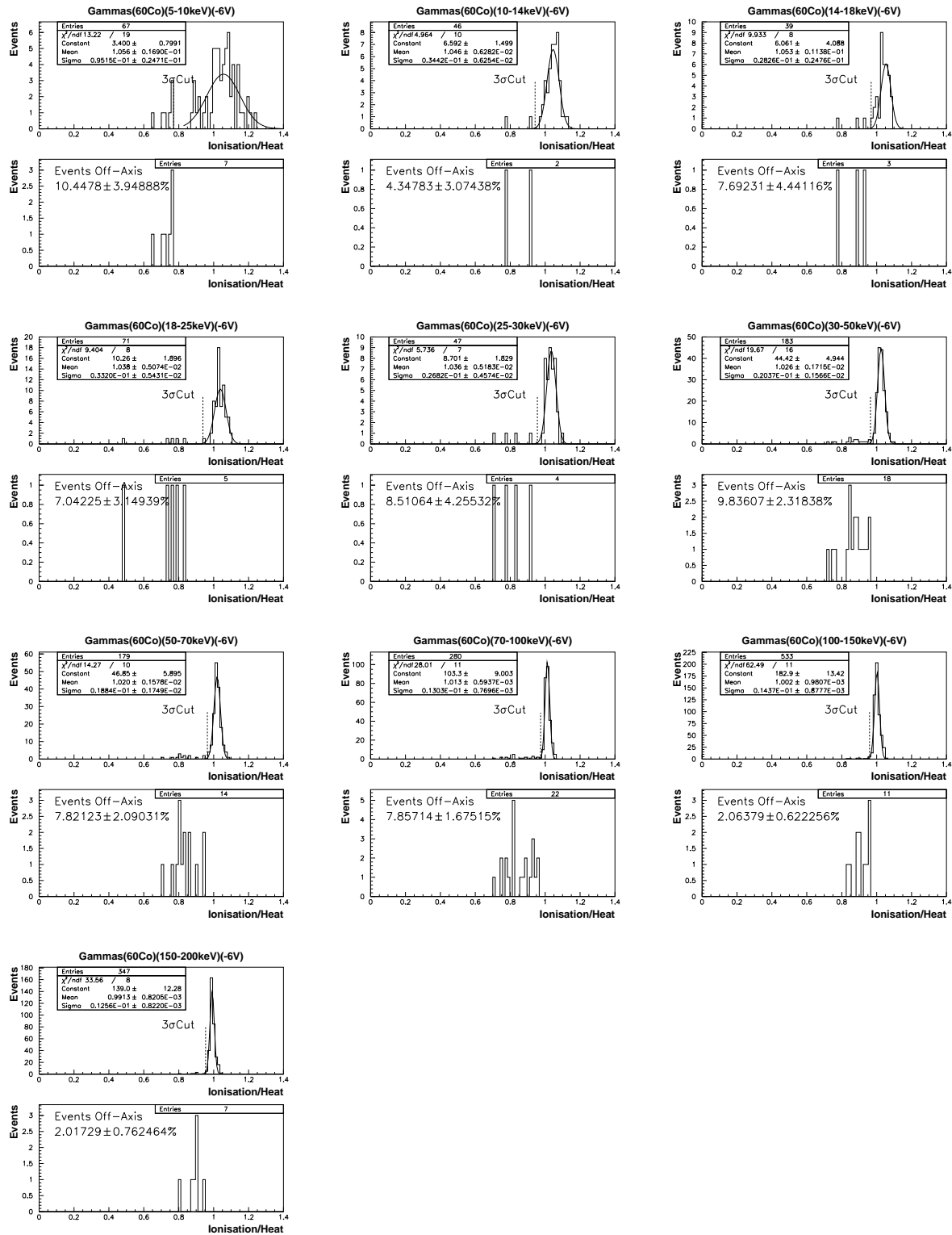


FIG. 8.4 – Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{60}Co à -6 V .

Considérons d'abord l'évolution de la valeur moyenne de η en fonction de l'énergie dans la figure 8.5. Comme prévu, la moyenne de η , sur laquelle l'erreur statistique est faible,

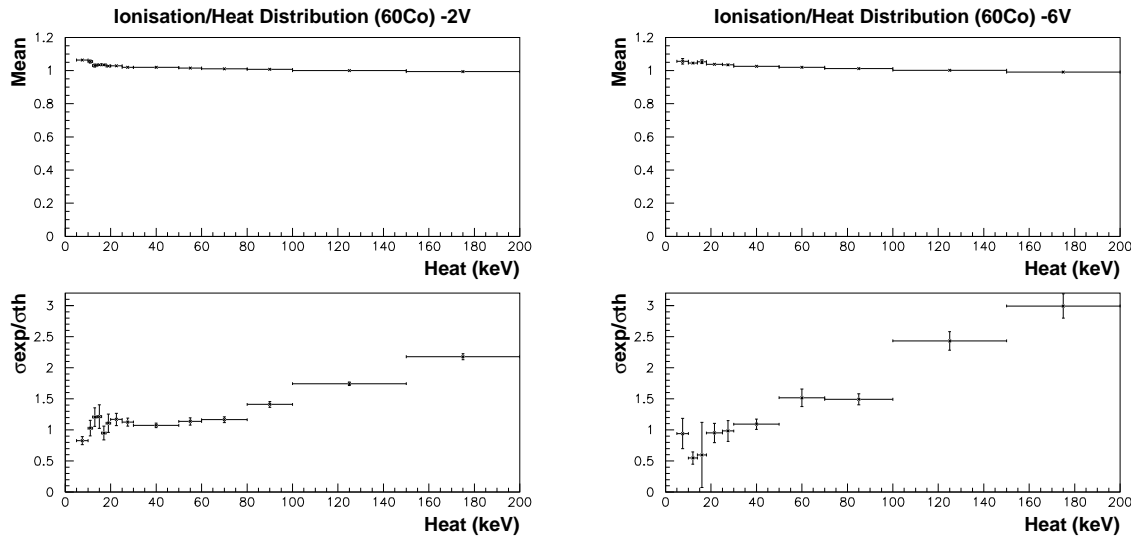


FIG. 8.5 – *Figures du haut : évolution de la moyenne du rapport ionisation sur chaleur en fonction de l'énergie, sous les polarisations canoniques, pour les reculs d'électrons fournis par le ^{60}Co . En bas : rapport de l'écart type constaté sur la distribution de η sur celui prédit. Les barres horizontales correspondent à la largeur de l'intervalle sur lequel la mesure a été faite. Les barres verticales représentent les erreurs statistiques.*

reste voisine de un. En regardant de plus près toutefois, nous remarquons une surestimation de l'ionisation systématique et décroissante avec l'énergie. La valeur observée de η rejoint d'ailleurs 1 vers 120 keV, où le détecteur a été étalonné par le ^{57}Co . Présente pour les deux polarisations, cette surestimation reste néanmoins inférieure à 5%. Il s'agit de l'effet systématique décrit dans la section 7.3.3.2.

Tournons-nous maintenant vers l'écart-type de la distribution de η , toujours dans la figure 8.5. L'écart-type se calcule selon la formule 8.2, où $\langle\eta\rangle$ provient de l'ajustement précédent, et où $\langle\mathcal{E}_T\rangle$ vaut le milieu de l'intervalle en chaleur. Les erreurs statistiques prennent maintenant de l'importance. La valeur prédite de σ reste compatible avec celle observée pour des énergies inférieures à une cinquantaine de keV. Au delà, la distribution expérimentale s'élargit par rapport à la prédiction, sans doute car les résolutions des voies se dégradent par rapport au modèle que nous employons, les événements modèles ne convenant pas bien aux grands événements (§7.2.2.1).

En résumé, pour les deux tensions de polarisation, sur la gamme d'énergie comprise entre 10 keV et 50 keV, la distribution du rapport η de l'ionisation sur la chaleur suit bien le cadre énoncé dans la section 8.1.

8.3 Zone neutrons

8.3.1 Remarques générales

Nous allons effectuer un travail analogue au précédent pour caractériser la réponse du détecteur aux reculs de noyaux. La source de ^{252}Cf employée maintenant est d'activité voisine de 20 μCi . Elle fournit un spectre de neutrons d'énergie moyenne voisine de 2 MeV, ainsi

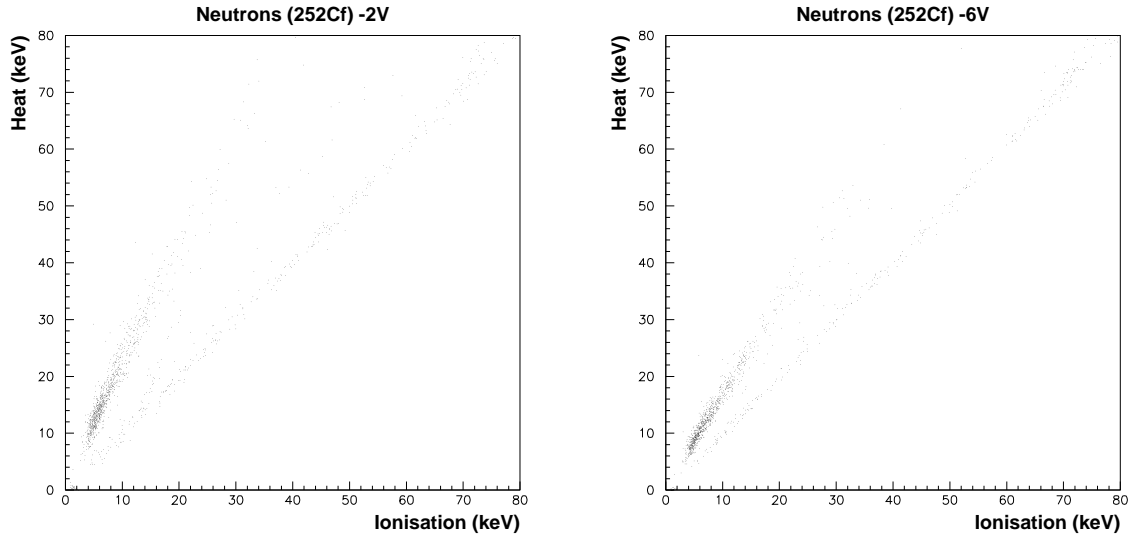


FIG. 8.6 – Calibrations en reculs de noyaux grâce à une source de ^{252}Cf , sous les polarisations de -2 V et -6 V . La population de neutrons possède une plus grande pente que les photons fortuits. Avec la plus forte tension de polarisation, l’effet Luke-Neganov rabat les neutrons vers la droite des photons dans les coordonnées équivalent-électron.

que quelques photons essentiellement d’énergie inférieure au MeV [14, §26]. Deux remarques pratiques sont nécessaires. D’une part, le matériel exposé aux neutrons court le risque de s’activer, et donc de perdre ses qualités de faible bruit de fond. Ceci s’applique aussi bien pour le cryostat EDELWEISS que pour les autres expériences dans le LSM, et limite ainsi le temps d’exposition tolérable. Nous ne possédons donc qu’une faible statistique en neutrons par rapport à celle en photons. D’autre part, exposer le détecteur à la source neutrons exige de retirer une partie du blindage extérieur du cryostat, donc en plus des photons provenant de la source elle-même, des photons ambiants peuvent aussi arriver au détecteur. Ces remarques expliquent la présence de photons dans les diagrammes ionisation-chaueur de la figure 8.6. La droite des reculs de noyaux dus aux neutrons apparaît avec une plus grande pente que la droite des reculs d’électrons. La plus grande tension de polarisation réduit l’écart en pentes, en accord avec l’effet Luke-Neganov.

Notons aussi que si nous appliquions la formule de diffusion A.2 aux neutrons (m_n) sur du germanium ($m_{Ge} \approx 70m_n$) pour des neutrons d’énergie incidente typique de 2 MeV, nous trouverions une énergie de recul typique de 60 keV. Or en pratique, la diffusion des neutrons sur les noyaux lourds se fait vers l’avant et non de façon isotrope [188]. Ceci explique pourquoi nous obtenons surtout des reculs de neutrons dont l’énergie ne dépasse pas la trentaine de keV.

8.3.2 Etude du rapport ionisation sur chaleur

Comme pour les photons, nous allons étudier l’évolution de η_n , rapport de l’ionisation sur la chaleur, en fonction de cette dernière pour les reculs de noyaux. Nous définissons d’abord des intervalles d’énergie sur la voie chaleur, possédant chacun une quantité d’événements semblable et statistiquement significative. Pour chaque intervalle, nous considérons la distribution de η_n . Nous effectuons un premier ajustement grossier de deux gaussiennes,

l'une centrée vers $\eta = 1$ pour les photons fortuits, l'autre pour les neutrons eux-mêmes. Cette seconde gaussienne décrit bien la distribution des neutrons (voir les figures 8.7 et 8.8). Pour définir la population canonique de neutrons, nous effectuons une coupure à trois écarts-types à partir de cette seconde gaussienne.

Etudions maintenant la distribution de η_n illustrée dans la figure 8.9. Par rapport aux valeurs de η_γ obtenues lors des calibrations de ^{60}Co , les valeurs de η_n sont plus basses d'entre 30% et 50%. Ceci illustre encore une fois l'ionisation moins efficace des reculs de noyaux par rapport à ceux d'électrons. En comparant les moyennes de η_n sous -2 V et -6 V, nous remarquons qu'elles se rapprochent de 1 quand la polarisation augmente, comme prédit par l'effet Luke-Neganov (§4.2.4).

La même figure 8.9 montre de plus un élargissement de la distribution de η en fonction de l'énergie par rapport à la distribution prédite. Cet élargissement est nettement plus marqué que dans le cas des calibrations par photons, et va jusqu'à un facteur cinq. Ceci s'explique par les fluctuations d'ionisation lors d'un recul atomique prédites par Lindhard [109, 163].

8.3.3 Etude du facteur de quenching

Nous allons étudier le facteur de quenching des neutrons dans le germanium. Rappelons que par définition (§4.2.5), il s'agit du rapport entre l'ionisation créée par un recul d'électron et celle d'un recul de noyau, pour une même énergie déposée. La figure 8.10 montre les résultats obtenus en appliquant la formule 4.16 aux reculs d'électrons provenant du ^{60}Co , et à ceux de noyaux provenant de ^{252}Cf . Cette figure témoigne encore une fois de la surestimation de l'ionisation à basse énergie.

Or nous pouvons estimer la différence $\langle \eta_{\text{gamma}} \rangle - 1$ entre le rapport moyen de l'ionisation sur la chaleur des photons déterminé expérimentalement et la valeur attendue. Ceci fournit l'erreur systématique sur le rapport ionisation sur chaleur moyen des neutrons, $\langle \eta_n \rangle$. Par propagation, nous en tirons l'erreur systématique sur le facteur de quenching. Le facteur de quenching des photons redevient alors compatible avec sa valeur par définition, un. Dans le cas des neutrons, la figure 8.10 montre qu'aux deux tensions de polarisation, le facteur de quenching des neutrons peut être considéré comme constant sur la gamme d'énergies entre une demi-douzaine et une cinquantaine de keV. Sa valeur vaut $Q = 0.30 \pm 0.04$ où la systématique de la surestimation de l'ionisation représente la contribution principale de l'erreur.

Dans la figure 8.11 nous présentons le facteur de quenching corrigé pour l'effet systématique, et en fonction de l'énergie de recul. La détermination à -2 V concorde avec celle à -6 V aux erreurs statistiques près. Le facteur croît en même temps que l'énergie de recul, de $Q \approx 0.25$ vers 20 keV, à $Q \approx 0.3$ vers 60 keV. Les résultats sont en accord avec ceux déjà publiés par la collaboration CDMS [163].

8.4 Pouvoirs de discrimination

Après avoir étudié séparément la distribution des reculs de noyaux et celle de reculs d'électrons, nous allons maintenant voir en quelle mesure nous pourrions différencier ces deux populations. Nous décrirons deux approches, l'une proposée par le groupe CDMS [68], l'autre que nous avons développée.

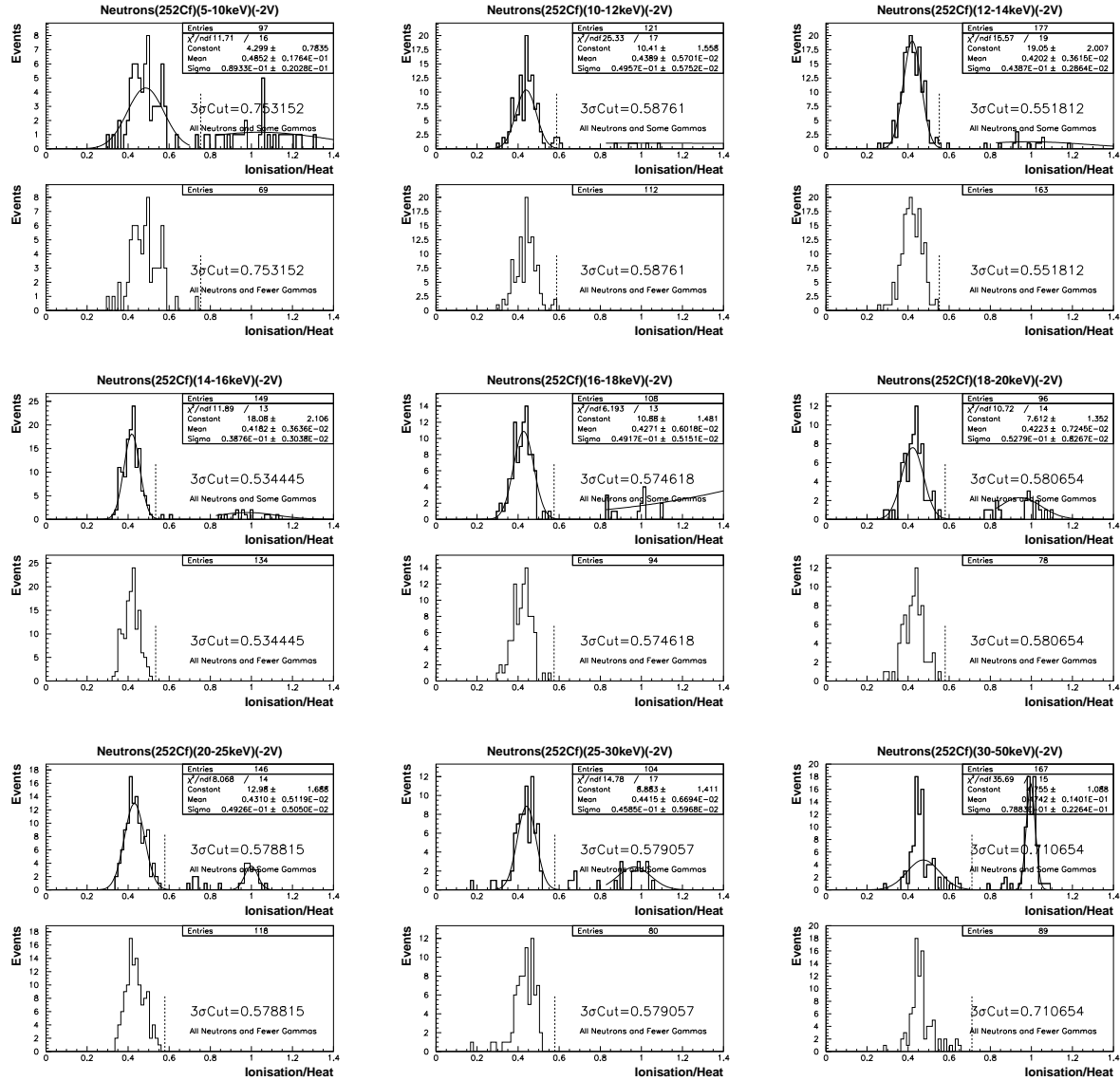


FIG. 8.7 – Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{252}Cf à -2 V.

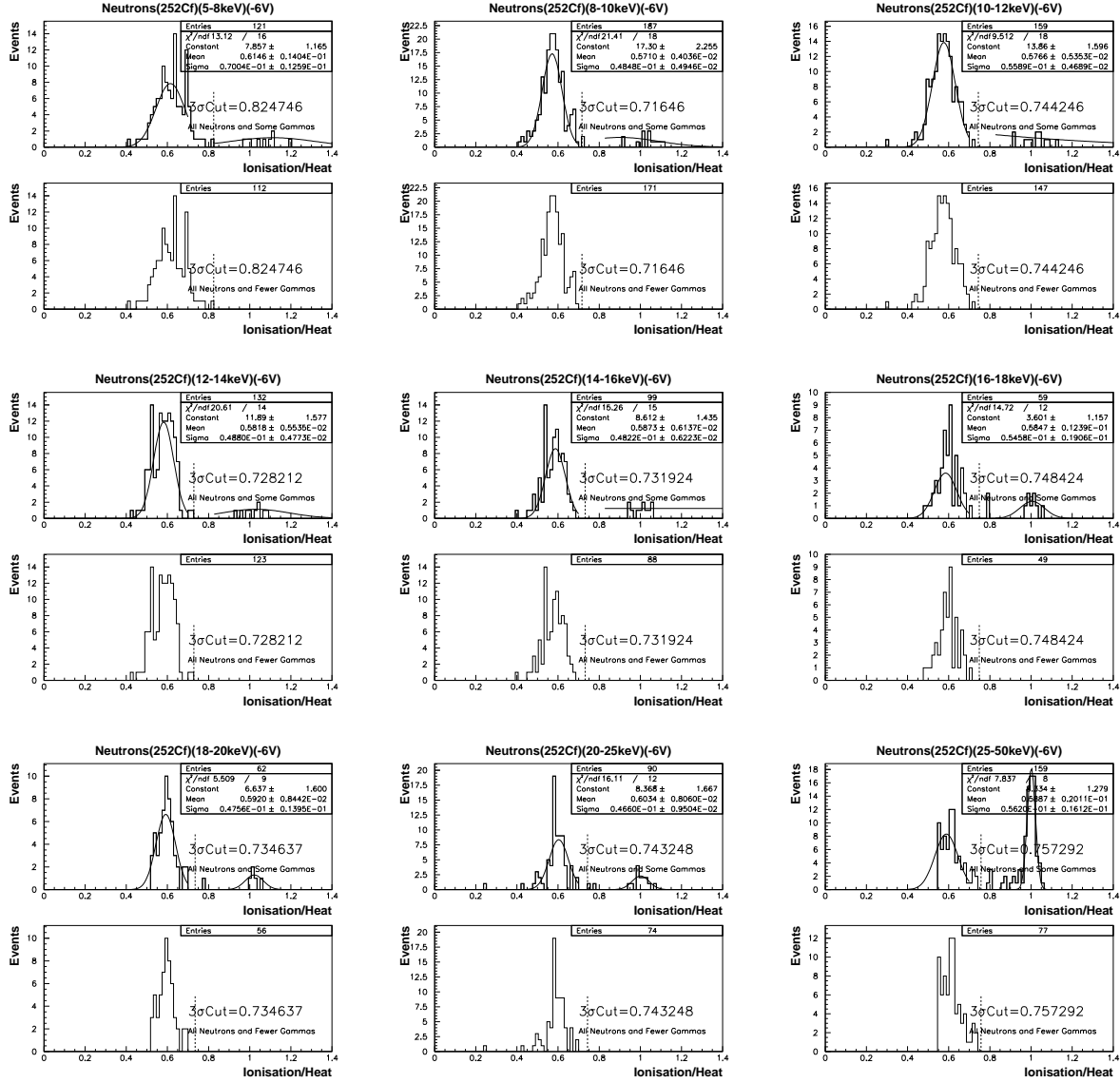


FIG. 8.8 – *Décomposition en intervalles d'énergie du rapport ionisation sur chaleur pour la calibration ^{252}Cf à -6 V.*

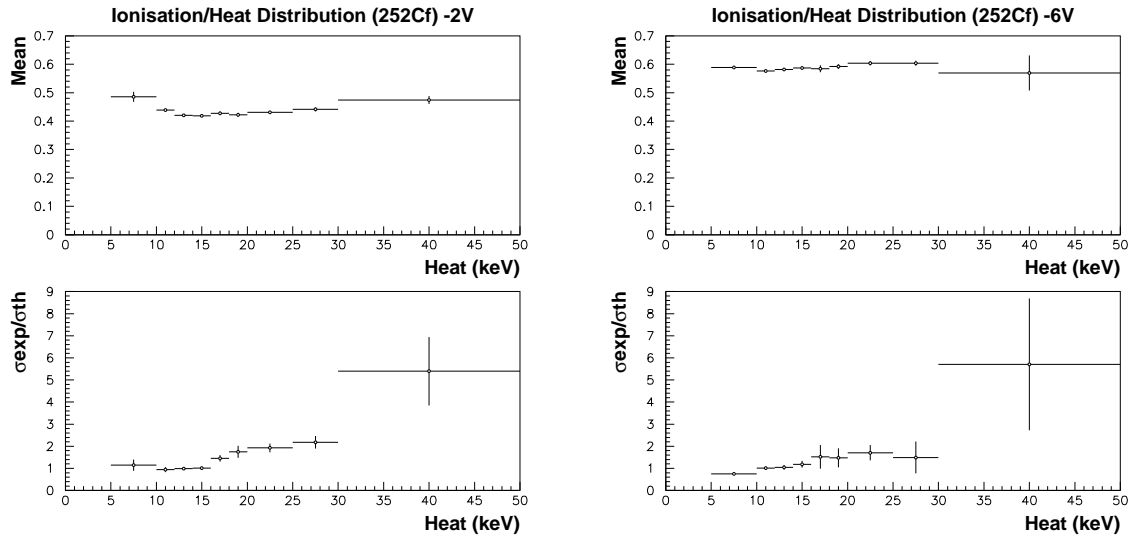


FIG. 8.9 – *Figures du haut : évolution de la moyenne du rapport ionisation sur chaleur en fonction de l'énergie, sous les polarisations canoniques, pour les reculs de noyaux fournis par le ^{252}Cf . En bas : rapport de l'écart-type constaté sur la distribution de η sur celui prédit. Les barres horizontales correspondent à la largeur de l'intervalle sur lequel la mesure a été faite. Les barres verticales représentent les erreurs statistiques.*

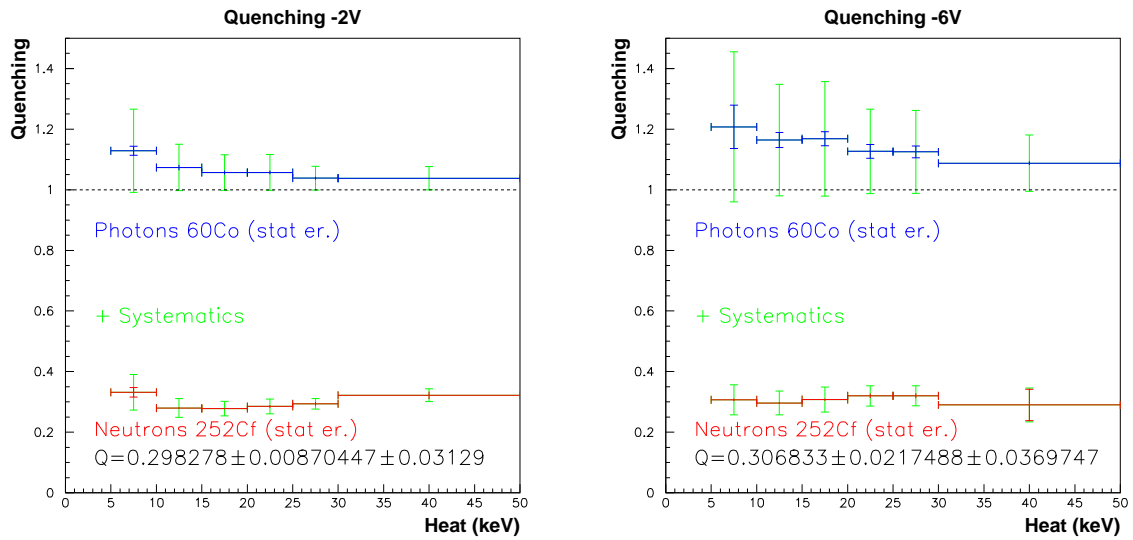


FIG. 8.10 – *Facteurs de quenching obtenus par une source de ^{252}Cf . A titre comparatif, les facteurs ont aussi été calculés pour la source de ^{60}Co , mettant en évidence encore une fois la surestimation de l'ionisation à basse énergie. Les barres horizontales représentent la taille des intervalles. Les barres verticales continues représentent les erreurs statistiques. Les barres verticales en pointillés représentent les erreurs compte tenu aussi de la systématique sur l'ionisation.*

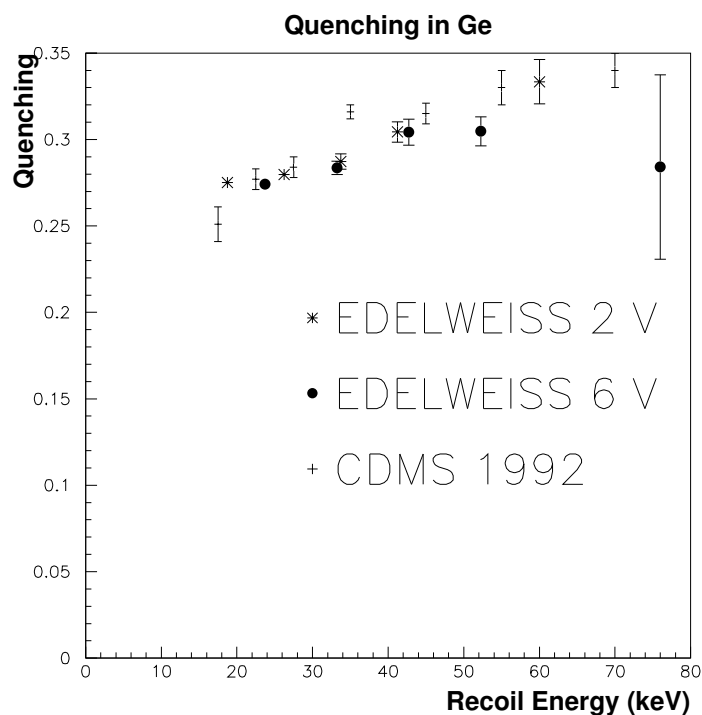


FIG. 8.11 – Facteur de quenching pour les neutrons purgé de son erreur systématique. Les déterminations sous les deux polarisations sont compatibles avec les résultats déjà publiés par la collaboration CDMS [163]. Données CDMS aimablement fournies par Tom SHUTT de Princeton.

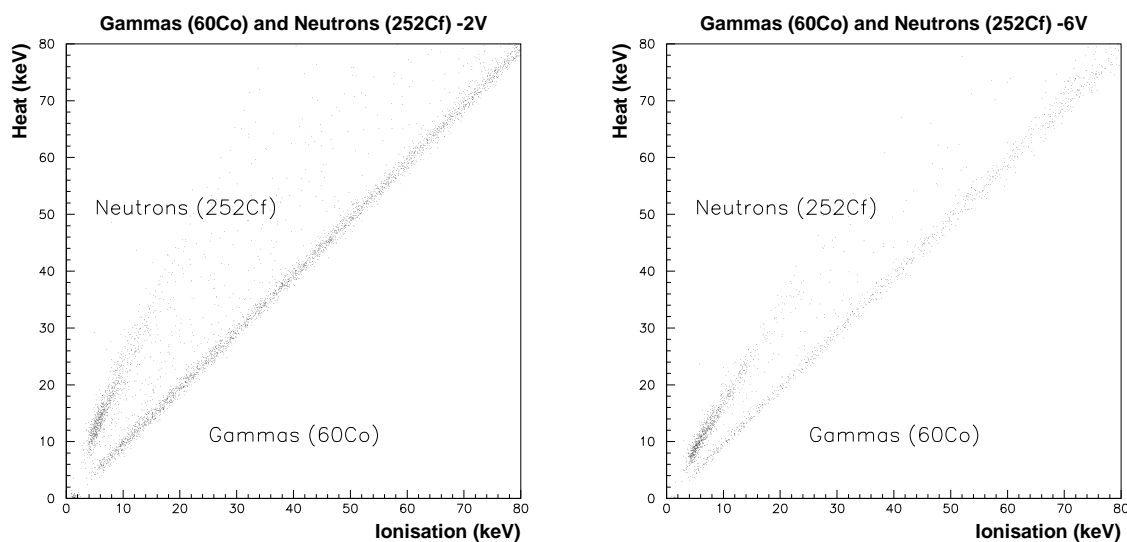


FIG. 8.12 – Comparaison des calibrations ^{60}Co et ^{252}Cf sous les polarisations canoniques.

8.4.1 Séparation de deux populations à coupure donnée

8.4.1.1 Coupure et acceptation

Soit une distribution i par rapport à une variable η , totalisant N_i éléments indépendants. Soit une coupure η^c , et N_i^c le nombre d'événements rescapés de la coupure. L'acceptance α_i^c se définit comme étant la fraction des événements d'une distribution gardés après une coupure donnée : $\alpha_i^c = N_i^c/N_i$. De façon complémentaire, la réjection est la fraction des événements d'une distribution rejetés par une coupure, c'est à dire $1 - \alpha_i^c$. Différencier la définition de l'acceptance fournit une estimation des erreurs : $d\alpha_i^c = dN_i^c/N_i - N_i^c dN_i/N_i^2$, d'où, en négligeant l'indice i dans la suite du paragraphe, $\sigma_{\alpha^c}^2 = \frac{1}{N^2} \sigma_{N^c}^2 + \frac{N^{c2}}{N^4} \sigma_N^2$, puisque le nombre d'événements survivant à la coupure est indépendant du nombre total. Or l'erreur en un canal de la distribution est de Poisson; vu que la somme de deux distributions de Poisson en est toujours une, les variances sur N et N^c sont respectivement N et N^c elles-mêmes. La variance de l'acceptance devient donc

$$\sigma_{\alpha^c}^2 = \frac{N^c}{N^2} \left[1 + \frac{N^c}{N} \right] = \frac{\alpha(1 + \alpha)}{N} \quad (8.3)$$

Le numérateur correspond à la contribution de la position de la coupure; le dénominateur représente l'effet de la statistique. Puisque l'acceptance est comprise entre 0 et 1, sa variance se contraint comme suit : $0 \leq \sigma_{\alpha^c}^2 \leq 2/N$. L'augmentation de la statistique réduit l'erreur absolue sur l'acceptance. Notons aussi que nous ne pouvons traduire directement ces variances en termes d'intervalles de confiance que si la statistique le permet; autrement il nous faut utiliser la statistique de Poisson (annexe E.1).

8.4.1.2 Séparation simple

Soit maintenant une population parfaitement connue de calibration, indicée 0, et la population à étudier, sans indice. Cette dernière population comprend une proportion inconnue d'événements de type calibration représentant un nombre d'événements S . A partir du nombre d'événements N^c passant une coupure, il s'agit de mettre une borne supérieure prudente sur ce nombre. Manifestement, ce nombre se contraint par une limite supérieure S_m :

$$S \leq S_m = N^c/\alpha_0^c \quad (8.4)$$

Ceci donne après différentiation et passage à la moyenne l'erreur suivante sur la borne supérieure:

$$\sigma_{S_m}^2 = \left[\frac{1}{\alpha_0^c} \right]^2 \sigma_{N^c}^2 + \left[\frac{N^c}{\alpha_0^{c2}} \right]^2 \sigma_{\alpha_0^c}^2 \quad (8.5)$$

En remplaçant la variance de l'acceptance donnée par 8.3, et l'erreur poissonnienne sur N^c , il vient :

$$\sigma_{S_m}^2 = \left[\frac{1}{\alpha_0^c} \right]^2 N^c + \left[\frac{N^c}{\alpha_0^{c2}} \right]^2 \frac{N_0^c}{N_0^2} \left[1 + \frac{N_0^c}{N_0} \right] = \frac{N^c}{\alpha_0^{c2}} \left[1 + \frac{N^c}{N_0^c} (1 + \alpha_0^c) \right] \quad (8.6)$$

Cette variance peut encore s'écrire en fonction des statistiques N et N_0 :

$$\sigma_{S_m}^2 = \frac{\alpha^c}{\alpha_0^{c2}} N \left[1 + \frac{\frac{\alpha^c}{\alpha_0^c} N}{N_0} (1 + \alpha_0^c) \right] \quad (8.7)$$

Ceci montre l'importance d'avoir une population de calibration 0 au moins aussi grande que la population à étudier, faute de quoi la variance varie comme le carré de cette dernière. D'autre part, il ne sert à rien d'avoir une population de calibration pléthorique, car la variance reste minorée par sa composante linéaire, indépendante de la statistique de la calibration. En somme, il paraît judicieux de choisir la calibration telle que $\alpha_0^c N_0 \gtrsim \alpha^c N$.

8.4.1.3 Séparation à partir de deux populations

Considérons maintenant deux populations dites de calibration, indicées 1 et 2 dont les distributions sont connues *a priori* ainsi que les acceptances fonction des coupures, et telles que, pour toute coupure, l'acceptance de la première population majeure toujours celle de la seconde. Soit une troisième distribution dite totale composée des deux précédentes en proportions inconnues, c'est à dire d'un signal S et d'un bruit B . Il s'agit d'extraire le signal de la distribution totale. Abstraction faite des indices de cette dernière distribution, il vient :

$$\begin{cases} N &= S + B \\ N^c &= \alpha_1 S + \alpha_2 B \end{cases} \quad (8.8)$$

La résolution de ce système fournit le signal en fonction des deux acceptances de calibration et des nombres d'événements avec et sans coupure de la distribution totale :

$$S = \frac{N^c - \alpha_2 N}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (8.9)$$

Dans un premier temps, les quatre variables peuvent être considérées indépendantes, ce qui fournit la différentielle suivante :

$$dS = -\frac{N^c - \alpha_2 N}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} d\alpha_1 + \frac{N^c - \alpha_1 N}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} d\alpha_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} dN + \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} dN^c \quad (8.10)$$

L'indépendance des variables fournit la variance suivante sur le signal :

$$\begin{aligned} \sigma_S^2 &= \left[\frac{N^c - \alpha_2 N}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} \right]^2 \sigma_{\alpha_1}^2 + \left[\frac{N^c - \alpha_1 N}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} \right]^2 \sigma_{\alpha_2}^2 \\ &\quad + \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \right]^2 \sigma_N^2 + \left[\frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \right]^2 \sigma_{N^c}^2 \end{aligned} \quad (8.11)$$

Les deux premiers termes correspondent à l'erreur sur la calibration σ_{cal}^2 ; les deux derniers à celle sur la statistique des données proprement dites, σ_{don}^2 . Puisque les erreurs sur N et N^c sont de Poisson, les deux derniers termes s'écrivent :

$$\sigma_{don}^2 = \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \right]^2 N + \left[\frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \right]^2 N^c = \frac{\alpha_2^2 N + N^c}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} \quad (8.12)$$

Cette erreur serait maximale pour une coupure à laquelle les acceptances des deux populations seraient égales.

8.4.2 Optimisation de la coupure

Le paragraphe précédent ne fournit pas de méthode pour déterminer la meilleure coupure. Le groupe CDMS propose un critère [68].

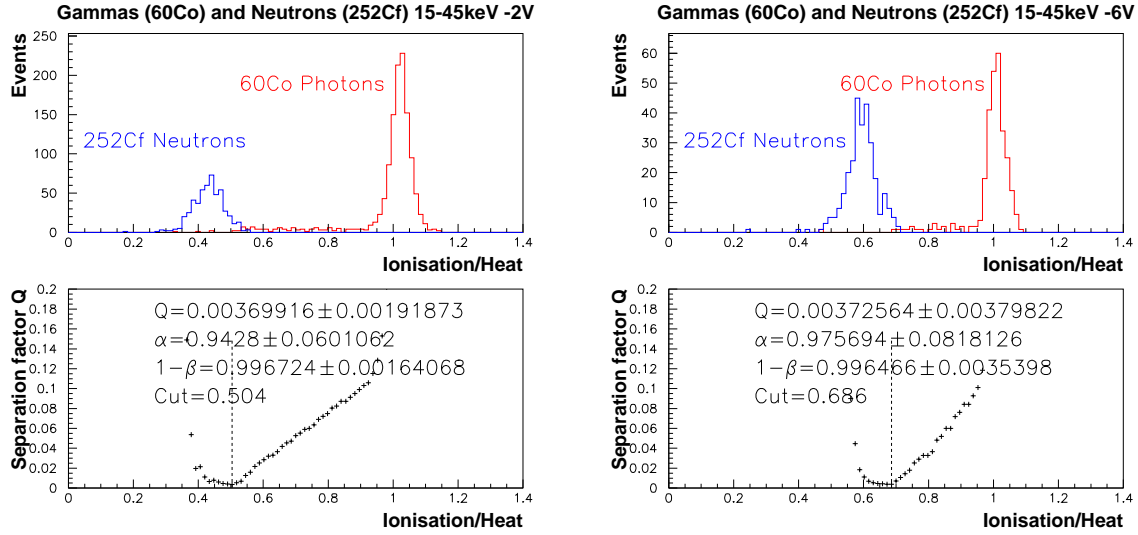


FIG. 8.13 – *Discrimination entre reculs de noyaux et reculs d'électrons, sous polarisation de -2 V (à gauche) et -6 V (à droite). Les figures du haut représentent les rapports ionisation sur chaleur provenant des calibrations neutrons et photons. Les figures du bas montrent l'évolution du facteur de séparation en fonction de la coupure, ainsi que la meilleure coupure.*

8.4.2.1 Hypothèse du signal nul

Toujours dans le cadre du paragraphe précédent, dans quelle mesure ses hypothèses sont-elles compatibles avec une contribution de S nulle? Le système 8.8 fournit $N = B$ et $N^c = \alpha_2 B$. Le deuxième terme de la variance s'écrit donc :

$$\sigma_{don}^2 = \frac{\alpha_2(1 + \alpha_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} B \quad (8.13)$$

Le critère retenu pour optimiser la coupure est de retenir celle qui minimise ce terme de variance. Il équivaut à minimiser le paramètre de séparation suivant :

$$Q = \frac{\alpha_2(1 + \alpha_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2} \quad (8.14)$$

Minimiser Q revient à trouver la coupure qui minimise l'erreur sur un signal nul. Or ce facteur de séparation ne dépend que des calibrations. Cette méthode fournit donc la coupure optimale grâce seulement aux calibrations. En revanche, elle suppose que les calibrations permettent de représenter parfaitement le bruit de fond.

8.4.2.2 Application et limites

Appliquons cette méthode aux données du détecteur EDELWEISS obtenues par les calibrations ^{60}Co et ^{252}Cf . Dans la figure 8.13, nous considérons la tranche d'énergie comprise entre 15 keV et 45 keV chaleur. Pour la polarisation de -2 V, nous obtenons un facteur de séparation $Q = 0.0037 \pm 0.0019$, pour une acceptation en neutrons de $\alpha = 0.94 \pm 0.06$ et une réjection de photons de $1 - \beta = 0.996 \pm 0.002$, et une coupure optimale de $\eta = 0.504$. Les résultats obtenus avec la polarisation plus forte de -6 V sont compatibles aux erreurs près : $Q = 0.0037 \pm 0.0037$,

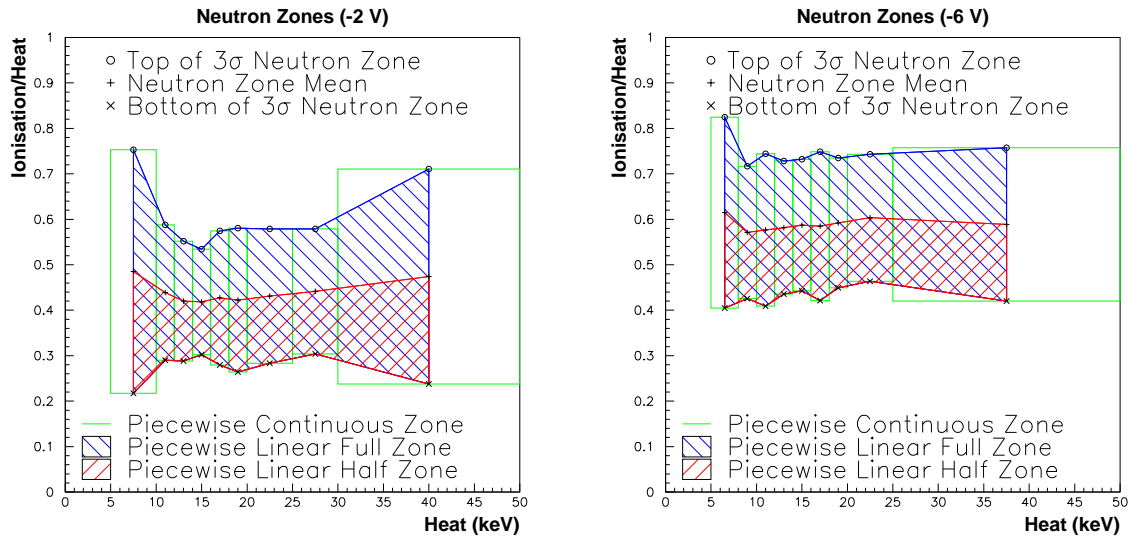


FIG. 8.14 – Zones neutrons sous polarisation de -2 V (à gauche) et -6 V (à droite). Hachures descendant vers la droite : zone définie à trois écarts types, ayant une acceptation de l'ordre de 1. Hachures montant vers la droite : moitié inférieure de la zone précédente, ayant une acceptation de 0.5.

$\alpha = 0.97 \pm 0.08$, $1 - \beta = 0.996 \pm 0.003$, mais la coupure est devenue $\eta = 0.686$. Le déplacement de la coupure suit l'effet Luke. L'erreur statistique principale provient de la maigre quantité de neutrons de calibration disponibles.

Le détecteur se montre performant sur ces données de calibration (avec des résultats équivalents à ceux d'autres groupes [6]). En revanche, nous ne pouvons extrapoler directement ces performances aux jeux de données sans source intentionnelle. En effet, nous verrons dans le chapitre 9 que la source de ^{60}Co ne représente pas fidèlement le fond réel. Pour cela nous avons mis au point notre propre méthode décrite dans le paragraphe suivant.

8.4.3 Méthode de la zone neutron

Nous employons donc une méthode plus conservatrice. Il s'agit de définir une zone neutrons grâce à la calibration en reculs de noyaux (§8.3.2), avec éventuellement une coupure pour améliorer le rapport signal sur bruit. Au milieu de chaque intervalle de chaleur, la limite supérieure de la zone neutrons se définit comme étant trois écarts-types au delà de la moyenne. La limite supérieure pour l'ensemble s'obtient en reliant les points ainsi définis de façon linéaire par morceaux. Nous procédons de même pour la limite inférieure de la zone. Les résultats apparaissent dans la figure 8.14. Les neutrons suivant une distribution gaussienne en ionisation sur chaleur, nous nous attendons à ce que l'acceptation de cette zone soit au moins de l'ordre de 99.7%. Même si le fond de reculs d'électrons ne correspond pas à la calibration de ^{60}Co , nous ne voyons pas de raison pour que les WIMPs éventuels ne soient pas distribués comme les neutrons de la calibration, donc nous leur appliquerons cette acceptation. D'autre part, pour des questions d'optimisation du rapport signal sur bruit, nous serons également amenés à considérer seulement la moitié inférieure de la zone neutrons précédente. Son acceptation sera donc de l'ordre de 50%. Enfin, pour étudier le rapport signal sur bruit, nous construirons deux zones neutrons semblables aux précédentes, mais avec une largeur de deux écarts-types

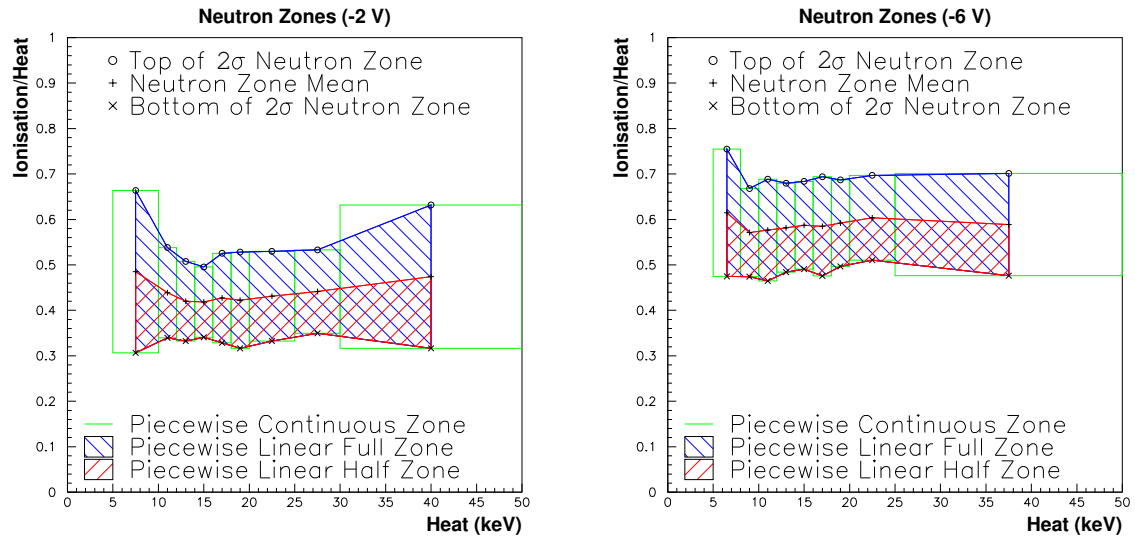


FIG. 8.15 – Zones neutrons définies avec deux écarts-types (voir la figure 8.14).

(figure 8.15), et une acceptation encore une fois meilleure que 95%.

Cette approche demeure relativement conservatrice, car elle attribue tous les événements se trouvant dans la zone neutrons à des interactions de WIMPs.

Chapitre 9

Analyse des données d'intérêt physique

MARGARET [*overlapping a bit*] : Turn on the Hi-Fi, Brick ! Let's have some music t' start off th' party with !

Tennessee Williams, Cat on a Hot Tin Roof [183, Act II]

Nous nous sommes fait une idée des performances du détecteur dont nous disposons, et allons maintenant aborder les données directement intéressantes pour la recherche des WIMPs.

9.1 Obtention et préparation des données

Nous avons pris ces données juste après celles de validation sans reconfigurer l'appareillage. Aucun effort supplémentaire de bas-bruit n'a été fait. En particulier le blindage proche de plomb archéologique fait défaut, ainsi que le balayage à l'azote servant à chasser le radon.

D'autre part, la prise de données s'est échelonnée entre fin juin 1997 et fin septembre 1997. L'obligation de refaire le plein de fluides cryogéniques, de régénérer le détecteur, et de vérifier son étalonnage ont morcelé les acquisitions en des unités de durée typique une demi-journée. De plus, des travaux lourds et bruyants le jour pendant cette période au LSM¹ font que nous avons retenu essentiellement des données prises la nuit. Nous disposons donc d'une statistique de 0.65 kg.jours à la polarisation de -2 V, et de 1.17 kg.jours à -6 V, répartie pour chaque polarisation dans une vingtaine de jeux de données. Nous verrons que les conditions ayant pu évoluer d'un jeu de données à l'autre, la mise en commun de ces données à chaque polarisation n'est pas triviale.

9.1.1 Traitement et coupures

Nous avons traité les données selon les méthodes exposées dans les chapitres précédents. Pris surtout la nuit, les jeux de données sont assez propres du point de vue du bruit micropho-

1. Il s'agit en l'occurrence de l'installation d'un pont roulant de 8 tonnes.

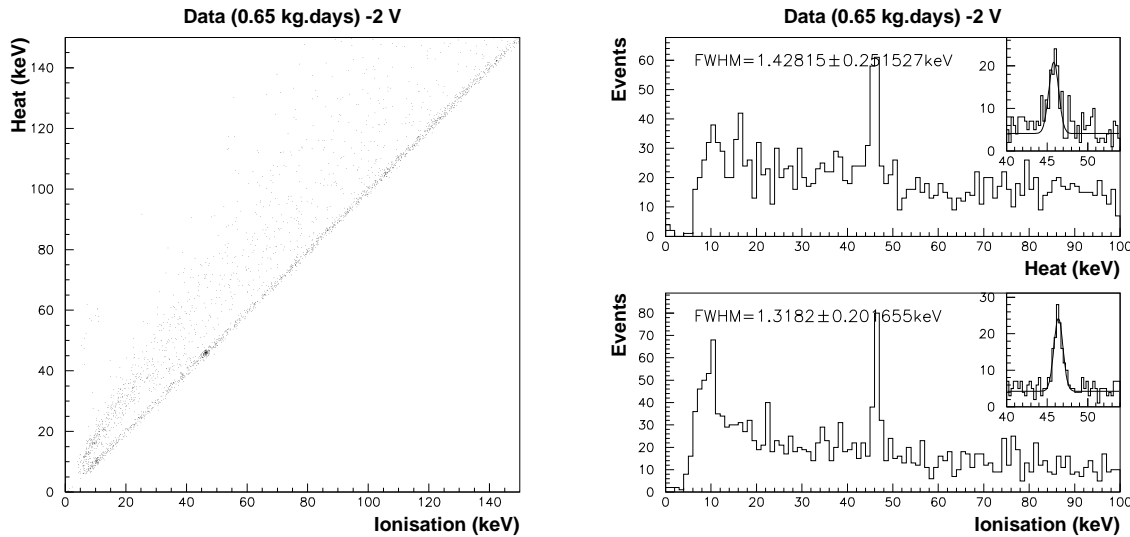


FIG. 9.1 – Données accumulées pendant 0.65 kg.j, étalonnées à 122 keV grâce à d'autres données prises avec une source de ^{57}Co . Le premier diagramme laisse entrevoir quelques pics. Les projections confirment que l'un d'entre eux vers 46.5 keV correspond à une contamination de ^{210}Pb . Ces données, comme les suivantes sauf mention particulière, sont présentées en keV équivalent-électrons.

nique. D'autre part, le taux d'événements obtenu est assez faible pour éviter tout empiement. L'acceptance toutes coupures incluses est donc plutôt bonne, de l'ordre de 95%.

Notons que malgré la présence d'un pic (voir section suivante), ce dernier ne fournit pas suffisamment de statistique pour pouvoir mettre en œuvre la correction de dérive de température décrite dans la section 7.1.2. En contrepartie, les bonnes conditions d'acquisition font que cette dérive reste assez faible.

9.1.2 Etalonnage en énergie des données

Nous avons employé deux méthodes de calibration pour les données, l'une correspondant aux données de -2 V, l'autre à celle des données -6 V.

9.1.2.1 Etalonnage par données ^{57}Co

Les premières données prises, celles à -2 V de polarisation, ont été régulièrement entrecoupées de calibrations ^{57}Co , pour nous assurer de la stabilité du détecteur. Pour chaque jeu de données, nous avons utilisé les données ^{57}Co les plus récentes. Elles ont permis de caler d'abord l'ionisation sur l'étalonnage à 122 keV, puis nous avons ajusté la chaleur pour normaliser les photons en reculs d'électrons équivalents (§4.2.4). La figure 9.1 montre le diagramme ionisation-chaleur obtenu ainsi que ses projections. Ces diagrammes mettent en évidence d'une part des événements hors-axe, et d'autre part des pics, dont celui du ^{210}Pb à 46.5 keV [34]. Si dans l'absolu ce pic représente plutôt une mauvaise nouvelle, car il trahit une contamination du détecteur ou de son proche environnement, il nous fournit néanmoins une seconde méthode d'étalonnage du détecteur que nous avons appliquée aux données prises à -6 V.

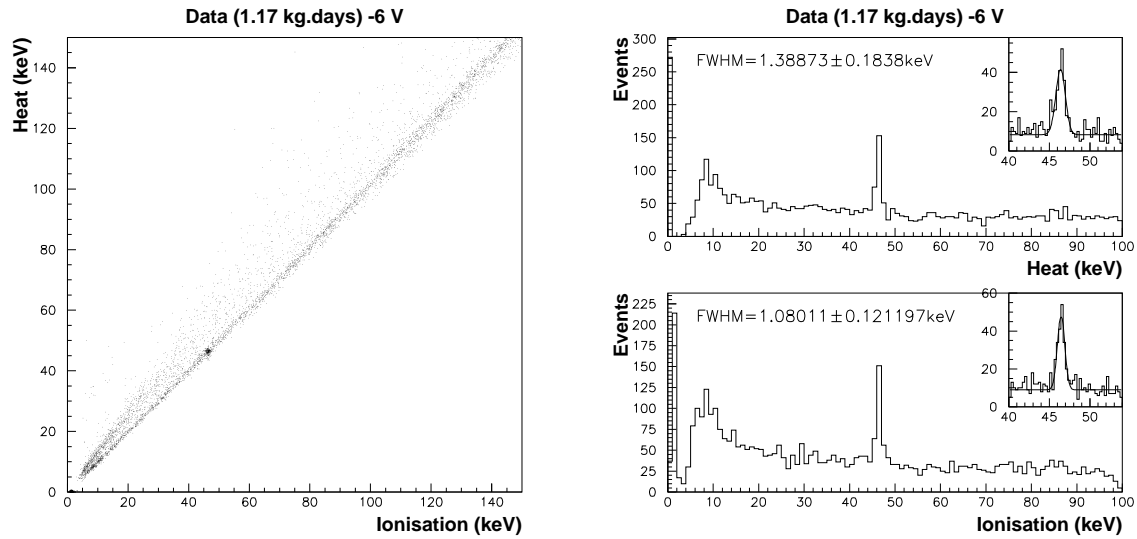


FIG. 9.2 – Données accumulées pendant 1.17 kg.j, auto-étalonnées grâce à la contamination de ^{210}Pb à 46.5 keV. Par rapport aux données prises sous -2 V et calibrées par ^{57}Co (figure 9.1), la dispersion est plus grande au delà de 100 keV. En revanche, les résolutions du pic sont un peu meilleures mais compatibles.

9.1.2.2 Auto-étalonnage par contamination ^{210}Pb

La technique de calibration par source dévolue de ^{57}Co présente quelques inconvénients : hormis le temps employé, l'introduction et l'extraction de la source peuvent perturber le cryostat et sa température, faussant l'étalonnage (§7.1.2). Dans le cas des données prises avec une polarisation de -6 V, nous nous sommes donc servi du pic de contamination de ^{210}Pb pour les étalonner par elles-mêmes. Pour chaque jeu de données, ce pic a fourni la référence en énergie. La figure 9.2 montre le résultat. La dispersion au delà de 100 keV est plus grande que par la méthode d'étalonnage précédente.

9.1.2.3 Comparaison des résolutions

Comparons les résolutions obtenues à partir du pic du ^{210}Pb , illustrées dans les figures 9.1 et 9.2, et les résolutions obtenues par source dédiée de ^{57}Co (§7.3.1). Globalement, sous -2 V et l'étalonnage associé, les résolutions sont moins bonnes, mais compatibles. En revanche pour les données à -6 V, si les résolutions demeurent compatibles, sur la voie chaleur elle est un peu meilleure alors que sur la voie ionisation elle n'est que légèrement pire.

Ceci ne permet pas de conclure définitivement sur une relation entre résolution et énergie; en revanche il n'est pas surprenant que se servir du pic du ^{210}Pb comme référence lui confère une bonne résolution. Ceci compense d'ailleurs la dégradation attendue de la résolution de la voie chaleur avec la plus grande polarisation à cause de l'effet Luke-Neganov, et favorise l'amélioration nette de la résolution de la voie ionisation grâce à la meilleure collecte de charge (§7.4). D'autre part nous voyons que dans le cas de ces données, la variation de la ligne de base semble maîtrisée. Ceci s'explique en grande partie par le fait que les données ont été prises surtout pendant la nuit, en absence d'activité humaine dans le LSM.

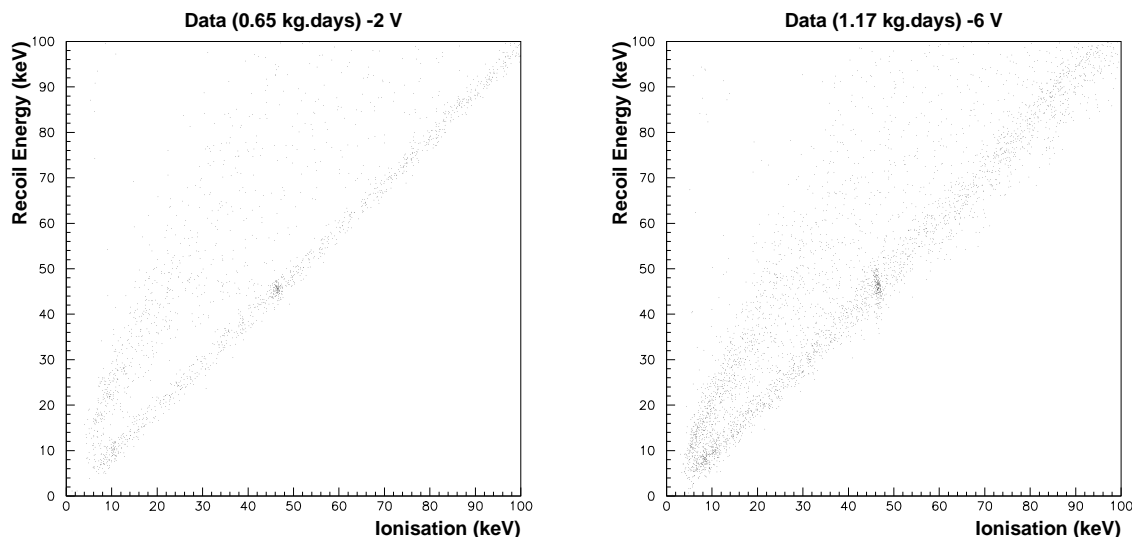


FIG. 9.3 – Données de fond présentées en énergie de recul. Nous pouvons constater l'élargissement du pic de 47 keV qui s'aggrave avec la polarisation plus forte à cause de la soustraction de l'ionisation au signal chaleur.

9.1.3 Stabilité du détecteur

Remarquons que près de la moitié de la statistique à -6 V provient d'un unique jeu de données. Il s'agit de données prises lors du long week-end de l'Assomption 1997, autrement dit dans des conditions quasiment idéales, vu que le LSM était déserté. Ceci montre que le détecteur est resté stable, aussi bien en ionisation qu'en chaleur, pendant près de trois jours, sans aucune intervention.

9.1.4 Normalisation des spectres

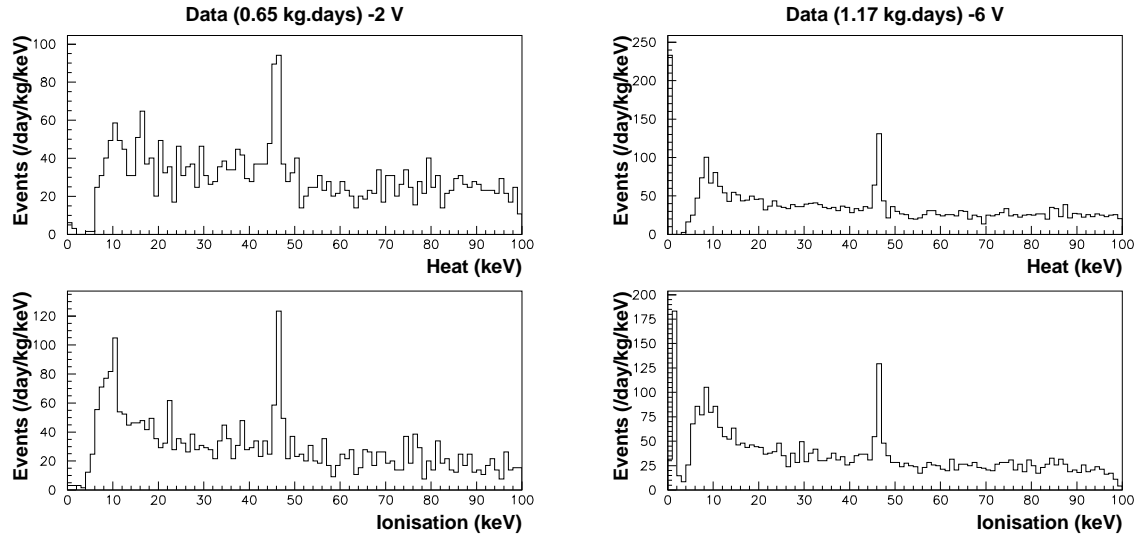
Il convient de rappeler que nous avons employé les variables \mathcal{E}_I et \mathcal{E}_T , énergies mesurées et normalisées aux reculs d'électrons. Or la variable qui nous intéresse pour la recherche de matière sombre est l'énergie de recul E . Pour l'instant, nous n'avons pas distingué les reculs d'électrons de ceux de noyaux. Ainsi, pour remonter à l'énergie de recul, nous devons soustraire l'effet Luke-Neganov de la chaleur (formule 4.19). La figure 9.3 illustre le résultat, qui se dégrade avec l'augmentation de la polarisation.

9.2 Données de fond sans réjection

Les données appellent trois remarques. Tout d'abord il y a la présence de pics de contamination dont le plus évident correspond au ^{210}Pb . Celui-ci nous amènera à négliger les portions du spectre au delà de 45 keV. Ensuite il y a le taux des événements, et enfin la présence d'événements hors-axe. Nous allons approfondir ces deux derniers points.

9.2.1 Taux obtenus

La figure 9.4 donne les taux des projections des figures 9.1 et 9.2. Sur la gamme d'énergies

FIG. 9.4 – *Taux d'événements obtenus.*

comprises entre 15 keV et 45 keV en chaleur², nous obtenons des taux de l'ordre d'une quarantaine d'événements/jour/kg/keV ee. Ce taux, relativement élevé, découle du fait que nous n'ayons pas pris toutes les mesures possibles pour réduire le bruit de fond radioactif et révèle l'étude encore approximative des bruits de fond radioactifs dans EDELWEISS.

9.2.2 Événements hors-axe

Les diagrammes ionisation-chaleur des figures 9.1 et 9.2 mettent en évidence une population d'événements moins ionisants que la population principale de reculs d'électrons. Dans la figure 9.5, nous montrons les rapports ionisation-chaleur de ces données. La figure 9.12, ou une comparaison avec la figure 8.13 des calibrations ^{60}Co et ^{252}Cf , confirme que cette population se situe entre reculs d'électrons de la première calibration et reculs de noyaux de la seconde. Un autre élément qui vient étayer le fait que ces événements hors-axe ne soient pas tous des neutrons est que leur taux dépasse largement celui que nous pouvons attribuer aux neutrons, comme nous allons voir.

9.2.3 Ordre de grandeur du taux de neutrons attendus

En effet, le taux de neutrons rapides dans le LSM est d'environ $4.10^{-6} \text{ cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ (§3.3.2). Nous allons mettre une limite supérieure à leur contribution aux données étudiées, en nous servant des calibrations ^{252}Cf . L'activité de la source³ étant de $20 \mu\text{Ci}$, elle fournit $\approx 7.10^5$ neutrons/s. La distance entre la source neutrons et le détecteur avoisinant le mètre, le bolomètre reçoit $\approx 6 \text{ cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$. Ceci fournit à peu près un millier de neutrons (estimation pessimiste tirée des figures 8.7 et 8.8), dans la zone neutrons, en une douzaine d'heures. La source envoie donc ≈ 2000 neutrons/j dans la zone neutrons. Nous supposons ensuite que le spectre en énergie

2. Le seuil en ionisation d'environ 4 keV correspond à des reculs de noyaux d'une quinzaine de keV, ce qui fournit le point de départ des spectres.

3. Si l'activité se réfère aux fissions et non directement au nombre de neutrons émis, il faut multiplier le chiffre par quatre, nombre de neutrons émis pour une fission [14, §26]

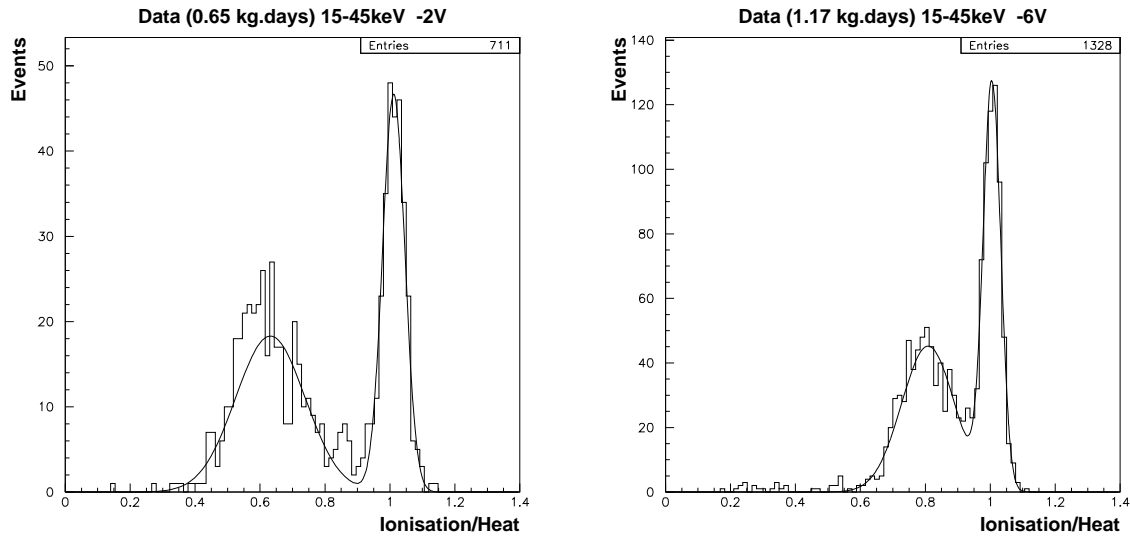


FIG. 9.5 – Distribution du rapport ionisation sur chaleur pour la tranche d'énergie chaleur 15–45 keV. Les événements hors-axe se rapprochent de la valeur 1 avec l'augmentation de la polarisation. Les résultats de l'ajustement de deux gaussiennes figurent dans la table 9.1.

TAB. 9.1 – Ajustements sur le rapport ionisation-chaleur η des données de la figure 9.1. La rapport de la population hors-axe sur celui de la population normale s'obtient en supposant les deux distributions gaussiennes.

		-2 V	-6 V
Population principale	$\langle \eta \rangle$	1.012 ± 0.002	1.005 ± 0.001
	σ	0.034 ± 0.002	0.026 ± 0.001
Événements hors axe	$\langle \eta \rangle$	0.632 ± 0.007	0.808 ± 0.002
	σ	0.106 ± 0.006	0.081 ± 0.002
Événements hors-axe par événement normal		1.22 ± 0.18	1.09 ± 0.09

des neutrons rapides ambiants [36, §III.5] est voisin de celui des neutrons de la source [14, §26] (les deux décroissent au delà de 2 MeV). Or l'exposition des 70 g de détecteur à 6 V (≈ 1.2 kg.j) correspond à quelques 16 jours. En faisant ensuite une règle de trois sur les flux respectifs de la source et des neutrons ambiants, nous trouvons alors que les neutrons ambiants contribuent de l'ordre de $\approx \frac{4.10^{-6} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}}{6 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}} \times 2.10^3 \text{ j}^{-1} \times 16 \text{ j} \approx 0.02$ événements aux données obtenues.

9.3 Discrimination

Sans discrimination, nous obtenons un taux d'événements élevé. Néanmoins, les capacités de discrimination du détecteur décrites au chapitre 8 nous permettent d'améliorer ces résultats.

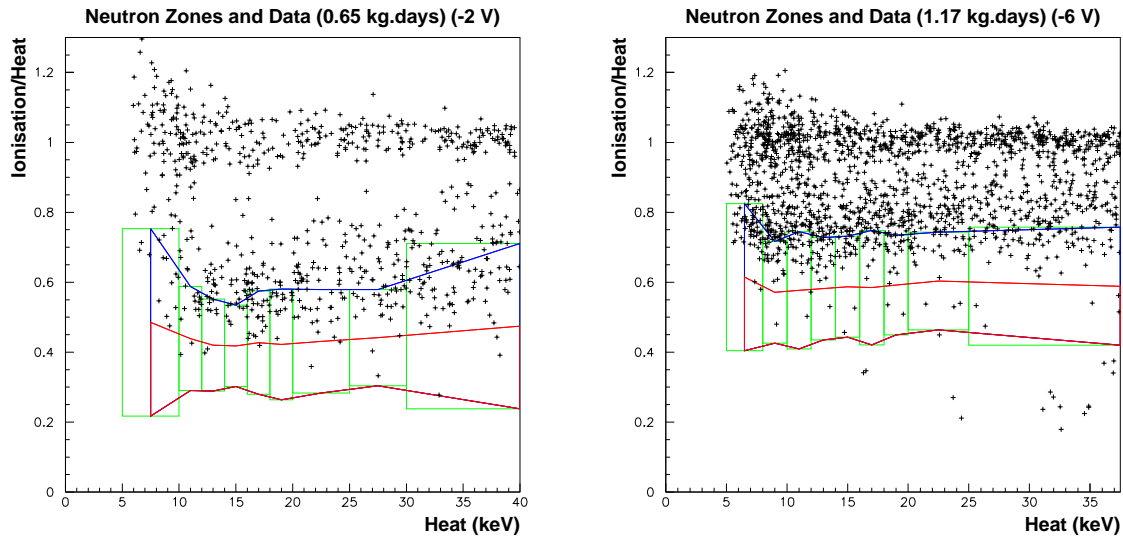


FIG. 9.6 – Zones neutrons et données.

9.3.1 Application des zones neutrons

Le fond que nous obtenons diffère manifestement de la zone photons avec bavure obtenue par le ^{60}Co et contrecarre toute tentative de soustraction de fond. Toutefois, nous n'avons pas de raison de croire que le signal cherché s'écarte de celui fourni par le ^{252}Cf et décrit dans la section 8.4.3. La figure 9.6 montre la superposition des zones neutrons et des données.

9.3.1.1 Pleine zone neutrons

Dans un premier temps, sélectionnons la zone neutron complète. En interprétant tous les événements qui s'y trouvent comme des reculs de noyaux, elle fournit une borne supérieure au signal. La deuxième ligne du tableau 9.2 fournit le nombre d'événements tombant dans cette zone. La quatrième ligne fournit la limite supérieure sur les chiffres précédents, en supposant leur erreur de Poisson. Enfin la cinquième ligne corrige la précédente pour l'acceptance de l'analyse et de la zone définie, qui valent en l'occurrence pour cette pleine zone quasiment un. Divisons ces chiffres d'abord par les expositions respectives à -2 V et -6 V (soit 0.65 kg.j et 1.17 kg.j), puis par la gamme d'énergie $40 - 7.5 \text{ keV ee} = 32.5 \text{ keV ee}$ et $37.5 - 6.5 \text{ keV ee} = 31 \text{ keV ee}$. Nous trouvons donc des limites supérieures moyennes de 10.36 événements/kg/j/keV ee à -2 V et 7.61 événements/kg/j/keV ee à -6 V pour la pleine zone.

Vis à vis des données brutes, ces chiffres correspondent à une réjection du fond de l'ordre de 75%. Regardons en quelle mesure ils sont compatibles entre eux. Dans la limite où les erreurs de Poisson deviennent gaussiennes, sous -2 V, le taux s'écrit 9.37 ± 0.66 événements/kg/j/keV ee; sous -6 V, elles deviennent 7.03 ± 0.44 événements/kg/j/keV ee. S'il semble que la polarisation plus forte réduise quelque peu le nombre d'événements hors axe, les chiffres restent à la limite compatibles.

Nous devons tout de suite faire remarquer la nature pessimiste de ces chiffres. Ils supposent que tous les événements dans la pleine zone neutrons sont du signal, alors que nous avons vu que la bavure des reculs d'électrons, déjà présente dans les calibrations ^{60}Co , s'accroît dans les données, et pollue vraisemblablement la zone neutrons. Pour cette raison, nous allons faire

TAB. 9.2 – *Événements obtenus par la méthode de la zone neutron pour les polarisations canoniques. La borne supérieure suppose des erreurs de Poisson. La limite tient compte en plus des acceptances. Les chiffres entre parenthèses correspondent à la demi zone neutrons définie à deux écarts-standards (§9.3.1.3). Le passage des keV ee aux keV se fait selon les sections 4.2.5.2 et 9.3.2.*

		-2 V	-6 V
Pleine zone neutrons	événements	198	255
	taux (/j/kg/keV ee)	9.52	6.81
	borne supérieure (90%)	216	276
	limite (90%)	216	276
	taux limite (90%, /j/kg/keV ee)	10.36	7.61
	taux limite (90%, /j/kg/keV)	6.91	3.90
Demi zone neutrons	événements	12 (10)	17 (15)
	taux (/j/kg/keV ee)	1.15 (0.96)	0.91 (0.8)
	borne supérieure (90%)	17 (16)	22 (20)
	limite (90%)	34 (32)	44 (40)
	taux limite (90%, /j/kg/keV ee)	1.61 (1.51)	1.21 (1.1)
	taux limite (90%, /j/kg/keV)	1.07 (1.01)	0.62 (0.56)

une coupure pour améliorer le rapport signal sur bruit.

9.3.1.2 Demi zone neutrons

Nous retenons donc la demi zone neutrons définie dans la section 8.4.3 (figure 9.6). La

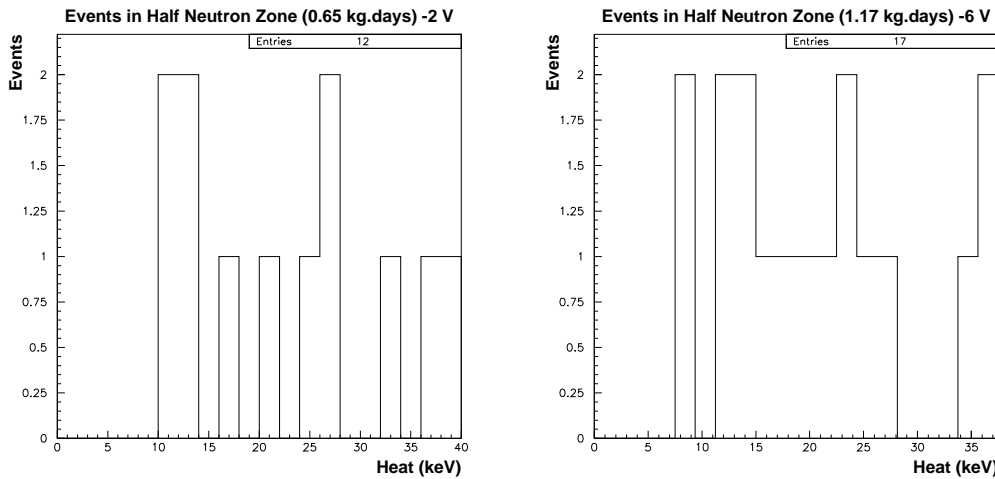
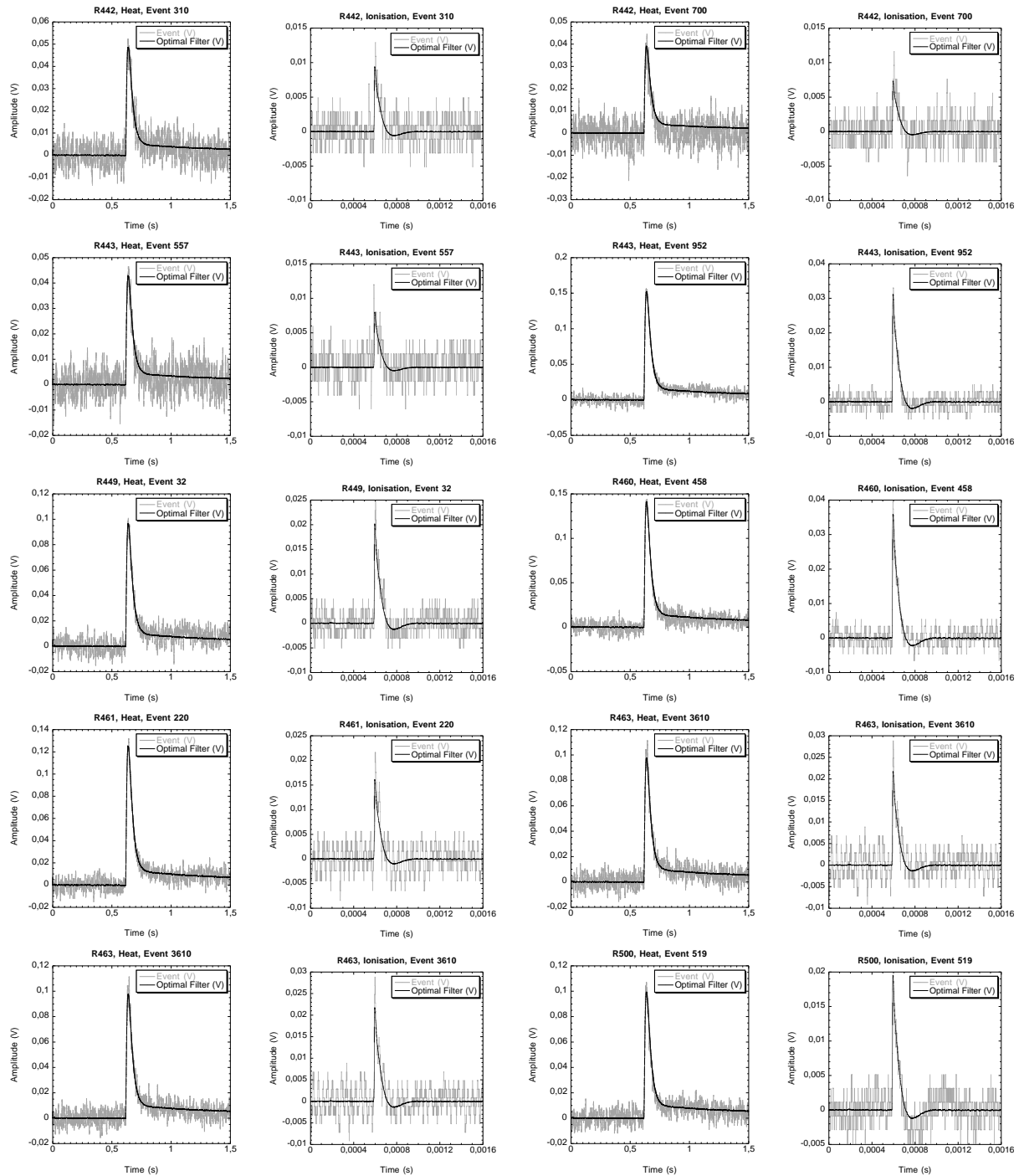


FIG. 9.7 – *Spectres obtenus des demi zones neutron.*

huitième ligne du tableau 9.2 fournit le nombre d'événements y tombant; la dixième ligne la limite supérieure de Poisson; la onzième, la limite qui en découle compte tenu de l'acceptance voisine de 50%. Avec la même démarche que dans la section précédente, nous obtenons donc les limites supérieures moyennes de 1.61 événements/kg/j/keV ee à -2 V et 1.21 événements/kg/j/keV ee à -6 V. Ces chiffres améliorent nettement les résultats sans discrimination

et ceux de la pleine zone neutrons. Par rapport à cette dernière, l'amélioration est d'un peu moins qu'un ordre de grandeur. De même que précédemment, comparons les chiffres entre eux. A -2 V de polarisation, le chiffre sans erreurs vaut 1.15 événements/kg/j/keV ee, ce qui reste toutefois compatible avec la limite à 90% sur le chiffre à -6 V (ce dernier vaut lui même 0.94 événements/kg/j/keV ee). Nous confirmons donc une faible amélioration imputable à la polarisation plus forte. La figure 9.7 montre les spectres obtenus. Les figures 9.8 et 9.9 montrent les événements rescapés des demi zones neutrons, ainsi que leurs ajustement par filtrage optimal. Un examen visuel ne décèle pas de problèmes.



(suite à la page suivante)

(suite de la page précédente)

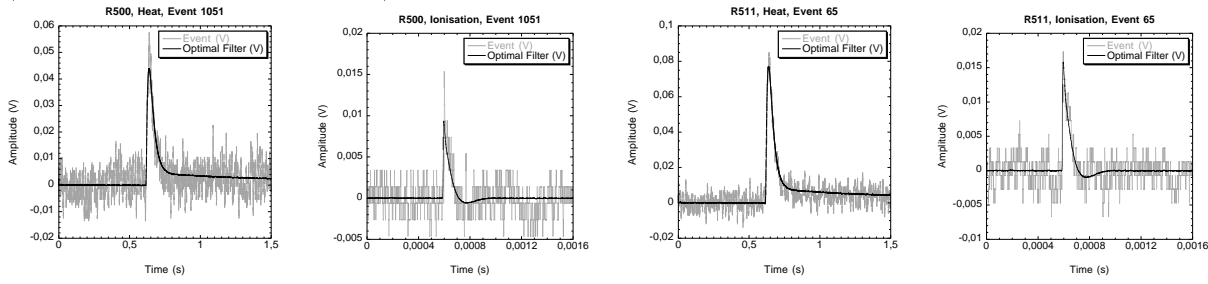
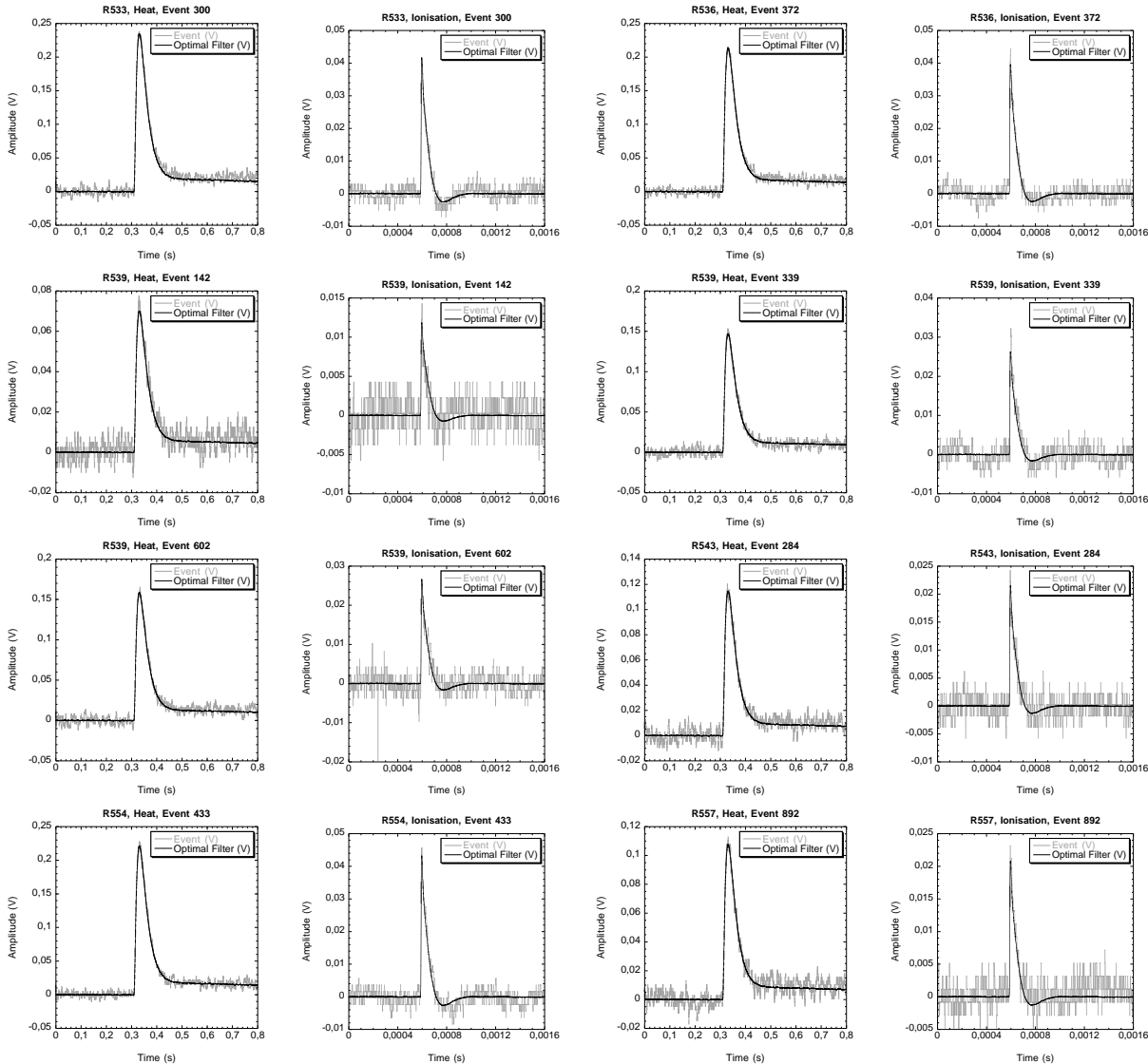


FIG. 9.8 – Événements -2 V rescapés de la demi zone neutrons et ajustements par filtrage optimal.

Nous prenons donc les limites de 1.61 événements/kg/j/keV ee à -2 V et 1.21 événements/kg/j/keV ee à -6 V comme représentatives de l'expérience, à mi-chemin entre la méthode optimiste qui supposerait le signal nul, et celle pessimiste qui considère la pleine zone neutrons. Avant de pouvoir interpréter ces chiffres en termes de recherche de matière sombre, il faudra les corriger pour l'effet Luke-Neganov.



(suite à la page suivante)

(suite de la page précédente)

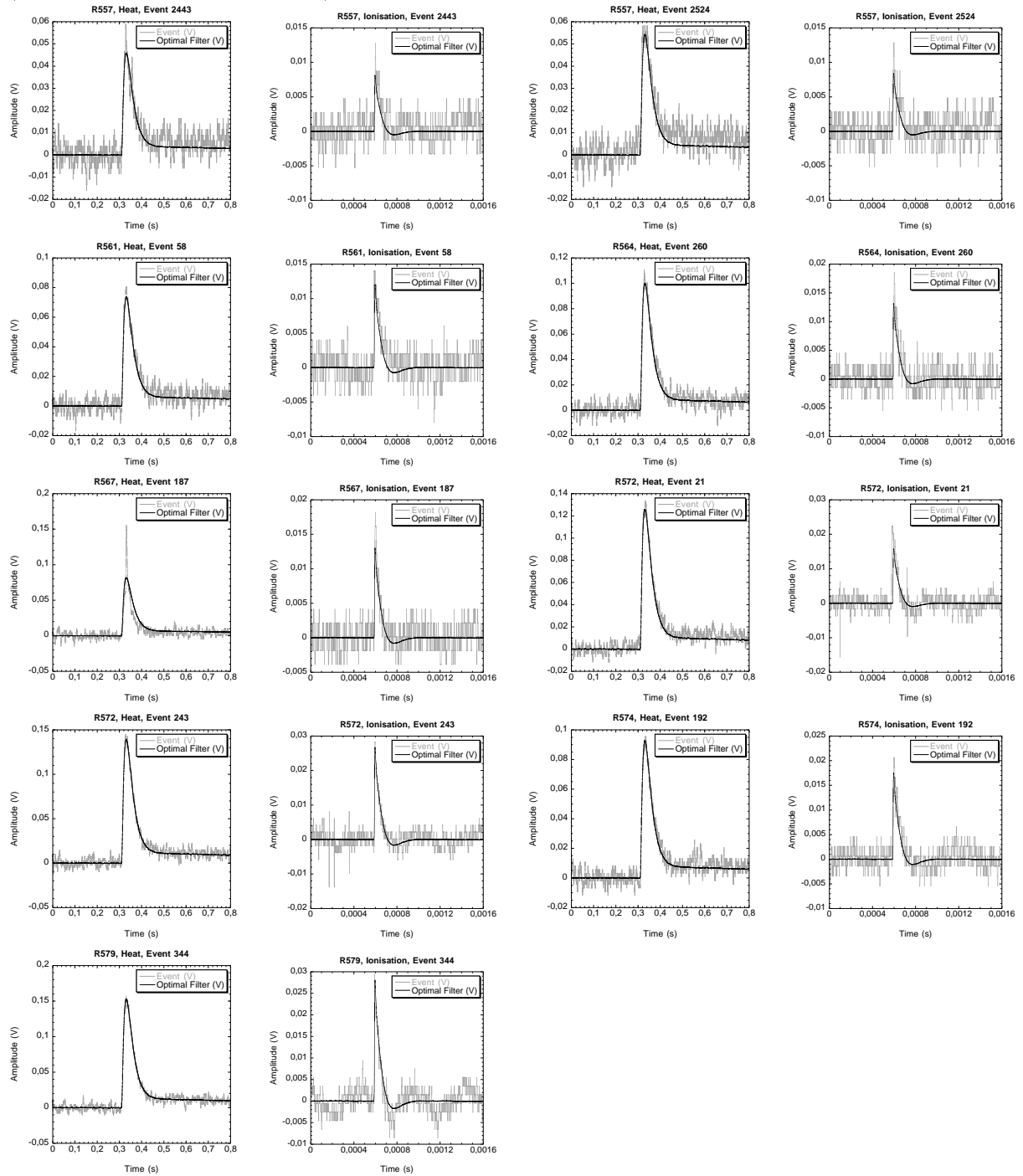


FIG. 9.9 – Événements -6 V rescapés de la demi zone neutrons et ajustements par filtrage optimal. Sur l'événement 187 du jeu de données 567, nous voyons sans doute la superposition d'un événement absorbeur et d'un événement thermomètre (§4.1.1).

9.3.1.3 Comparaison des zones ionisation neutrons à deux et trois écarts-types

Jusqu'ici nous avons considéré les zones neutrons définies à trois écarts-types. La figure 9.10 montre les données superposées aux zones définies à deux écarts-types. Si nous comparons les

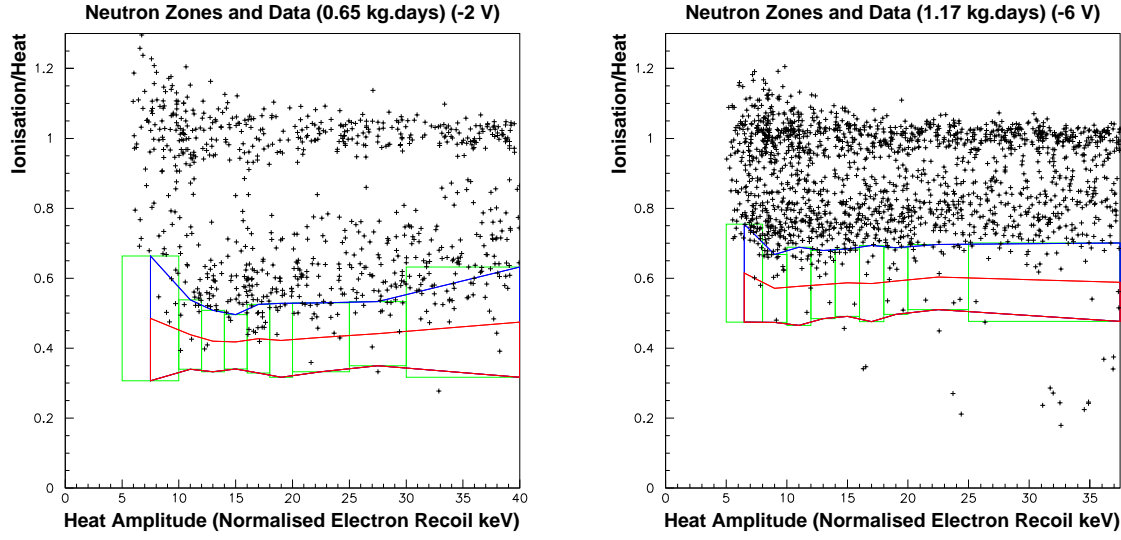


FIG. 9.10 – Zones neutron définies à deux écarts-types, et données. Aux deux polarisations, les demi-zones rétrécies rejettent deux événements de plus que les zones à trois écarts-types (figure 9.6).

demi-zones, nous voyons qu'aux deux polarisations, le passage des demi-zones à trois écarts-types vers celles à deux écarts-types élimine deux événements. Ceci n'affecte donc pas de façon remarquable les résultats, come le montre la table 9.2.

9.3.2 Spectres obtenus

Les spectres obtenus en terme de chaleur font l'objet de la figure 9.7. Nous devons maintenant les transformer en spectre de reculs, et donc les corriger pour l'effet Luke-Neganov. Pour cela, nous nous servirons de la détermination du facteur de quenching (§8.3.3) et de la relation 4.14 entre l'énergie normalisée de chaleur \mathcal{E}_T et celle de recul E . Il serait conceptuellement plus simple d'utiliser la relation 4.13 entre l'énergie normalisée de chaleur \mathcal{E}_T et celle de recul E , vu qu'elle ne dépend pas de l'effet Luke-Neganov. Néanmoins, vu la systématique sur l'ionisation, et la meilleure résolution en chaleur à basse polarisation, nous corrigerons pour la polarisation ainsi :

$$E = \mathcal{E}_T \frac{1}{Q} \frac{eV + \epsilon_\gamma}{eV + \epsilon_n} \quad (9.1)$$

Cette relation convient aux événements de la zone neutron. Nous supposons de plus de Q reste constant. Des exemples de spectres apparaissent dans la figure 9.11.

9.4 Événements hors-axe

Avant de conclure l'analyse par les diagrammes d'exclusion dans le prochain chapitre, attardons-nous sur les événements hors-axe.

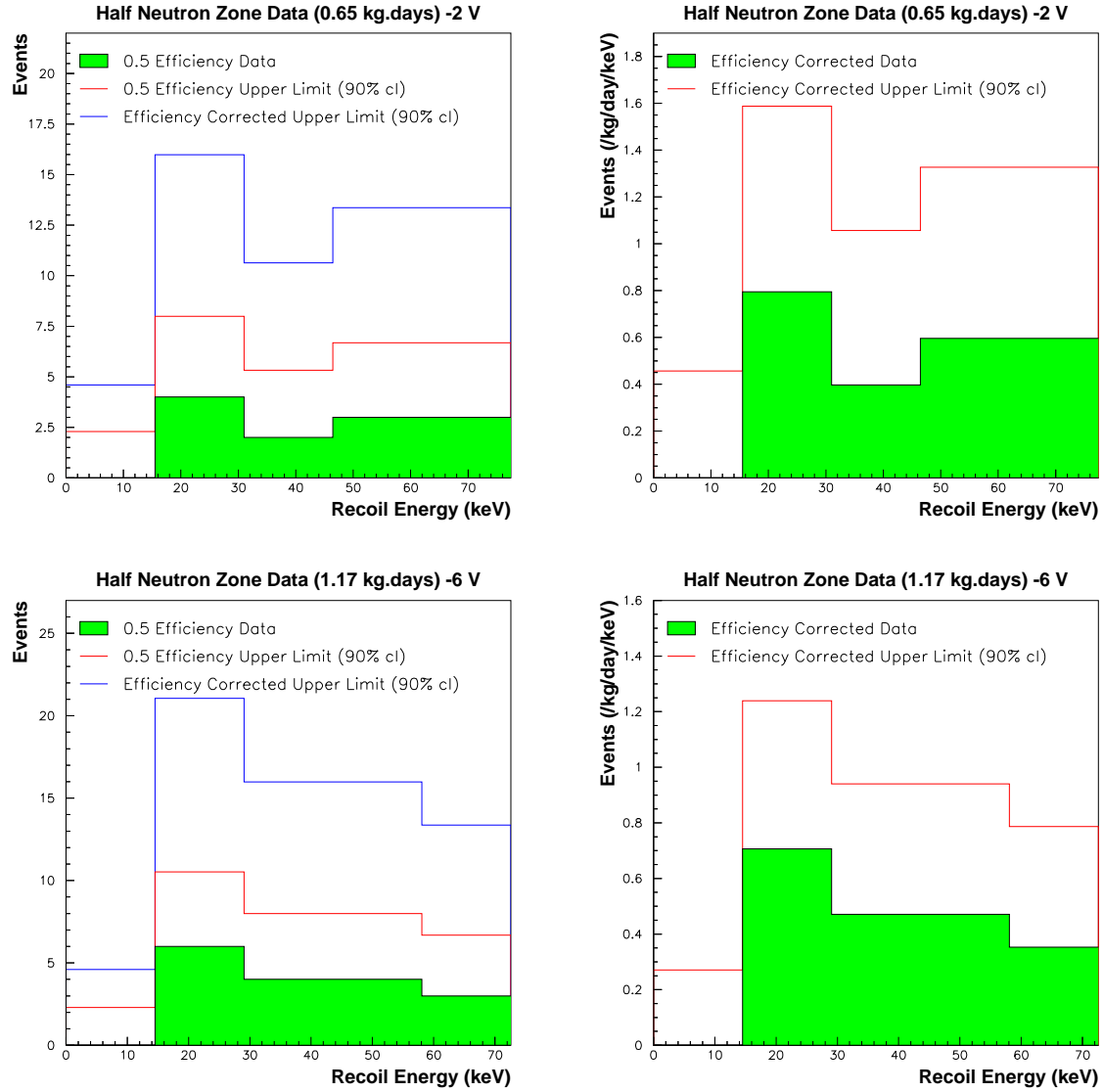


FIG. 9.11 – Spectres en énergie de recul obtenus des demi zones neutron à 2 V et 6 V. Le seuil correspond à 15 keV.

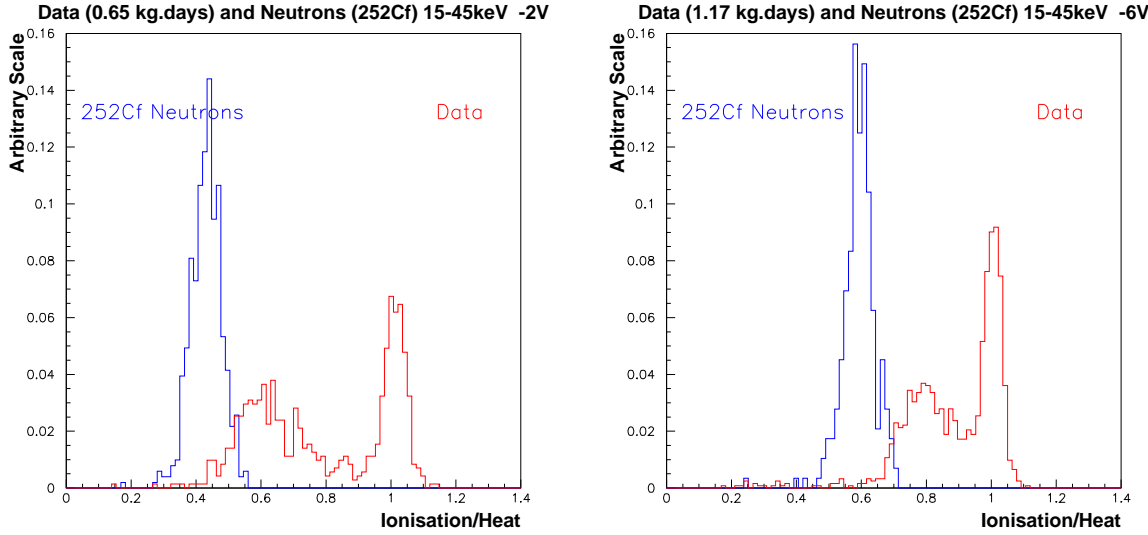


FIG. 9.12 – Rapports ionisation sur chaleur du fond et des étalonnages par source ^{252}Cf . Une troisième population apparaît dans les données de fond, à cheval sur les reculs de noyaux et les reculs d'électrons bien collectés.

9.4.1 Etude du rapport ionisation sur chaleur

Nous avons vu que la tension de polarisation plus grande améliore quelque peu le problème des événements hors-axe, malgré la statistique faible. Etudions les résultats de la figure 9.5 et la table 9.1 dans le cadre de l'effet Luke-Neganov. La tension de polarisation plus forte rabat la population hors-axe vers l'axe des photons. Supposons pour l'instant que ceci soit dû uniquement à l'effet Luke-Neganov. Alors, d'après la formule 4.15, pour une population donnée d'énergie de création de paires ϵ fixée, le passage d'une tension de polarisation V_1 à une V_2 fera varier la pente de η_1 à η_2 comme :

$$\eta_2 = \frac{e(V_2 - V_1) + \eta_1(eV_1 + \epsilon_\gamma)}{eV_2 + \epsilon_\gamma} \quad (9.2)$$

L'erreur sur la seconde pente sera

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{eV_1 + \epsilon_\gamma}{eV_2 + \epsilon_\gamma} \quad (9.3)$$

Prenons donc $V_1 = -2$ V et $V_2 = -6$ V. Alors si $\langle \eta_1 \rangle = 0.632 \pm 0.007$, l'effet Luke seul impliquerait que $\langle \eta_2 \rangle$ vaudrait 0.795 ± 0.004 . Or nous trouvons $\langle \eta_2 \rangle = 0.808 \pm 0.002$, à plus de trois déviations standard de la prédiction. Donc l'effet Luke-Neganov est renforcé par un autre mécanisme. Néanmoins, malgré la faible statistique, il semble que l'amélioration due à la polarisation reste faible.

9.4.2 Mécanismes de collecte des charges

Le problème des événements à ionisation déficiente frappe aussi la collaboration CDMS. Le mécanisme suivant semble émerger pour les interpréter [164, 138]. Il explique le déficit de

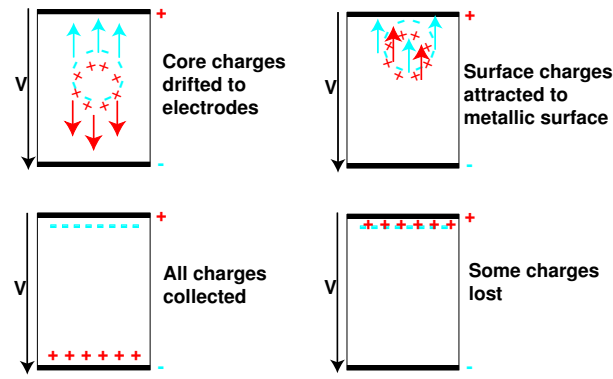


FIG. 9.13 – Mécanismes de collecte des charges, à gauche pour des événements normaux, à droite pour des événements superficiels.

charge recueillie par la position de l'interaction dans le détecteur (figure 9.13). Pour un événement normal, dans la masse du détecteur, le recul dû à l'interaction crée un nuage de charges positives et négatives. Celles-ci s'écrantent quelque peu, mais la tension de polarisation dérive alors ces charges vers leurs électrodes respectives, et toute la charge est captée. Considérons maintenant un événement interagissant près d'une des électrodes. Le nuage de charges créées écrante le champ extérieur. Vu leur proximité d'une surface conductrice, en l'occurrence l'électrode, les charges de tout signe y sont attirées par le principe du miroir conducteur (au voisinage d'un conducteur, les lignes de champ sont tangentes, donc le champ vu par une charge ponctuelle équivaut à celui qui serait causé par une charge de signe opposé placée symétriquement). Au total, seule une partie de la charge est donc recueillie.

Au moins deux remèdes sont envisageables. La collaboration CDMS a essayé de réduire la densité des dopants formant l'électrode, mais sans amélioration significative des résultats [164]. La seconde approche consiste à augmenter le champ appliqué au détecteur. Le champ plus intense détruirait plus efficacement le nuage de charges s'écrantant. Grâce à la construction p-i-n des détecteurs EDELWEISS, nous avons pu appliquer un champ plus intense et constater la légère amélioration déjà décrite.

9.4.3 Sources des événements hors-axe

9.4.3.1 Retour sur les déclenchements chaleur

Les données à déclenchement chaleur déjà évoquées dans la section 4.5 ont été prises dans l'espoir d'appréhender les événements hors axe. Revenons sur le deuxième jeu de spectres exposé dans la figure 4.15. Nous pouvons y deviner le pic du ^{210}Pb parmi les événements-absorbeurs. En revanche, il ne se manifeste guère dans les événements-thermomètres, dont le spectre est dominé par le tritium. Il semble difficile d'éviter le tritium dès lors que des thermomètres NTD sont employés, vu qu'il apparaît lors du bombardement neutronique; d'ailleurs la présence de tritium est constatée aussi par d'autres collaborations dans leurs propres thermomètres NTD. Nous n'observons cependant pas de tritium dans l'absorbeur, comme c'est le cas des détecteurs de CDMS pour lesquels le senseur a été relié à l'absorbeur par le biais d'un eutectique dans l'espoir d'améliorer le contact thermique [6].

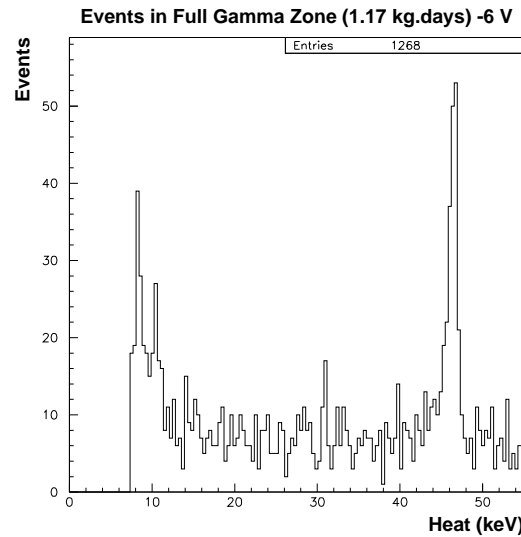


FIG. 9.14 – *Événements de la zone photons. Pour ces reculs d'électrons, la chaleur équivaut à l'énergie de recul.*

9.4.3.2 Chaînes du ^{210}Pb

Tout comme nous avons bâti des zones neutrons, nous pouvons définir une zone photons qui comprend l'essentiel des reculs d'électrons bien collectés, grâce aux étalonnages de ^{60}Co . Dans la figure 9.14, nous voyons le spectre des événements peuplant la zone photons. Le pic à 46.5 keV du ^{210}Pb apparaît toujours, alors que d'autres se distinguent un peu mieux qu'avant, vers 9 keV et 11 keV. Hormis ces pics, le spectre semble assez plat, sauf vers les basses énergies. Il s'agit sans doute soit de bruit soit de plusieurs spectres non résolus. Les pics à basse énergie pourraient correspondre à ceux du ^{68}Ge à 9.225, 9.252 et 10.26 keV [34].

Mais la seule contamination sans équivoque reste le ^{210}Pb , et elle peut fournir des renseignements supplémentaires. Le ^{210}Pb émet aussi des photons à 13.066 keV. Si ce pic ne se manifeste pas clairement, c'est sans doute que quelque chose arrête ces photons de basse énergie, et cette contamination ne provient pas de l'intérieur du bolomètre, mais plutôt de son voisinage immédiat sinon de sa surface. D'autre part, des électrons β sont émis avec les photons. Si cette contamination était dans la masse de l'absorbeur, nous devrions alors voir le spectre de ces électrons décalé de 47 keV.

9.4.3.3 Influence du blindage proche de plomb

Des données ont pu être prises au mois d'octobre avec le blindage proche de plomb archéologique en place. La voie ionisation montre que le taux total d'événements semble réduit d'un facteur deux, mais le pic du ^{210}Pb reste toujours présent. Ceci confirme que cette contamination vient du voisinage immédiat du bolomètre. Nous ne pouvons malheureusement pas conclure quand à l'effet sur les événements hors-axe, vu le refus obstiné de la voie chaleur de fonctionner dans cette configuration blindée.

9.4.3.4 Vers une solution

La première étape pour se débarrasser des événements hors-axe est d'éliminer impitoyablement les sources de contamination radioactive, en particulier à la surface du détecteur. En cela les couches minces auraient déjà l'avantage par rapport aux NTD de ne pas contenir de tritium. D'autre part, un banc de test (le LESTE, *Low Energy Threshold Scintillator*, un scintillateur NaI(Tl)) est en cours de développement pour tester la radioactivité des composants du dispositif EDELWEISS [121, 122].

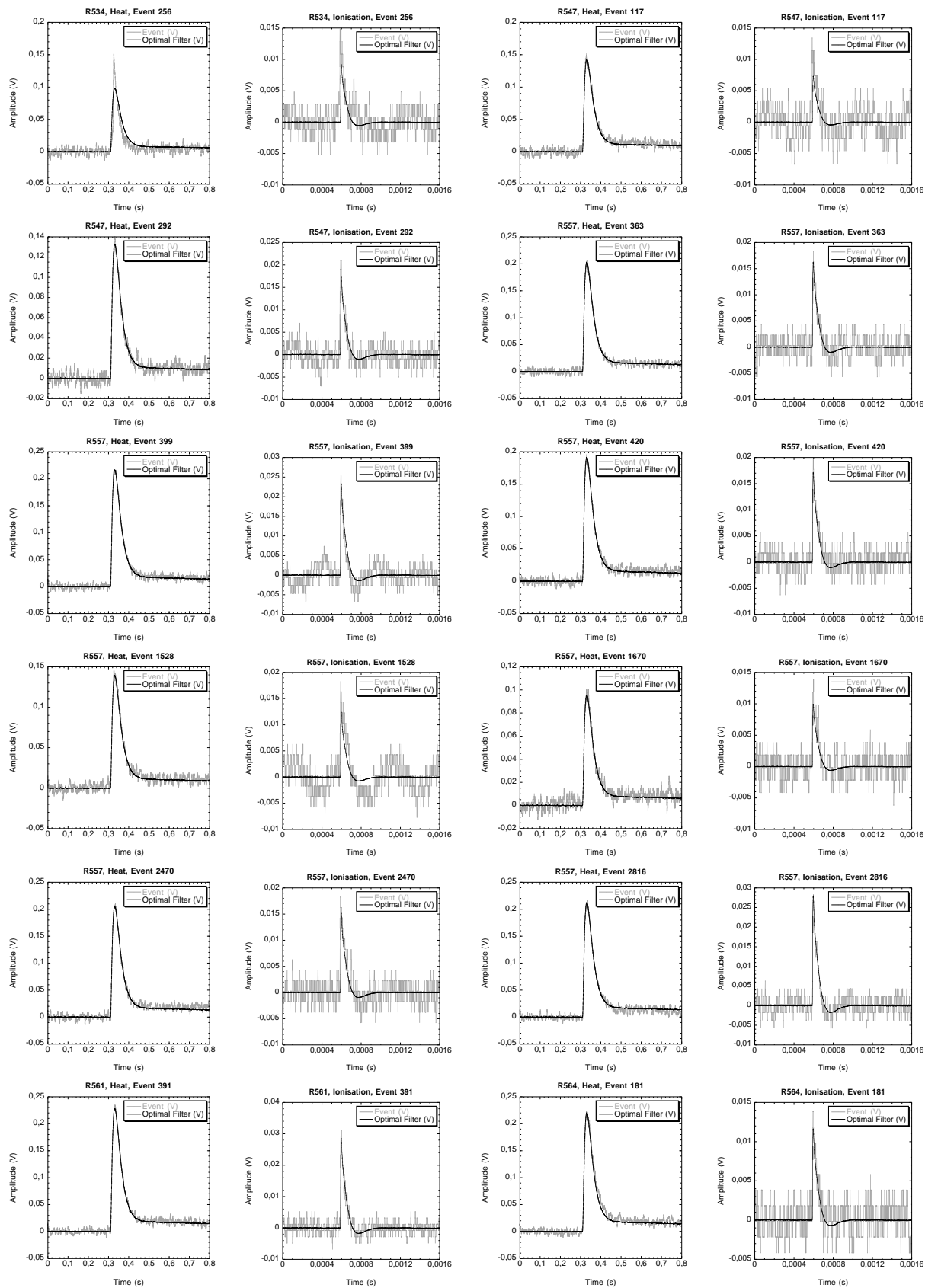
Du point de vue du détecteur lui-même, nous pouvons envisager deux axes d'amélioration : d'une part réduire la zone de mauvaise collecte pour diminuer le nombre d'événements hors-axe, de l'autre obtenir une résolution spatiale pour éliminer ceux qui subsisteraient. Pour atteindre le premier but, nous envisageons par exemple d'amincir les électrodes par des procédés d'implantation optimisés. Afin d'obtenir la résolution spatiale dans le détecteur, plusieurs approches existent. Tout d'abord, avec un appareillage suffisamment rapide, il serait envisageable de corrélérer le temps de montée de la voie ionisation à la distance de l'événement vis-à-vis des électrodes. Le groupe d'Alexandre BRONIATOWSKI fait des essais avec un cristal de germanium à 40 mK et obtient des résultats encourageants pour des alphas de 5 MeV. Cependant, il est possible que les temps caractéristiques de montée, déjà seulement de quelques centaines de nanosecondes, diminuent notablement à plus basse température [33]. Ceci compliquerait la mesure car cette dernière exigerait une bande passante assez importante, susceptible aux bruits électroniques.

La voie chaleur réserve aussi plusieurs possibilités qui reposent essentiellement sur la détection de phonons hors-équilibre, et donc encore les couches minces. Comme pour la voie ionisation, nous pourrions envisager d'étudier les temps de montée des événements athermiques. Le groupe de B. CABRERA de CDMS étudie cette technique, et semble se rapprocher d'une résolution spatiale pour des énergies supérieures à une trentaine de keV, ce qui augure bien pour les énergies plus basses [39].

Nous pourrions aussi trianguler la position de l'événement avec plusieurs senseurs. Une autre solution serait d'étudier le retard de l'événement chaleur par rapport à celui ionisation. Enfin une dernière approche, encore plus délicate à mettre en œuvre, serait d'exploiter le fait que les reculs de noyaux et ceux d'électrons créent des phonons aux spectres en fréquence différents, et d'essayer de les distinguer ainsi.

9.4.4 Événements très hors axe

Sans doute à cause de sa statistique plus importante, le jeu de données à -6 V contient une quinzaine d'événements avec un rapport ionisation sur chaleur plus faible encore que celui des neutrons. Ils paraissent normaux visuellement (figure 9.15) et aucune grandeur de l'analyse ne permet de les rejeter. Il s'agit vraisemblablement de la queue de la distribution des événements hors-axe.



(suite à la page suivante)

(suite de la page précédente)

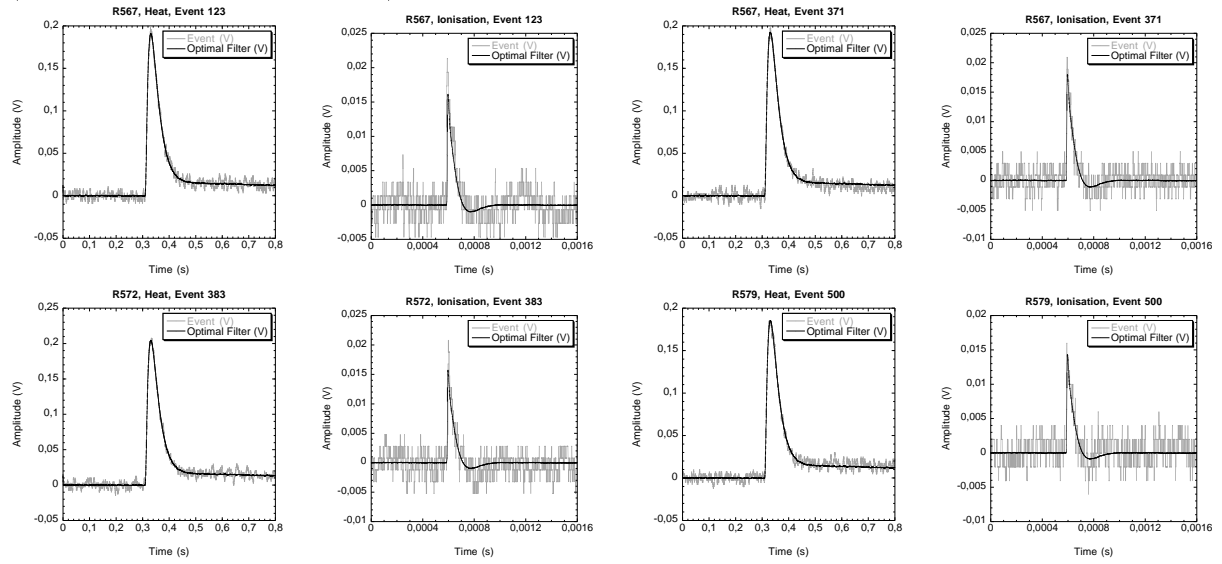


FIG. 9.15 – Événements à -6 V fortement déficients en ionisation. Le premier semble contenir à la fois un événement absorbeur et un événement thermomètre (§4.1.1).

Chapitre 10

Courbes d'exclusion

FOUL TERRITORY is that part of the playing field outside the first and third base lines extended to the fence and perpendicularly upwards.

The Official Playing Rules Committee, Official Baseball Rules[§2.00][177]

A défaut d'avoir trouvé les WIMPs eux-mêmes dans les données expérimentales, nous allons les contraindre dans le plan section efficace-masse en construisant des diagrammes d'exclusion. Dans la suite nous retiendrons que la densité locale de matière sombre vaut $0.3 \text{ GeV.c}^{-2}.\text{cm}^{-3}$ (§1.2.3).

10.1 Construction des courbes

10.1.1 Définition

Le principe est de comparer le spectre expérimental aux spectres théoriques pour l'interaction cohérente et celle dépendante du spin (§3.2.1.2). Ces spectres dépendent de deux paramètres (puisque nous avons fixé ρ_0) : la section efficace σ du WIMP sur le détecteur, à laquelle le spectre théorique est proportionnel, et la masse du WIMP, m . Ainsi, pour une masse m donnée, il y aura une section efficace limite σ_l au delà de laquelle le spectre théorique dépassera celui observé, et les sections efficaces seront exclues. L'ensemble $\sigma_l(m)$ forme la courbe d'exclusion, et délimite la zone d'exclusion, respectivement dans le cas cohérent et dans le cas spin-dépendant. Etant donnée la forme décroissante des spectres théoriques, nous nous attendons à ce que ce soit la portion basse énergie du spectre expérimental qui soit la plus contraignante; ceci d'autant plus que la masse des WIMPs est importante.

10.1.2 Normalisation

Afin de pouvoir comparer les courbes de diverses expériences entre elles et avec des modèles théoriques, nous normalisons ensuite ces courbes en les ramenant aux sections efficaces équivalentes sur un proton. Rappelons que les sections efficaces sur un noyau de numéro de masse

A s'écrit (§2.3.4) :

$$\sigma_A^{coherent} \propto A^2 \mu^2 \sigma_p^{coherent} \quad (10.1)$$

$$\sigma_A^{spin} \propto C \lambda^2 J(J+1) \mu^2 \sigma_p^{spin} \quad (10.2)$$

où $\mu = \frac{m_{noyau} m_{wimp}}{m_{noyau} + m_{wimp}} = \frac{A m_p m}{A m_p + m}$ est la masse réduite. La normalisation consiste à effectuer les transformations suivantes :

$$\sigma_p^{coherent} = \frac{\mu_p^2}{A^2 \mu^2} \sigma_A^{coherent} = \frac{1}{A^4} \left(\frac{1 + \frac{m}{A m_p}}{\frac{1}{A} + \frac{m}{A m_p}} \right)^2 \sigma_A^{coherent} \quad (10.3)$$

$$\sigma_p^{spin} = \frac{C_p \lambda_p^2 J_p(J_p+1) \mu_p^2}{C \lambda^2 J(J+1) \mu^2} \sigma_A^{spin} \quad (10.4)$$

10.2 Application aux données EDELWEISS

Nous n'envisagerons ici que les résultats en termes de sections efficaces cohérentes. En effet, le mélange isotopique naturel du détecteur EDELWEISS ne contient que 8% de noyaux à numéro atomique impair (essentiellement du ^{73}Ge [102, Index, p.2]), ce qui fournit une exposition proportionnellement faible. D'autre part, en ce qui concerne les interactions de type spin, les courbes d'exclusion obtenues en détection directe sont pour l'instant moins contraignantes que celles obtenues en détection indirecte [153].

10.2.1 Utilisation des spectres intégrés

La première façon de comparer spectres expérimental et théoriques consiste à confronter leurs valeurs intégrées sur un même intervalle d'énergie. Plus exactement, nous confrontons les valeurs intégrées des spectres théoriques à la limite supérieure (ici pour un intervalle de confiance de 90%) de la valeur intégrée du spectre expérimental. Cette limite supérieure de Poisson doit se calculer sur le nombre de coups avant d'être divisée par l'exposition.

Pour les données EDELWEISS 2V, nous construisons les courbes dans un cas de figure de seuil bas (55 evt/j/kg entre 11 keV et 60 keV) et un cas de figure de seuil haut (40 evt/j/kg entre 20 keV et 60 keV). La figure 10.1 montre qu'il y a peu de différence entre les courbes d'exclusion, sauf pour les basses masses que le seuil plus faible permet de mieux contraindre.

En ce qui concerne les données EDELWEISS 6V, la figure 10.1 montre trois courbes correspondant aux cas 38 evt/j/kg entre 12 keV et 72 keV, 34 evt/j/kg entre 20 keV et 72 keV, et 28 evt/j/kg entre 12 keV et 50 keV. Encore une fois, le seuil bas exclut mieux les basses masses; pour ce qui est de l'autre extrémité du spectre expérimental, le fait d'intégrer jusqu'à 50 keV ou 72 keV influence peu le résultat.

Notons pour conclure que nous pouvons appliquer cette méthode sur des intervalles d'énergie consécutifs du spectre de reculs. La courbe résultante est alors la valeur inférieure de celle définie pour chaque intervalle (ce qui peut entraîner l'apparition de points anguleux aux endroits de passage d'une courbe élémentaire à l'autre). Si ces intervalles deviennent assez petits, nous obtenons la méthode décrite dans la section suivante.

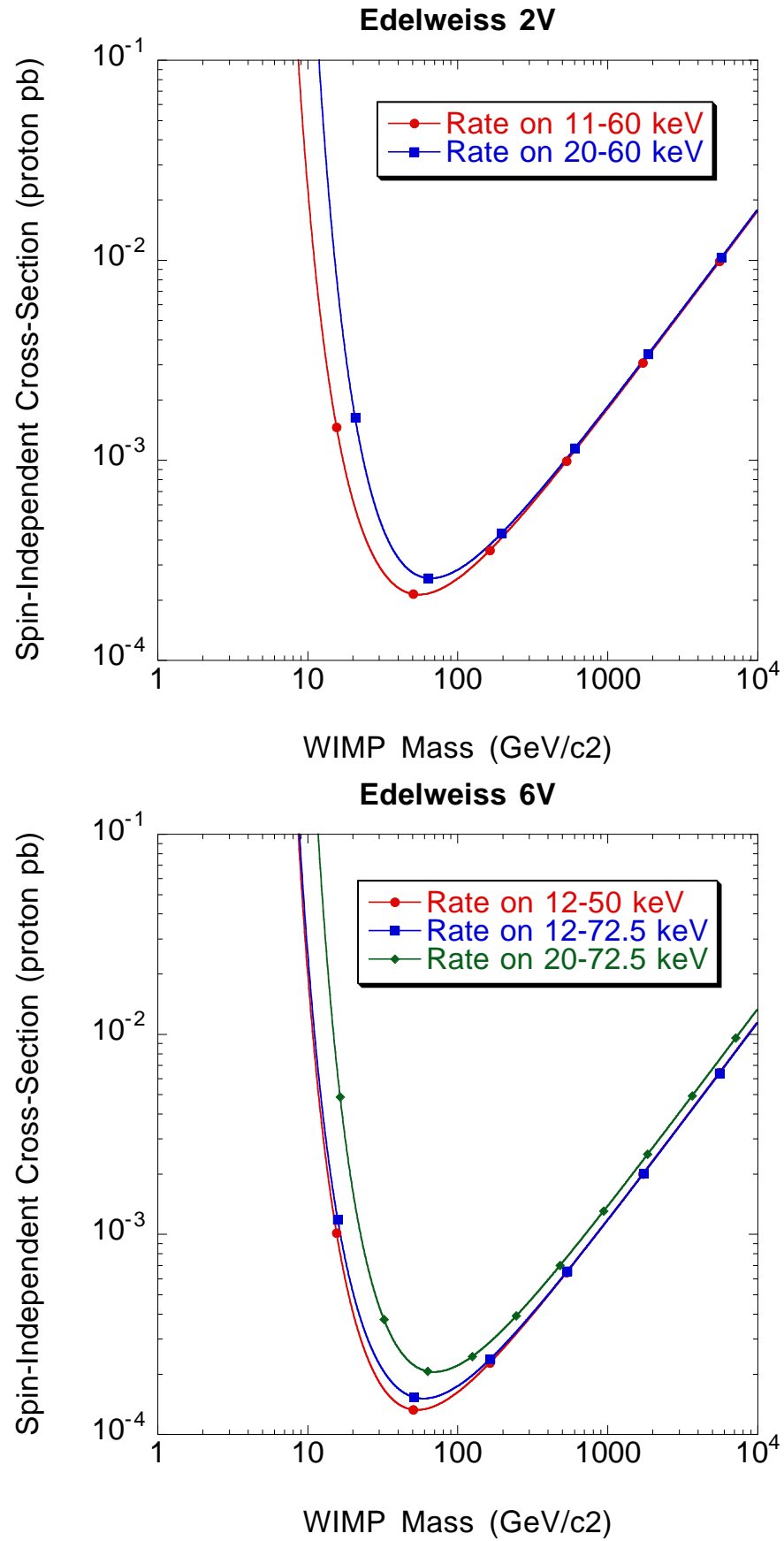


FIG. 10.1 – Courbes d'exclusion tirées des spectres intégrés EDELWEISS à 2 et 6 V.

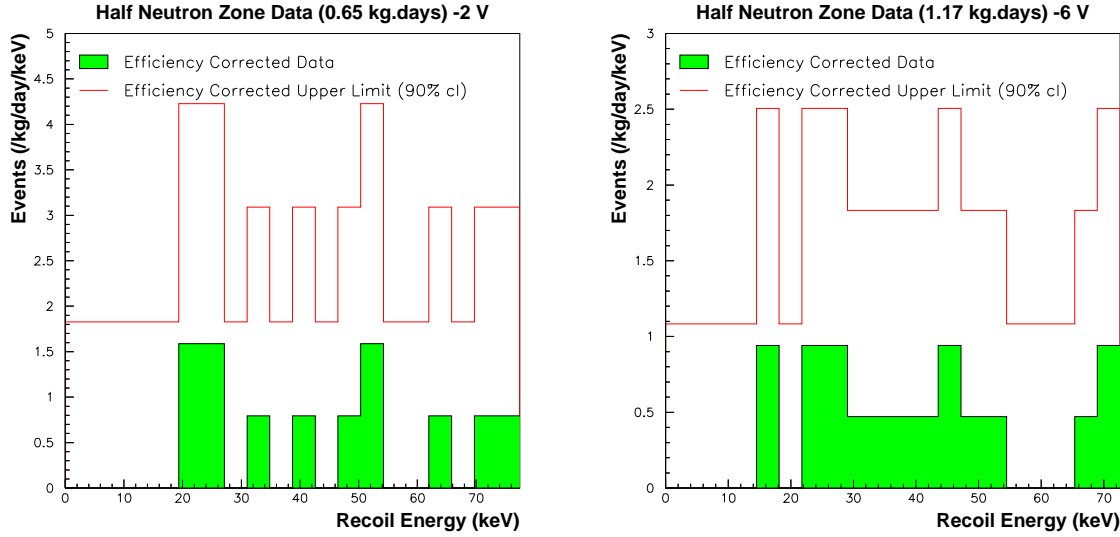


FIG. 10.2 – Exemples de spectres mal mis en histogramme. Les erreurs dominent alors le spectre.

10.2.2 Utilisation des spectres canal par canal

Si la statistique suffit, construire la courbe d'exclusion à partir du spectre expérimental sans l'intégrer permet de mieux exploiter l'information disponible, en optimisant le rapport signal sur bruit à chaque masse. La courbe d'exclusion se définit alors comme l'enveloppe de l'ensemble des sections efficaces et des masses pour lesquelles le spectre attendu reste inférieur à la limite supérieure du spectre expérimental. Prosaiquement, pour une masse donnée, à chaque canal d'énergie du spectre expérimental nous calculons la section efficace pour laquelle le spectre théorique au milieu du canal vaut la limite de Poisson du spectre expérimental. Nous retenons alors la plus faible de ses sections efficaces, et passons à la masse suivante.

Dans la figure 10.3, nous appliquons cette méthode aux données de cette thèse (figure 9.11, réparties autrement dans la figure 10.2). Abstraction faite des erreurs sur le spectre expérimental, cette méthode devrait contraindre plus que l'utilisation des spectres intégrés, puisqu'il est plus strict de stipuler qu'un spectre doit être inférieur à un autre en tout point plutôt qu'en valeur intégrée. Toutefois, du fait de la décroissance relative de l'erreur de Poisson quand la statistique croît, nous voyons des cas où le spectre intégré donne un meilleur résultat que le spectre pris canal par canal, par exemple à 6 V sur l'intervalle 20–72 keV.

Plus généralement, nous voyons que la façon de répartir les données en histogramme a une influence démesurée à cause de la faible statistique. Par exemple à 6 V, sur l'intervalle 12–72 keV, le fait de passer de cinq à vingt canaux permet de gagner à la fois aux basses masses de WIMPs, et en minimum de la courbe, car nous effectuons la comparaison en milieu de canal. Donc cette seconde méthode n'est pas adaptée aux jeux à faible statistique tels ceux de cette thèse, et nous emploierons plutôt le spectre intégré, plus robuste.

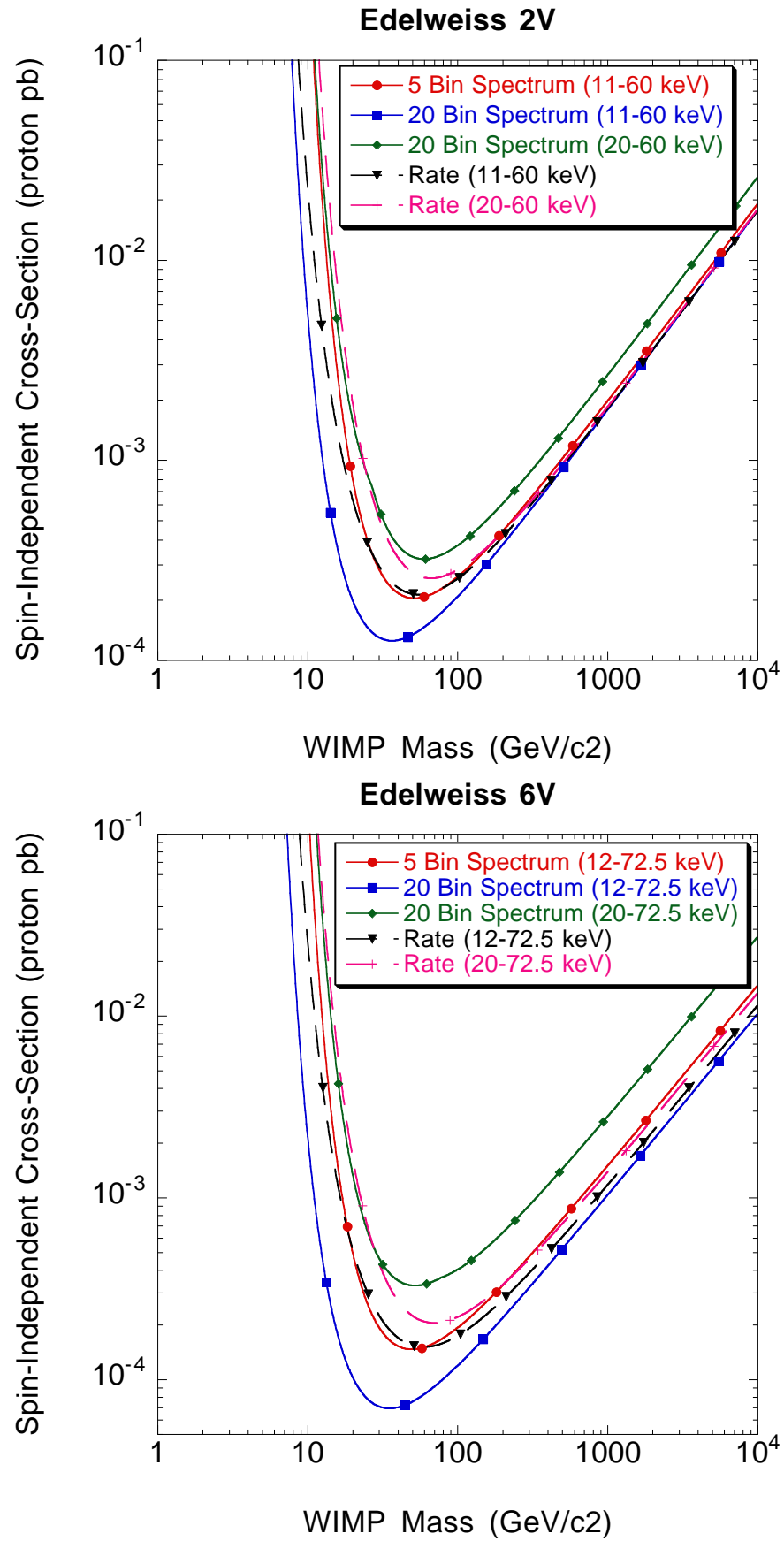


FIG. 10.3 – Diagrammes obtenus à partir des spectres à 2 et 6 V de cette thèse. Nous voyons que la statistique faible fait que la façon de répartir les données en histogramme influence nettement les résultats.

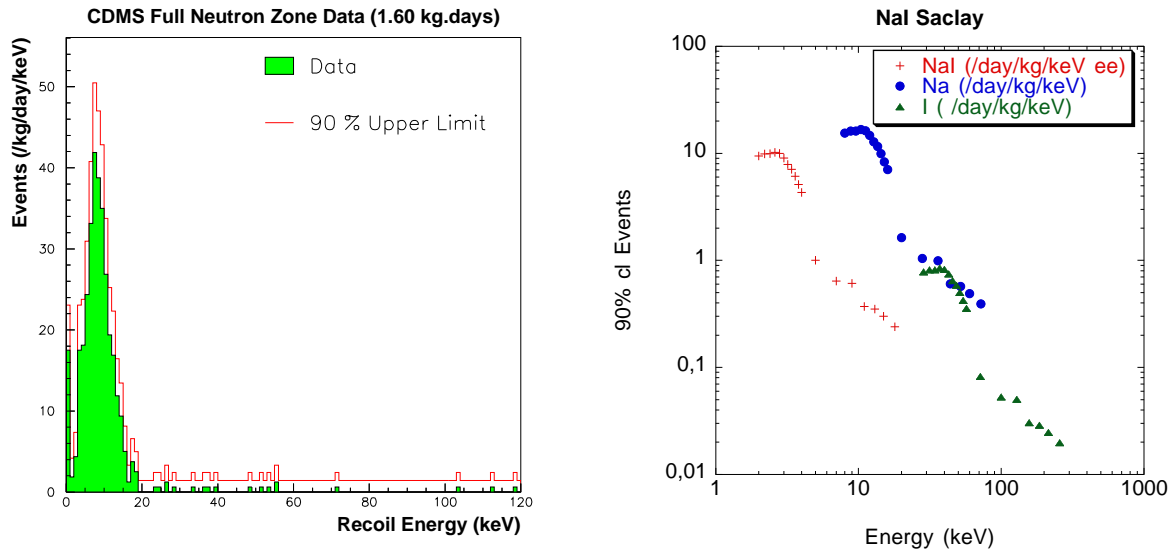


FIG. 10.4 – Spectres tirés des données fournies aimablement par les collaborations CDMS (à gauche) et NaI Saclay (à droite). Dans le premier graphique, le spectre du tritium domine jusqu'à 20 keV. Dans le second, nous montrons les contributions respectives des deux noyaux formant le NaI.

10.3 Comparaison avec d'autres expériences

Nous allons maintenant utiliser les méthodes décrites pour comparer les données d'EDELWEISS à celles que d'autres collaborations ont déjà publiées.

10.3.1 Description des jeux de données

Etant donnée la faible statistique, l'interprétation la plus solide des données EDELWEISS à 2 V et à 6 V s'obtient en construisant le diagramme d'exclusion à partir du spectre intégré. Nous retenons un seuil de 15 keV. Il correspond au seuil de 4 keV ee constaté pour les reculs d'électrons (§7.3.1), corrigé pour les reculs de noyaux par le facteur de quenching.

En outre, j'ai eu accès à trois types de données:

- les données de la zone neutrons de l'expérience CDMS, gracieusement fournies par ce groupe [76] (figure 10.4);
- les spectres des expériences NaI Saclay (à paraître sous peu [72], et proposé en avant-première par cette collaboration, figure 10.4), EDELWEISS 95 (la campagne précédente d'EDELWEISS, tiré de [48], figure 10.5) et Heidelberg-Moscou (tiré de la dernière publication [17], figure 10.5);
- les dernières courbes d'exclusion publiées par UKDMC [166] et DAMA [26] (une discussion critique de ce dernier jeux de données publié en 1996 et des techniques d'analyse se trouve dans la référence [72]).

Le tableau 10.1 récapitule les caractéristiques de ces jeux de données. Les jeux de données EDELWEISS 95, Heidelberg-Moscou et NaI Saclay, bien fournis, se prêtent à une analyse du

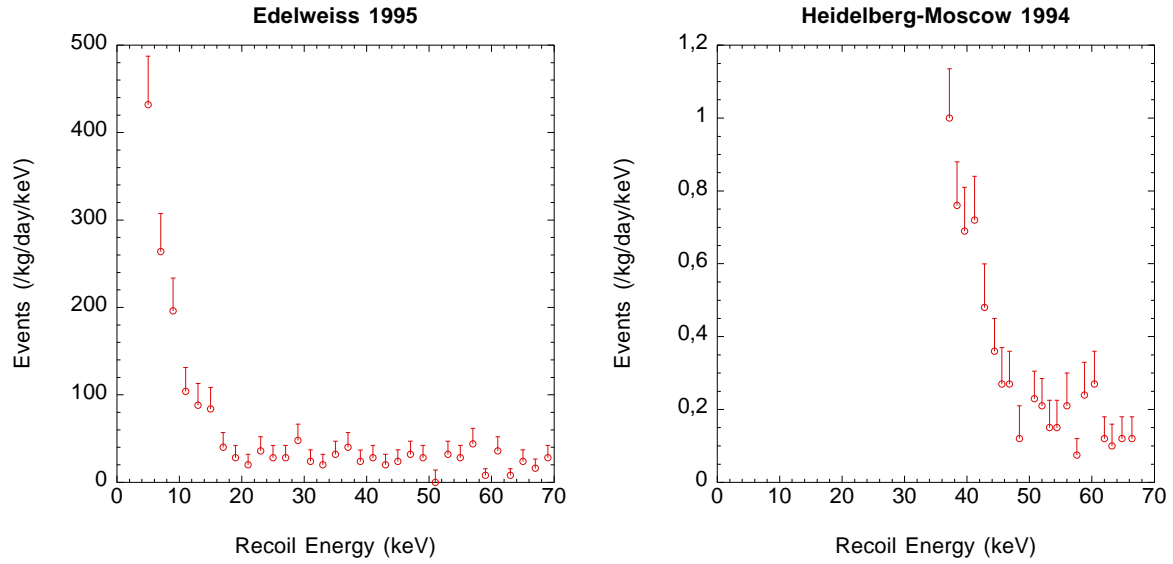


FIG. 10.5 – Spectres tirés de la littérature, à gauche pour la campagne précédente d'EDELWEISS [48], à droite pour l'expérience Heidelberg-Moscou [17]. Les barres d'erreur fournissent la limite supérieure pour un intervalle de confiance de 90%.

TAB. 10.1 – Comparaison des jeux de données de quelques expériences de détection directe. L'exposition des données ionisation-chaleur EDDELWEISS tient compte de l'acceptance de 0.5 due à la demi-zone neutrons.

Données	Détecteur	Masse (g)	Exposition (kg.j)	Source
EDDELWEISS 95	Al ₂ O ₃ chaleur	24	0.16	[48]
EDDELWEISS 2V	Ge ionisation-chaleur	70	0.32	ce texte
EDDELWEISS 6V	Ge ionisation-chaleur	70	0.585	ce texte
CDMS	Ge ionisation-chaleur	165	1.6	[76]
Heidelberg-Moscou	Ge ionisation	2750	166	[17]
NaI Saclay	NaI scintillation	9870	805	[72]
UKDMC	NaI scintillation	6000	1038	[166]
DAMA	NaI scintillation	115500	4123	[26]

spectre canal par canal. Il faut toutefois tenir compte du fait que les deux derniers spectres sont exprimés en keV ee, et nous devons donc utiliser les facteurs de quenching pertinents, ce qui est direct pour le germanium. Dans le cas du NaI, polyatomique, nous le traitons comme deux détecteurs indépendants, en Na et I respectivement, avec les masses et les expositions obtenues en tenant compte de la masse atomique de chaque élément. L'union des zones d'exclusion monoatomiques forme la zone exclue au total. Nous nous apercevons d'ailleurs que pour les interactions cohérentes, l'iode ($A = 127$) contribue bien plus que le sodium ($A = 23$).

Les données de CDMS présentent un pic important de tritium, au delà duquel les événements se font rares. De plus, elles doivent être prises avec circonspection en dessous de 20 keV car la zone neutron n'y est définie que par extrapolation [76]. Nous construirons donc la courbe d'exclusion de CDMS à partir de son spectre intégré sur 15–20 keV et sur 20–120 keV, afin que la contamination au tritium ne pénalise pas le seuil outre mesure. Du reste, le résultat ne diffère guère de celui obtenu en tenant compte du second intervalle uniquement, si ce n'est légèrement aux basses masses.

Les résultats provenant des expériences cryogéniques apparaissent dans la figure 10.6. Dans la figure 10.7, nous rajoutons aussi les courbes provenant des scintillateurs, au dépens d'EDELWEISS 95 qui sort de l'échelle.

Notons pour conclure que plusieurs de ces groupes annoncent des prédictions pour l'avenir améliorant les résultats actuels de plusieurs ordres de grandeur; d'autres, comme UKDMC [181] et DAMA [27], possèdent d'ailleurs des données préliminaires plus récentes qui amélioreraient leurs résultats, mais qui sont quelque peu controversées — surtout dans le cas des données DAMA (voir la référence [73]) — car sujettes à des effets systématiques difficiles.

10.3.2 Discussion des résultats

Des divers résultats présentés ici, quatre faits ressortent.

10.3.2.1 Amélioration par rapport au détecteur EDELWEISS précédent

Par rapport au détecteur de 24 g d' Al_2O_3 utilisé en 1995, l'expérience EDELWEISS a gagné plus de deux ordres de grandeur. Plusieurs facteurs expliquent ceci :

l'analyse Le filtrage optimal mis en œuvre dans cette thèse permet d'améliorer la séparation entre le bruit de fond et le signal par rapport à une analyse en temps, surtout aux basses énergies, ce qui fournit une petite amélioration, et permet d'exploiter au mieux le point suivant.

l'ionisation Grâce au signal ionisation, le nouveau dispositif permet de passer d'un taux brut d'environ 40 coups. $\text{kg}^{-1}.\text{j}^{-1}.\text{keV}^{-1}$ (§9.2.1) à un taux épuré voisin de 0.6 coups. $\text{kg}^{-1}.\text{j}^{-1}.\text{keV}^{-1}$ (§9.3.1.2). Cette réjection voisine de 99% permet de gagner presque deux ordres de grandeurs.

la masse nucléaire de la cible Le germanium ($A \approx 72$), plus lourd que l' Al_2O_3 ($A \approx 20$) possède une plus grande section efficace cohérente. Etant donné que cette dernière varie comme A^2 (§2.3.4), ceci a permis de gagner environ un ordre de grandeur.

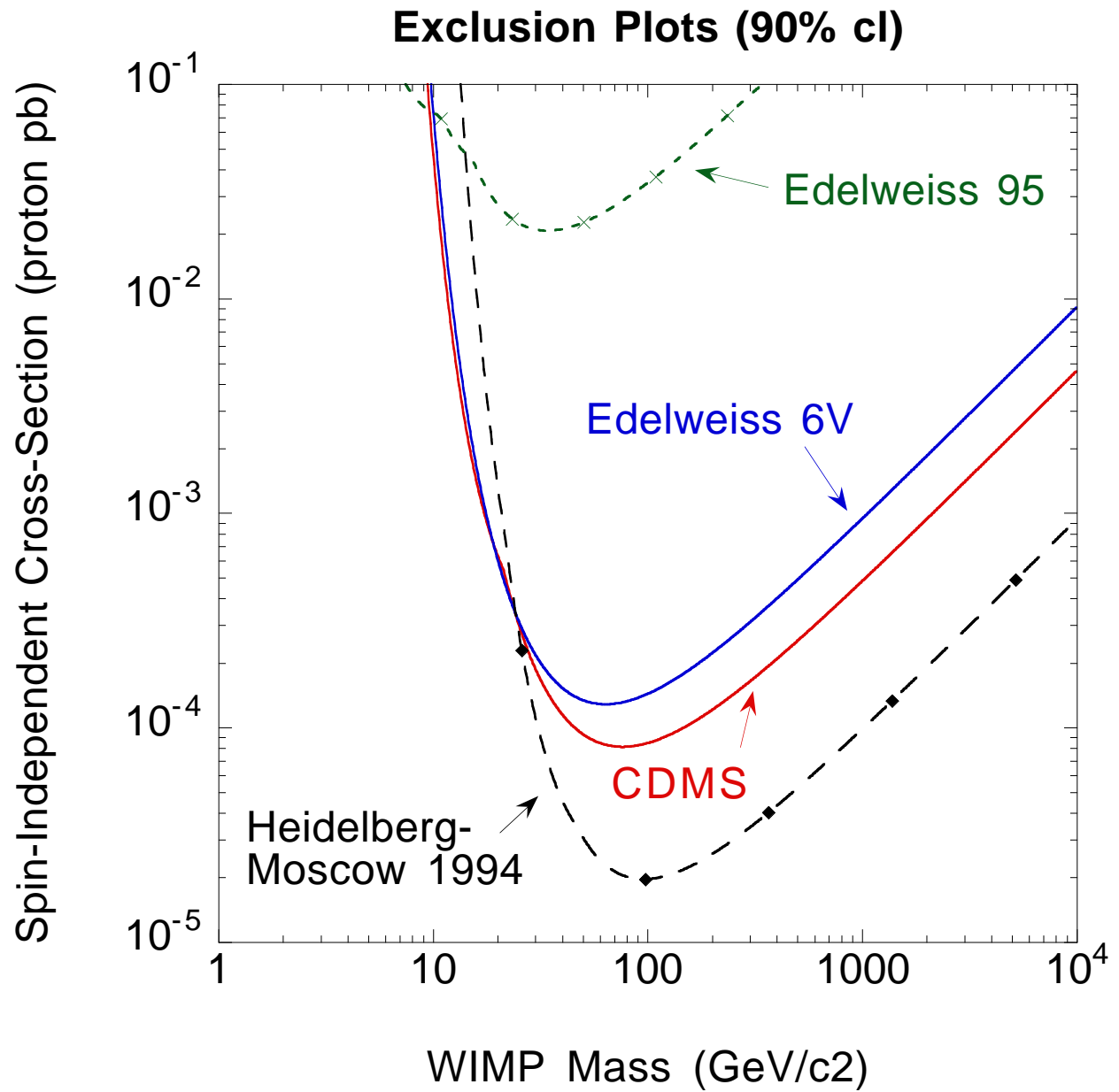


FIG. 10.6 – *Bilan des courbes d'exclusion provenant de détecteurs à moins de 100 K.*

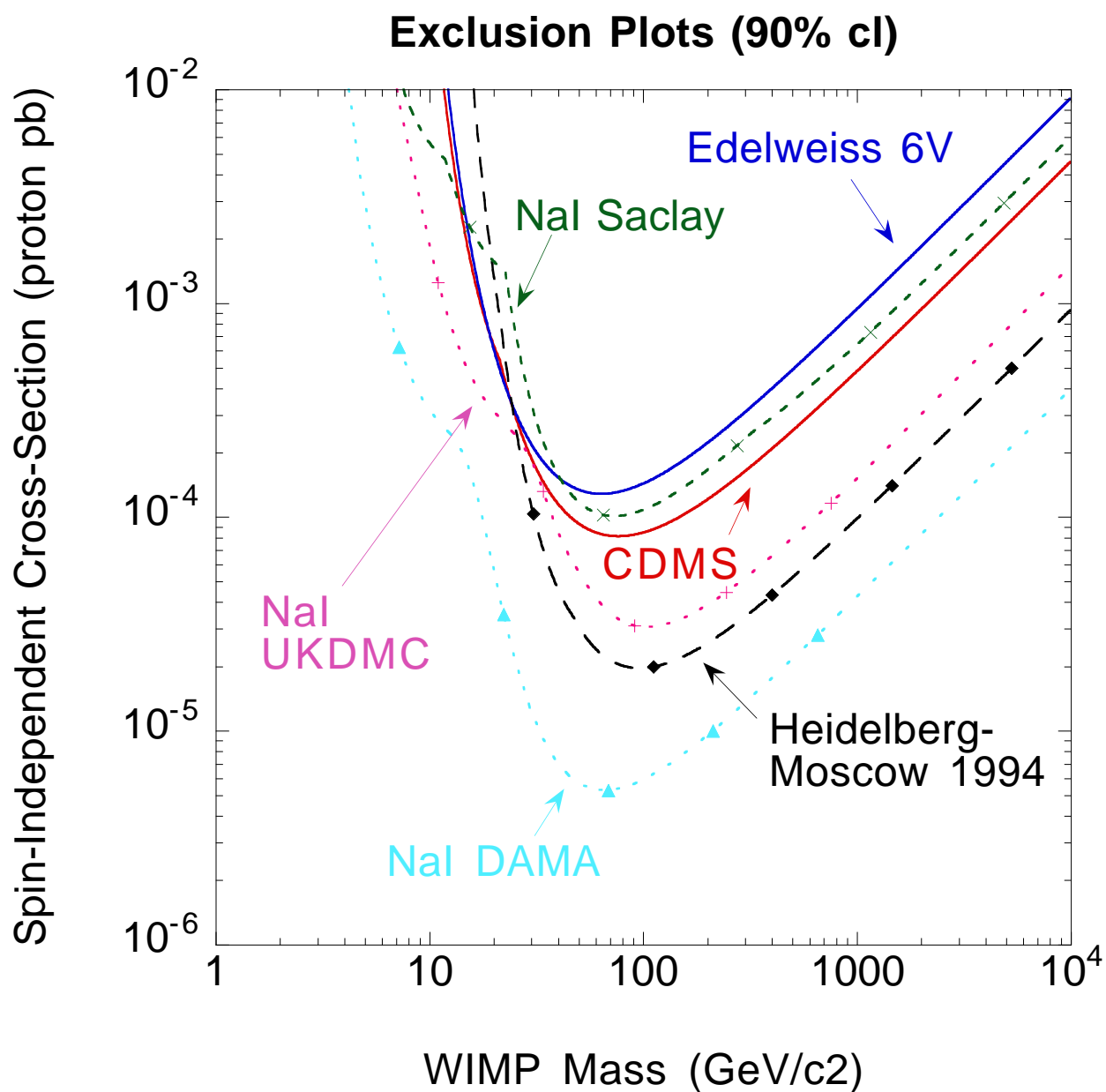


FIG. 10.7 – *Récapitulatif des diagrammes d'exclusion. Nous avons omis EDELWEISS 95 qui sortait de l'échelle.*

En revanche, aux très basses masses exclues par ailleurs, la nouvelle expérience se montre moins performante que l'ancienne. Ceci s'impute au seuil plus élevé pour les raisons suivantes :

déclenchement sur la voie ionisation Du fait du facteur de quenching inférieur à un, la voie ionisation a un seuil plus élevé que la voie chaleur.

masse du détecteur Même si nous avons déclenché sur la voie chaleur, en l'absence de détection des phonons balistiques, les signaux décroissent quand la masse augmente (§4.1), d'où un seuil plus élevé.

10.3.2.2 Résultats comparables à ceux de CDMS

Si la position relative des deux courbes d'exclusion varie quelque peu selon leur construction, il ressort néanmoins que les deux expériences se trouvent à un niveau comparable, avec un léger avantage à CDMS. Ceci s'impute à l'avance qu'ont eue les chercheurs américains du point de vue de la mise au point de leurs détecteurs, ce qui leur a permis de relativement minimiser leur problème spécifique, à savoir être en site peu profond (§3.3.2). D'ailleurs, CDMS ne devrait s'installer dans un site profond que vers l'an 2000, ce qui fournit d'ici là l'occasion à EDELWEISS d'être la seule collaboration possédant en même temps un bon site et des détecteurs hybrides ionisation-chaleur.

10.3.2.3 Situation par rapport à Heidelberg-Moscou

Les données de 1994 de Heidelberg-Moscou restent encore meilleures de près d'un ordre de grandeur. En effet, la collaboration germano-russe possède un excellent environnement bas-bruit radioactif, alors qu'EDELWEISS n'a pas encore eu le temps de peaufiner le sien au LSM. Néanmoins, grâce à leurs meilleurs seuils, les expériences EDELWEISS et CDMS dépassent déjà le détecteur ionisation classique aux basses masses. Il semble que les détecteurs cryogéniques ionisation-chaleur soient sur le point de combler leur retard, malgré des projets de détecteurs à ionisation utilisant de l'anti-coïncidence pour rejeter le bruit de fond Compton (projet GENIUS [15]). Plus généralement, les petits bolomètres à ionisation titillent les scintillateurs, beaucoup plus massifs. Bien que très performants pour l'instant, ces derniers commencent à souffrir d'effets systématiques pas encore rencontrés par les détecteurs cryogéniques. D'ailleurs, des projets ambitieux de mosaïques massives de bolomètres, comme par exemple CUORE (Cryogenic Underground Observatory for Rare Events [1]), sont à l'étude.

10.3.2.4 SUSY en vue ?

Pour conclure, si nous nous référons aux ordres de grandeurs des sections efficaces cités dans la section 2.3.4, nous voyons que les premières prédictions de la supersymétrie ne sont plus qu'à deux ordres de grandeur des détecteurs cryogéniques actuels.

Chapitre 11

Conclusion et perspectives d'EDELWEISS



R. Goscinny et A. Uderzo, Le bouclier arverne [59]

Le problème de la matière sombre reste à éclaircir, ce qui laisse des perspectives passionnantes à ceux qui la cherchent.

11.1 Des résultats compétitifs

Dans le cadre de l'expérience EDELWEISS, nous avons cherché de la matière sombre non-baryonique sous forme de WIMPs. Nous avons démontré sur des étalonnages que le nouveau détecteur ionisation-chaleur d'EDELWEISS recelait d'excellentes capacités de séparation du fond du signal: réjection du premier meilleure que 99% pour une acceptance du second de l'ordre de 95%.

Dans la campagne de prise de données qui s'ensuivit, effectuée sans grandes précautions vis-à-vis du bas-bruit radioactif, nous avons mis en évidence un problème d'événements

superficiels qui limite quelque peu ces performances. Néanmoins, depuis les résultats précédents d'EDELWEISS, nous avons gagné presque trois ordres de grandeur en sensibilité, atteignant 0.7 événements/j/kg/keV pour des énergies de recul comprises entre 20 et 60 keV. Ceci s'impute malgré tout essentiellement aux capacités de réjection du bruit de fond du détecteur, à son numéro de masse plus élevé, et dans une moindre mesure, à la technique d'analyse utilisée. Les résultats équivalent maintenant à ceux de l'expérience CDMS. Bien que prises dans un environnement radioactif moins propre, et malgré le problème des événements hors-axe qui brident encore la réjection, les données EDELWEISS approchent les limites atteintes par la collaboration Heidelberg-Moscou, et les améliorent même aux faibles masses de WIMPs. La zone de l'espace des phases prédite par la supersymétrie est maintenant en vue.

11.2 Des perspectives attrayantes

Afin d'atteindre cet objectif, des améliorations sont nécessaires. La plus pressante concerne les événements hors-axe. La première clé de ce problème sera d'éliminer toutes les sources de contaminations radioactives proches du détecteur. En particulier, le remplacement des thermomètres NTD par des couches-minces devrait permettre de s'affranchir d'une partie du bruit de fond.

Cette dernière technique détient une seconde clé du problème des événements hors-axe, en ce qu'elle permet d'envisager à terme une résolution spatiale dans le détecteur grâce à la voie chaleur. Parallèlement, une résolution spatiale à l'aide de la voie ionisation est aussi à l'étude.

La résolution du problème des événements hors-axe devrait nous permettre d'approcher les capacités de réjection du bruit de fond atteintes lors des calibrations, et de gagner quelques ordres de grandeur en sensibilité.

Afin d'explorer efficacement la région favorisée par la supersymétrie, il deviendra alors nécessaire d'employer une masse de détecteur plus grande. Dans un premier temps, la collaboration envisage de passer à des unités semblables à celle qui a servi pour cette thèse, mais pesant environ 300 g. Trois tels détecteurs pourraient tenir dans le cryostat actuel. A plus long terme, EDELWEISS prépare une étape comprenant une mosaïque de détecteurs pesant une dizaine de kilogrammes au total, et dont les infrastructures cryogéniques et d'acquisition sont en cours d'étude et de réalisation.

Annexe A

Collisions élastiques à faible énergie

A.1 Changements de référentiel

Soit un ensemble de particules ponctuelles non-relativistes A_i dans un premier référentiel; soient m_i , \mathbf{v}_i , $\mathbf{p}_i = m_i \mathbf{v}_i$ et $e_i = \mathbf{p}_i^2 / 2m_i$ leur masse, vitesse, impulsion et énergie respectives. Soit un deuxième référentiel animé d'une vitesse \mathbf{u} par rapport au premier, et dans lequel les grandeurs des particules se notent \mathbf{V}_i , \mathbf{P}_i et E_i . Alors $\mathbf{V}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{u}$ et $\mathbf{P}_i = \mathbf{p}_i - m_i \mathbf{u}$.

A.2 Cas du centre de masse

Le référentiel du centre de masse du système des particules A_i se définit comme celui où la somme des impulsions s'annule. Dans le référentiel d'origine, la vitesse du centre de masse s'exprime $\mathbf{v}_G = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_j m_j}$.

A.3 Collisions élastiques

Par définition, quel que soit le référentiel, l'énergie totale $e = \sum_i e_i$ et l'impulsion totale $\mathbf{p} = \sum_i \mathbf{p}_i$ demeurent inchangées dans de tels chocs. En notant \mathbf{p}' et e' les grandeurs après la collision, $\mathbf{p}' = \mathbf{p}$ et $e' = e$. En particulier, dans le référentiel du centre de masse, $\mathbf{P}' = \mathbf{P} = 0$.

A.4 Système de deux particules

Soit à présent un système de deux particules dont l'une se trouve au repos dans le référentiel de départ et l'autre reste non-relativiste. Soit Θ l'angle de diffusion dans le référentiel du centre de masse lors d'un choc élastique, c'est-à-dire l'angle entre les vitesses initiales et finales de chaque particule dans le centre de masse. Il s'agit bien du même angle pour les deux particules puisqu'elles restent toujours alignées avec leur centre de masse. Quelle énergie la particule incidente va-t-elle impartir à celle au repos pour un angle de diffusion dans le centre de masse donné? Dans ce cas particulier, dans le référentiel du laboratoire, $\mathbf{v}_2 = 0$. Dans le référentiel du centre de masse, pour lequel $\mathbf{v}_G = \frac{m_1 \mathbf{v}_1}{m_1 + m_2}$, les impulsions ne subissent qu'une rotation d'angle Θ : $\mathbf{P}_i' = \mathcal{R}(\Theta) \mathbf{P}_i$. En effet, la conservation de l'énergie implique que $m_2 \mathbf{P}_1'^2 + m_1 \mathbf{P}_2'^2 = m_2 \mathbf{P}_1^2 + m_1 \mathbf{P}_2^2$; et de la conservation de l'impulsion il vient que

$\mathbf{P}_1'^2 = \mathbf{P}_1'^2 = \mathbf{P}_2'^2 = \mathbf{P}_2'^2$. Donc l'impulsion fournie à la deuxième particule s'écrit $\mathbf{p}_2' = m_2 \mathbf{v}_G + \mathbf{P}_2' = m_2 \mathbf{v}_G + \mathcal{R}(\Theta) \mathbf{P}_2 = m_2 \mathbf{v}_G - \mathcal{R}(\Theta) m_2 \mathbf{v}_G$. Il s'ensuit que l'énergie cédée à cette particule vaut, dans le référentiel du laboratoire :

$$e_2' = \mathbf{p}_2'^2 / 2m_2 = m_2 (1 - \cos \Theta) \mathbf{v}_G^2 = 2e_1 (1 - \cos \Theta) \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (\text{A.1})$$

Cette relation se note souvent $e_2' = e_1 r \frac{1 - \cos \Theta}{2}$ où $r = 4 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$. Les interactions à faible énergie sont isotropes dans le centre de masse. Dans ce cas, la relation A.1 donne en moyenne :

$$\langle e_2' \rangle = \frac{e_1 r}{2} \quad (\text{A.2})$$

Remarquons que l'énergie transférée est maximale quand la masse de la particule incidente vaut celle de la cible. La moitié de l'énergie incidente passe alors à la cible.

Annexe B

Rappels de physique du solide

B.1 Capacité calorifique d'un cristal diélectrique

La capacité calorifique d'un corps quelconque est la somme de différentes contributions (électronique, spin ...). Dans le cas d'un cristal diélectrique pur, la contribution principale provient des phonons. Un raisonnement, analogue au calcul du spectre du corps noir, et tenant compte du fait que les degrés de liberté des phonons sont limités à $3N$, fournit à l'équilibre thermique la formule générale pour la capacité calorifique c_v d'un tel cristal à N atomes [96]:

$$c_v = Nk \left\{ 36 \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{u^3}{e^u - 1} du - 9 \frac{\frac{\Theta_D}{T}}{e^{\frac{\Theta_D}{T}} - 1} \right\} \quad (\text{B.1})$$

où la température de Debye est définie par $\Theta_D = E_D/k$ et l'énergie de coupure est : $E_D = hc \left(\frac{9N}{4\pi gV} \right)^{1/3}$.

La loi B.1 est particulièrement bien suivie aux basses températures où elle se réduit à :

$$c_v \stackrel{T/\Theta_D \rightarrow 0}{\approx} \frac{12}{5} \pi^4 Nk \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (\text{B.2})$$

Un ordre de grandeur grossier de cette formule est : $c_v/V \approx 12/5 \pi^4 k \rho / (Am_n) (T/\Theta_D)^3 \approx 10^{19} (T/\Theta_D)^3 \text{ keV.K}^{-1}.\text{cm}^{-3}$.

B.2 Application à un cristal de germanium

Dans le cas du germanium, dont la température de Debye est de 374 K [96], la formule B.2 devient:

$$C = 1944 \frac{m}{70 \text{ g}} \left(\frac{T}{374 \text{ K}} \right)^3 \quad (\text{B.3})$$

Ceci fournit les ordres de grandeur approximatifs du tableau B.1.

TAB. B.1 – *Quelques élévations de température pour un dépôt d'énergie de 2 keV dans 70 g de germanium.*

T (K)	10^{-3}	10^{-2}	20.10^{-2}	10^{-1}
C (J/K)	3.7×10^{-14}	3.7×10^{-11}	3×10^{-10}	3.7×10^{-8}
ΔT (K)	8.6×10^{-3}	8.6×10^{-6}	1.1×10^{-6}	8.6×10^{-9}
$\Delta T/T$	8.6	8.6×10^{-4}	5.4×10^{-5}	8.6×10^{-8}

Annexe C

Eléments de modélisation thermique des bolomètres EDELWEISS

L'étude de la morphologie des événements du bolomètre (§4.1.1) nous oblige à abandonner l'hypothèse du bolomètre thermiquement monolithique, et tenir compte tout d'abord de la distinction entre absorbeur et thermomètre. Ceci pourra justifier le temps de montée du second type d'événement, et son premier temps de décroissance. Mais pour justifier la seconde décroissance, il faudra invoquer une composante thermique supplémentaire, que nous appellerons parasite.

C.1 Revue du montage EDELWEISS

Avant de proposer des modèles thermiques, considérons le montage réel. Dans le montage EDELWEISS typique, schématisé figure 4.4, l'absorbeur consiste en un cristal de germanium de 70 g. Le thermomètre, de type NTD, décrit dans la section 4.1.2.1, est collé à l'absorbeur par de la colle Epotek, électriquement conductrice. Cette même colle relie l'autre face du thermomètre à des fils en cuivre assurant la liaison thermique du dispositif avec le cryostat. Des fils en aluminium permettent la lecture de la charge du bolomètre ainsi que du thermomètre.

C.1.1 Capacités calorifiques

Evaluons tout d'abord les capacités calorifiques, sachant que la température d'opération fournie par l'étude du thermomètre (§4.1.2.1) vaut 18 mK:

fils d'aluminium Aux températures envisagées, l'aluminium est supraconducteur. Les paires de Cooper conduisent très mal la chaleur; la conductance thermique, due essentiellement aux phonons, est suffisamment faible pour être négligée. La chaleur spécifique est négligeable.

absorbeur Il s'agit de 70 g de germanium, cristal diélectrique pur. Les phonons dominent la capacité calorifique qui varie comme $1944 \frac{m}{70 \text{ g}} \left(\frac{T}{374 \text{ K}} \right)^3$ [96, §5]; elle vaut donc $C_a \approx 2.2 \times 10^{-10} \text{ J/K}$.

thermomètre En supposant que les électrons dominent sa capacité calorifique, cette dernière prend la forme $C_t \approx \gamma_e T V$. Connaissant le volume du NTD ($V \approx 2 \text{ mm}^3$), sa température

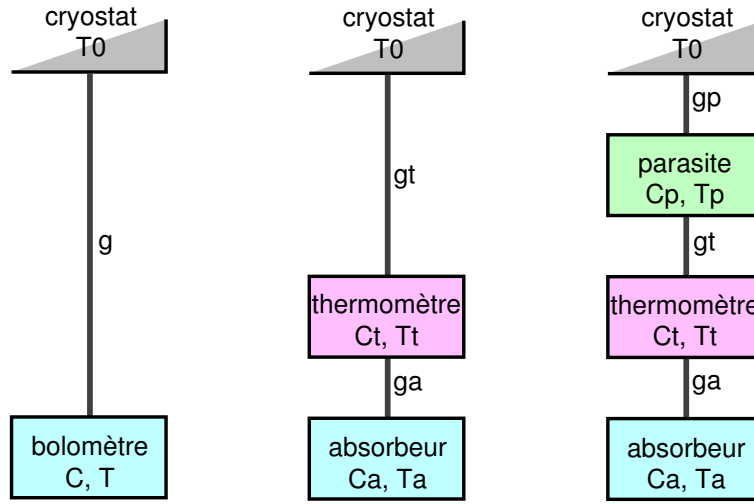


FIG. C.1 – *Modélisations du bolomètre. De gauche à droite : le bolomètre monolithique isotherme, bolomètre composite, et modèle ad hoc.*

($T \approx 18$ mK), et en prenant une valeur typique pour la chaleur spécifique électronique, $\gamma_e \approx 10^{-6}$ J/K/cm³, nous obtenons $C_t \approx 4 \times 10^{-11}$ J/K.

fils de cuivre Les électrons régissent la capacité calorifique du cuivre, conducteur à ces températures. Sa chaleur spécifique vaut $\gamma_e \approx 0.1$ mJ.K⁻².cm⁻³. Or nous estimons que les fils, de longueur totale 3 cm pour un rayon de 25 μ m, représentent un volume de 6×10^{-5} cm³, ce qui fournit une capacité calorifique de $C \approx 6 \times 10^{-11}$ J/K.

colles La colle employée, de l'Epotek, conduit l'électricité. La présence d'états métastables complique l'évaluation de sa capacité calorifique, qui reste mal connue.

Il faudrait aussi tenir compte des diverses couches implantées ou évaporées sur le détecteur, mais nous voyons qu'il y a déjà trois quantités du même ordre de grandeur.

C.1.2 Conductances thermiques

L'étude des conductances thermiques s'avère ardue elle aussi. L'interface entre les fils de cuivre et les contacts pourrait être de type Kapitza [35], ce qui fournirait une conductance $g \approx 10^{-7}$ J/s/K. Avec les capacités calorifiques déjà évaluées, ceci fournit un temps caractéristique $\tau = C/g \approx 20$ ms, prometteur car voisin de celles observées sur les événements.

C.2 Modèle à deux capacités

Sachant ceci, essayons de modéliser la thermique du bolomètre. Nous allons faire l'hypothèse que $\tau_0 = \tau_1$. De plus, nous supposons que capacités calorifiques et conductance ne varient pas avec la température autour de leur valeur à l'équilibre.

Commençons par voir si un modèle simple à deux capacités suffit à expliquer les événements-thermomètre et les temps rapides des événements absorbeur. Soit l'absorbeur de capacité calorifique C_a et de température T_a , en contact thermique par une conductance g_a

avec une thermorésistance caractérisée par C_t et T_t . Cette résistance dépendante de la température permet le suivi de la température du système, et se trouve en contact thermique à travers une conductance g_t avec le cryostat, de température isotherme T_0 et de capacité calorifique très grande (se référer à la figure C.1).

Initialement, bolomètre et thermistance se trouvent à l'équilibre thermique avec le cryostat à T_0 . A l'instant initial, une particule diffuse quelque part dans le bolomètre, cédant une quantité de chaleur E . Les températures du bolomètre et du thermomètre varient comme :

$$\begin{cases} C_t \dot{T}_t &= -g_a(T_t - T_a) - g_t(T_t - T_0) \\ C_a \dot{T}_a &= -g_a(T_a - T_t) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

En notant ΔT_a et ΔT_t les écarts respectifs du bolomètre et du thermomètre par rapport à T_0 , le système se réécrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\Delta T}_a \\ \dot{\Delta T}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{g_a}{C_a} & \frac{g_a}{C_a} \\ \frac{g_a}{C_t} & -\frac{g_a + g_t}{C_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T_a \\ \Delta T_t \end{pmatrix}$$

Le déterminant de cette matrice vaut $\frac{g_a g_t}{C_t C_a} > 0$. Sa non nullité implique que les différences de températures varieront comme des combinaisons linéaires d'exponentielles des deux valeurs propres λ_1 et λ_2 de la matrice. La positivité du déterminant, lui même produit des deux valeurs propres, entraîne que celles-ci partagent le même signe. Enfin le fait que la trace de la matrice — somme de ses deux valeurs propres — soit négative, impose donc que ce signe commun des valeurs propres soit lui aussi négatif.

Plus précisément, trace et déterminant de la matrice s'expriment en fonction des valeurs propres $\lambda_1 < \lambda_2$:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 &= -\left(\frac{g_a + g_t}{C_t} + \frac{g_a}{C_a}\right) < 0 \\ \lambda_1 \lambda_2 &= \frac{g_a g_t}{C_t C_a} > 0 \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

ce qui fournit les inverses des constantes de temps $\tau_1 < \tau_2$:

$$\begin{aligned} 1/\tau_1 = -\lambda_1 &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{g_a}{C_a} + \frac{g_a + g_t}{C_t} \right) + \sqrt{\left(\frac{g_a}{C_a} + \frac{g_a + g_t}{C_t} \right)^2 - 4 \frac{g_a g_t}{C_a C_t}} \right\} > 0 \\ 1/\tau_2 = -\lambda_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{g_a}{C_a} + \frac{g_a + g_t}{C_t} \right) - \sqrt{\left(\frac{g_a}{C_a} + \frac{g_a + g_t}{C_t} \right)^2 - 4 \frac{g_a g_t}{C_a C_t}} \right\} > 0 \end{aligned}$$

Considérons les événements déposant une énergie E dans l'absorbeur. La nullité initiale de ΔT_t implique que cette différence de températures est proportionnelle à la différence des exponentielles des valeurs propres. Une analyse dimensionnelle rapide montre que le facteur de proportionnalité en question se décompose en E/C_a et un terme adimensionné dépendant des constantes thermiques du dispositif, $f(g_t/g_a, C_t/C_a)$:

$$\forall t > 0, T_t(t) - T_0 = \frac{E}{C_a} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) f(g_t/g_a, C_t/C_a) \quad (\text{C.3})$$

Considérons à leur tour les événements déposant une énergie E dans le thermomètre. Un raisonnement analogue au précédent montre qu'il existe une fonction adimensionnée $g(g_t/g_a, C_t/C_a)$ telle que :

$$\forall t > 0, T_t(t) - T_0 = \frac{E}{C_t} ((1 - g)e^{-t/\tau_1} + g e^{-t/\tau_2}) \quad (\text{C.4})$$

L'équation C.3 montre donc que dans ce modèle simple, les impulsions ayant lieu dans l'absorbeur possèdent toutes la même forme caractérisée par les grandeurs thermiques du montage, et ne diffèrent que par un facteur d'homothétie proportionnel à l'énergie déposée par la particule. Une fois le terme d'équilibre T_0 retranché, les impulsions ne dépendent pas de la température du cryostat. Le terme d'équilibre T_0 s'appelle ligne de base des impulsions. La formule C.4 montre que ces remarques tiennent aussi pour les événements ayant lieu dans le thermomètre lui-même.

Un calcul explicite fournit :

$$f = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \frac{g_a}{C_t} \quad (\text{C.5})$$

$$g = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{g_a}{C_a} \right) \quad (\text{C.6})$$

Remarquons que f est négatif. Considérons maintenant le rapport des maxima respectifs de ces deux types d'événements. Dans le cas des événements-thermomètre, le maximum est l'élévation de température initiale, valant $\frac{E}{C_t}$. En revanche pour les événements-absorbeur, le maximum, atteint à l'instant $\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1}$, vaut $\frac{E}{C_a} f \left[\left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-\frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-\frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1}} \right]$. Le rapport ρ du maximum des événements-absorbeur sur celui des événements-thermomètre vaut donc :

$$\rho = \frac{g_a}{C_a} \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \left[\left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-\frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-\frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1}} \right] \quad (\text{C.7})$$

Mettons maintenant ce modèle à l'épreuve sur les constantes de temps courtes des événements. Nous voulons que g soit petit devant un et que τ_1 et τ_2 soient du même ordre de grandeur. Notons tout de suite que la première condition implique que $1 - g$ est positif contrairement à f , donc le temps de descente des événements-thermomètre devient bien le temps de montée des événements-absorbeur. D'autre part, compte-tenu de la similarité observée entre τ_1 et τ_2 , la petitesse de g ne se réalise que si $\tau_2 \approx \frac{C_a}{g_a}$, selon la formule C.6. D'après la définition de cette constante de temps, cette condition n'est réalisée que si $\frac{g_t}{g_a} \gg 1$; ceci entraîne à son tour que $\tau_2 \approx \frac{C_t}{g_t}$. Compte tenu de l'approximation faite sur τ_2 , le rapport ρ du maximum des événements-absorbeur sur celui des événements-thermomètre vaut :

$$\rho \approx \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left[\left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-\frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^{-\frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1}} \right] \quad (\text{C.8})$$

Dans ce cas, étant donnée les valeurs observées des constantes de temps, ce modèle prédit que $\rho \approx 0.28$. Bien que nous disposons de peu d'information, ce résultat n'est pas absurde étant donné des déterminations des échelles d'énergies que nous pouvons faire pour les événements-absorbeur, via la calibration ^{57}Co , et pour les événements-thermomètres, via la contamination de tritium 4.5. Enfin, la condition $g_t \gg g_a$ implique que $C_t \gg C_a$ pour que les constantes de temps restent du même ordre de grandeur. Cette dernière condition semble contredire le peu que nous savons des capacités calorifiques.

C.3 Modèle à trois capacités

Afin de justifier la troisième constante de temps, considérons le modèle thermique suivant (figure C.1): l'absorbeur, de capacité calorifique C_a et de température T_a , est relié par une

conductance thermique g_a au thermomètre. Ce dernier, caractérisé par C_t et T_t , est relié lui même par une conductance g_t à la capacité parasite C_p et T_p . Une conductance g_p relie cette dernière au cryostat de température constante T_0 . Le choix de ce système parmi la combinatoire d'autres systèmes à trois capacités calorifiques se justifie par le fait que nous soupçonnons que le thermomètre et sa thermalisation possèdent des capacités calorifiques comparables. En supposant chaque composante indépendamment à l'équilibre, les équations thermiques de ce système peuvent s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{T}_a \\ \Delta \dot{T}_t \\ \Delta \dot{T}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{g_a}{C_a} & \frac{g_a}{C_a} & 0 \\ \frac{g_a}{C_t} & -\frac{g_a+g_t}{C_t} & \frac{g_t}{C_t} \\ 0 & \frac{g_t}{C_p} & -\frac{g_t+g_p}{C_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T_a \\ \Delta T_t \\ \Delta T_p \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

La matrice comprend en fait cinq coefficients indépendants de type g/C correspondant aux trois couplages, dont ceux du parasite et du thermomètre sont doubles, et celui de l'absorbeur est simple. Cette remarque simplifie le calcul du déterminant, qui vaut $-\frac{g_a}{C_a} \frac{g_t}{C_t} \frac{g_p}{C_p} < 0$. Sa non nullité implique que les différences de températures varieront comme des combinaisons linéaires d'exponentielles des trois valeurs propres λ_1 , λ_2 et λ_3 de la matrice. Le signe du déterminant, lui même produit des valeurs propres, entraîne que soit l'une de celles-ci est négative, soit les trois le sont. Enfin le fait que la trace de la matrice soit négative, impose que la somme de ses valeurs propres soit elle aussi négative.

S'il est peut-être possible de résoudre intégralement ce système, il ne se prête guère à des simplifications en facilitant la compréhension, étant donné le nombre de capacités calorifiques voisines. Du reste, dans les différentes simplifications tentées, aucune ne permet d'expliquer pourquoi le temps de décroissance long des événements-absorbeurs ne figure pas dans les événements-thermomètres.

En définitive, nous n'avons hélas pas pu aboutir à une modélisation complètement satisfaisante du dispositif. Il faudrait sans doute considérer des modèles compliqués, avec des découplages entre les phonons et les électrons du thermomètre, voire d'autres fuites thermiques. Parmi les modèles maintenant envisagés par la collaboration, il y en a par exemple à cinq bains.

Annexe D

Rappels sur les transformées de Fourier

Rappelons quelques résultats sur les fonctions de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$.

D.1 Transformée de Fourier

La transformée de Fourier d'une fonction scalaire $g : t \rightarrow g(t)$ est définie par :

$$\tilde{g} : \omega \rightarrow \tilde{g}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (\text{D.1})$$

La transformée inverse d'une fonction g est la fonction \hat{g} :

$$\hat{g} : t \rightarrow \hat{g}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\omega) e^{+i\omega t} d\omega. \quad (\text{D.2})$$

La transformée inverse de la fonction \tilde{g} est la fonction de départ : $\hat{\hat{g}} = g$. Soit alors x^* la quantité conjuguée d'une quantité x quelconque. Il découle tout de suite que pour u, v et pour une fonction f données, les transformées des fonctions $h : t \rightarrow h(t) = f(t + v)$ et $g : t \rightarrow g(t) = f(u - t)$ sont respectivement :

$$\tilde{h} : \omega \rightarrow \tilde{h}(\omega) = e^{-i\omega v} \tilde{f}(\omega); \quad (\text{D.3})$$

$$\tilde{g} : \omega \rightarrow \tilde{g}(\omega) = e^{-i\omega u} \tilde{f}(\omega)^*. \quad (\text{D.4})$$

La transformée d'une fonction réelle et paire est une fonction réelle :

$$\forall t, g(t) = g(-t) \Rightarrow \tilde{g}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cos(\omega t) dt. \quad (\text{D.5})$$

La transformée de la conjuguée d'une fonction g est :

$$\tilde{\tilde{g}}^* : \omega \rightarrow \tilde{\tilde{g}}^*(\omega) = \tilde{g}^*(-\omega). \quad (\text{D.6})$$

La fonction de corrélation de deux fonctions f et g se définit comme étant la fonction :

$$\rho_{fg} : x \rightarrow \rho_{fg}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(u - x) g(u) du; \quad (\text{D.7})$$

la fonction d'autocorrélation est définie par :

$$\rho_f : x \longrightarrow \rho_f(x) = \rho_{ff}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(u-x)f(u)du. \quad (\text{D.8})$$

La convolution de deux fonctions f et g est la fonction :

$$f \otimes g : x \longrightarrow f \otimes g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)g(x-u)du. \quad (\text{D.9})$$

En particulier pour une fonction réelle et paire f , $\rho_f = f \otimes f$. On montre d'autre part que la transformée de Fourier d'un produit de fonctions est la convolution de leurs transformées respectives et réciproquement :

$$\begin{aligned} \widetilde{fg} &: \omega \longrightarrow \widetilde{fg}(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{f} \otimes \tilde{g}(\omega) \\ \widehat{f \otimes g} &: t \longrightarrow \widehat{f \otimes g}(t) &= \sqrt{2\pi} \hat{f}(t) \hat{g}(t). \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

On définit [55] ensuite la densité spectrale d'énergie d'une fonction f par :

$$\|\tilde{f}(\omega)\|^2 = \tilde{f}(\omega)\tilde{f}(\omega)^*. \quad (\text{D.11})$$

On démontre enfin la formule dite de Parseval. Le produit scalaire canonique pour les fonctions de carré sommable s'écrit :

$$\langle f | g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g^*(t)dt \quad (\text{D.12})$$

$$\langle \tilde{f} | \tilde{g} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\omega)\tilde{g}^*(\omega)d\omega \quad (\text{D.13})$$

L'inversion des ordres d'intégration fait apparaître que la transformée de Fourier conserve le produit scalaire en général, et la norme en particulier :

$$\langle f | g \rangle = \langle \tilde{f} | \tilde{g} \rangle \quad (\text{D.14})$$

Elle entraîne que la densité spectrale d'énergie est proportionnelle à la transformée du signal d'autocorrélation :

$$\rho_f(t) = \sqrt{2\pi} \widetilde{f f^*}(t). \quad (\text{D.15})$$

D.2 Transformée de Fourier discrète

Les fonctions considérées jusqu'ici ont implicitement été considérées comme plus ou moins régulières. En pratique, les signaux à étudier sont échantillonnés, d'où le besoin d'une transformée de Fourier discrète. Elle s'introduit naturellement [55] en remplaçant une fonction f par le produit de cette dernière et d'une somme de distributions de Dirac centrées aux instants d'échantillonnage. Les intégrales se transforment alors en sommes. Plus exactement, supposons que l'échantillonnage ait été réalisé à $n+1$ instants t_0, \dots, t_n équidistants sur une fenêtre de durée T :

$$t_0 = 0; t_n = T; t_i = i\Delta t = iT/n. \quad (\text{D.16})$$

Dans l'espace des pulsations on échantillonne aussi sur $n + 1$ valeurs $\omega_0, \dots, \omega_n$ telles que :

$$\omega_i = i\Delta\omega = i \frac{2\pi}{n\Delta t} \quad (\text{D.17})$$

En remplaçant alors la fonction g du paragraphe D.1 par la fonction :

$$t \longrightarrow \Delta t \sqrt{2\pi} \sum_{k=0}^{n-1} g(t) \delta(t - t_k), \quad (\text{D.18})$$

on obtient alors la définition de la transformée de Fourier discrète :

$$\tilde{g} : \omega_j \longrightarrow \tilde{g}(\omega_j) = \frac{\Delta t}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^{n-1} g(t_k) e^{-i\omega_j t_k} = \frac{\Delta t}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^{n-1} g(t_k) e^{-i2\pi \frac{jk}{n}}. \quad (\text{D.19})$$

De façon analogue, la transformée discrète inverse se définit par :

$$\hat{g} : t_j \longrightarrow \hat{g}(t_j) = \frac{\Delta\omega}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^{n-1} \tilde{g}(\omega_k) e^{i\omega_k t_j} = \frac{\Delta\omega}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^{n-1} \tilde{g}(\omega_k) e^{i2\pi \frac{jk}{n}}. \quad (\text{D.20})$$

Comme en dans la section D.1 :

$$\tilde{g}^*(\omega) = \tilde{g}^*(-\omega); \quad (\text{D.21})$$

$$\hat{g}^*(t) = \hat{g}^*(-t). \quad (\text{D.22})$$

Le produit de convolution peut être défini comme :

$$f \otimes g(t_i) = \sum_{l=0}^{n-1} f(t_l) g(t_i - t_l); \quad (\text{D.23})$$

$$\tilde{f} \otimes \tilde{g}(\omega_i) = \sum_{l=0}^{n-1} \tilde{f}(\omega_l) \tilde{g}(\omega_i - \omega_l). \quad (\text{D.24})$$

On montre que :

$$\tilde{f} \otimes \tilde{g} = n \frac{\Delta t}{\sqrt{2\pi}} \widetilde{f g}; \quad (\text{D.25})$$

$$\widetilde{f \otimes g} = n \frac{\Delta\omega}{\sqrt{2\pi}} \tilde{f} \tilde{g}. \quad (\text{D.26})$$

De façon analogue au cas continu, les produits scalaires canoniques s'écrivent :

$$\langle f | g \rangle = \Delta t \sum_{k=0}^{n-1} f_k g_k^* \quad (\text{D.27})$$

$$\langle \tilde{f} | \tilde{g} \rangle = \Delta\omega \sum_{k=0}^{n-1} \tilde{f}_k \tilde{g}_k^* \quad (\text{D.28})$$

Avec ces définitions, la relation de Parseval se réécrit identiquement au cas continu :

$$\langle f | g \rangle = \langle \tilde{f} | \tilde{g} \rangle \quad (\text{D.29})$$

D.3 Implications pour le bruit

Les hypothèses faites dans la section 5.4.1 ont des conséquences pour le bruit lui même. En particulier, à l'aide de la formule de Parseval (D.29, D.15), la fonction d'autocorrélation du bruit s'exprime à partir de la densité spectrale d'énergie du bruit :

$$\rho_N(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{N}(\omega) \tilde{N}^*(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \sqrt{2\pi} \widehat{\tilde{N} \tilde{N}^*}(t). \quad (\text{D.30})$$

Ceci entraîne, d'après la décorrélation du bruit 5.14, que l'espérance de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du bruit est proportionnelle à l'espérance quadratique du bruit :

$$E \langle \widehat{\rho_N}(\omega) \rangle = \sqrt{2\pi} \sigma_\omega^2. \quad (\text{D.31})$$

Annexe E

Rappels de statistique

E.1 Statistique de Poisson

E.1.1 Définition

La loi de Poisson a pour probabilité discrète :

$$P(x = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (\text{E.1})$$

Reconnaître le développement en série entière de l'exponentielle permet de vérifier la bonne normalisation. Une propriété remarquable de cette statistique est que son espérance vaut sa variance : $\langle x \rangle = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \lambda$

E.1.2 Interprétation des intervalles de confiance

Par définition, l'intervalle à un niveau de confiance de \mathcal{C} est l'ensemble $[k_1, k_2]$ tel que

$$\begin{cases} P(x \geq k_1) &= \mathcal{C} \\ P(x \leq k_2) &= \mathcal{C} \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

Il faut résoudre le système E.2 en écrivant explicitement $P(x \geq k_1) = \sum_{k=k_1}^{k=\infty} P(x = k)$ et en utilisant la formule appropriée pour la borne supérieure.

Dans le cas d'un nombre suffisant d'événements, par le théorème centrale-limite, nous pouvons approximer les erreurs par des gaussiennes. En particulier, la limite supérieure à 90% de n événements observés vaut $n + 1.28\sqrt{n}$.

E.2 Distribution du rapport de deux variables aléatoires indépendantes

E.2.1 Cas général

Soient deux variables indépendantes X et Y de densités de probabilités de présence respectives f_X et f_Y . Soit le rapport de ces deux variables : $Z = X/Y$. Alors :

$$P(Z \leq z) = P(X/Y \leq z)$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(y) P(X/y \leq z) dy \\
&= \int_0^{+\infty} f_Y(y) P(X \leq zy) dy + \int_{-\infty}^0 f_Y(y) P(X \geq zy) dy \\
&= \int_0^{+\infty} f_Y(y) \int_{-\infty}^{zy} f_X(x) dx dy + \int_{-\infty}^0 f_Y(y) \int_{zy}^{+\infty} f_X(x) dx dy \\
&= \int_0^{+\infty} f_Y(y) \int_{-\infty}^z f_X(xy) y dx dy - \int_{-\infty}^0 f_Y(y) \int_{-\infty}^z f_X(xy) y dx dy
\end{aligned}$$

Une dérivation fournit la densité de probabilité de présence du rapport :

$$f_Z(z) = \int_0^{+\infty} f_Y(y) f_X(zy) y dy - \int_{-\infty}^0 f_Y(y) f_X(zy) y dy \quad (\text{E.3})$$

Cette formule se ramène à deux fois son premier terme dans le cas où les deux variables aléatoires ont des distributions paires.

E.2.2 Rapport de lois normales

Dans le cas du rapport de deux lois normales centrées réduites, le rapport suit une distribution de Breit-Wigner (ou de Cauchy) :

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + z^2} \quad (\text{E.4})$$

Il s'agit en fait d'une loi de Student à un degré de liberté [14, §27.3.5]

Dans le cas de deux lois normales centrées, d'écart-types respectifs σ_x et σ_y , le rapport suit :

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \frac{1}{1 + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z^2} \quad (\text{E.5})$$

Cette distribution, comme la précédente, ne possède pas de moment d'ordre supérieur à la moyenne.

Dans le cas général de deux lois normales centrées respectivement en m_i et d'écart-type σ_i , le rapport suit :

$$f_Z(z) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \frac{1}{1 + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z^2} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{m_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{m_y^2}{\sigma_y^2} \right]} \left[1 + \alpha(z) e^{\frac{1}{2} \alpha^2(z)} \int_0^{\alpha(z)} e^{-\frac{u^2}{2}} du \right] \quad (\text{E.6})$$

avec $\alpha(z) = \frac{\frac{m_y}{\sigma_y^2} + \frac{m_x}{\sigma_x^2} z}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_x^2} z^2}} = \frac{m_x}{\sigma_y} \frac{\frac{m_y}{m_x} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} z^2}}$. Pour un écart type du dénominateur grand devant sa

moyenne, cette distribution se rapproche de la Breit-Wigner décrite par l'équation E.5.

Par contre pour un écart-type du dénominateur faible devant sa moyenne ($m_y \gg \sigma_y$, en pratique $m_y \geq 3\sigma_y$), R.C. GEARY [70] a prouvé que la variable $\frac{m_y z - m_x}{\sigma_y^2 z^2 + \sigma_x^2}$ suivait approximativement une loi normale réduite et centrée. La moyenne de z vaut alors $m = m1/m2$. Si nous admettons aux dépens de la rigueur mathématique que z ne s'en écarte pas trop, alors nous trouvons que z suit une gaussienne centrée en m et d'écart-type :

$$\frac{\sigma^2}{m^2} = \frac{\sigma_x^2}{m_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{m_y^2} \quad (\text{E.7})$$

E.3 Distribution de la somme

Dans le cas de la somme Z entre deux variables aléatoires X et Y ,

$$\begin{aligned}
 P(Z \leq z) &= P(X + Y \leq z) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) P(Y \leq z - x) dx \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) \int_{-\infty}^{z-x} f_Y(y) dy dx \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) \int_{-\infty}^z f_Y(y - x) dy dx
 \end{aligned}$$

d'où en dérivant:

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) f_Y(z - x) dx \quad (\text{E.8})$$

A noter que dans ce cas (somme de deux variables aléatoires), l'utilisation des fonctions caractéristiques s'avère souvent plus efficace que la formule E.8.

Bibliographie

- [1] CUORE: a cryogenic underground observatory for rare events. <http://hpbb01.mi.infn.it/DBD/cuore.ps>.
- [2] George O. Abell. The distribution of rich clusters of galaxies. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 3:211, 1958.
- [3] Scott Adams. *The Dilbert Principle: a cubicle's eye view of bosses, meetings, management fads & other workplace afflictions*. HarperBusiness. HarperCollins, New York, 1996.
- [4] S.P. Ahlen et al. Limits on cold dark matter candidates from an ultralow background germanium spectrometer. *Physics Letters B*, 195(4):603–608, September 1987.
- [5] Dan Akerib. Personal communication.
- [6] D.S. Akerib et al. Preliminary limits on the WIMP-nucleon cross-section from the Cryogenic Dark Matter Search (CDMS). In Bottino et al. [30], pages 64–68.
- [7] C. Alcock et al. The MACHO project Large Magellanic Cloud microlensing results from the first two years and the nature of the galactic dark halo. *The Astrophysical Journal*, 486:697–726, September 1997.
- [8] A. Alessandrello et al. The thermal detection efficiency for recoils induced by low energy nuclear reactions, neutrinos or weakly interacting massive particles. *Physics Letters B*, 408:465–468, September 1997.
- [9] A. Alessandrello et al. Measure of low radioactive contamination and nuclear recoil quenching factor using cryogenic particle detectors. In Bottino et al. [30].
- [10] Dante Alighieri. *La Commedia secondo l'antica Vulgata*. Mondadori, Milano, 1966.
- [11] Keith M. Ashman. Dark matter in galaxies. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 104(682):1109–1138, December 1992.
- [12] P. Astone et al. The gravitational wave detector NAUTILUS operating at $T = 0.1$ K. *Astroparticle Physics*, 7:231–243, 1997.
- [13] C. Athanassopoulos et al. Candidate events in a search for $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ oscillations. *Physical Review Letters*, 75(14):2650–2653, October 1995. See reference [87].
- [14] R.M. Barnett et al. Review of particle physics. *Physical Review D*, 54:1, 1996.

- [15] L. Baudis et al. A new dark matter detector for the Gran Sasso underground laboratory. MPIH-V2-1998, <http://pluto.mpi-hd.mpg.de/~betalit/lit.html>.
- [16] Florian Bauer. *Développement et mise au point du détecteur EROS2 pour l'étude de microlentilles gravitationnelles. Etude comparative des Céphéides dans les nuages de Magellan*. PhD thesis, Université de Paris 7, December 1997.
- [17] M. Beck et al. Searching for dark matter with the enriched Ge detectors of the Heidelberg-Moscow $\beta\beta$ experiment. *Physics Letters B*, 336:141–146, September 1994.
- [18] V. A. Bednyakov, H. V. Klapdor-Kleingrothaus, and S. G. Kovalenko. Direct detection of supersymmetric dark matter and the role of the target nucleus spin. *Physical Review D*, 50(12):7128–7142, December 1994.
- [19] I.A. Belolaptikov et al. The Baikal underwater neutrino telescope: Design, performance, and first results. *Astroparticle Physics*, 7:263–282, 1997.
- [20] C. L. Bennett et al. Four-year COBE DMR cosmic microwave background observations: maps and basic results. *The Astrophysical Journal*, 464(1):L1–L4, June 1996.
- [21] V. S. Berezinsky. Cosmology of the gravitino as the lightest supersymmetric particle. *Physics Letters B*, 261(1,2):71–75, May 1991.
- [22] L. Bergé et al. Status of the EDELWEISS experiment. In Bottino et al. [30], pages 69–73.
- [23] Ch. Berger et al. Experimental study of muon bundles observed in the Fréjus detector. *Physical Review D*, 40(7):2163, October 1989.
- [24] Lars Bergström. Non-baryonic dark matter. In Bottino et al. [30].
- [25] Lars Bergström, Piero Ullio, and James H. Buckley. Observability of γ rays from dark matter neutralino annihilations in the Milky Way halo. *Astroparticle Physics*, 9:137–162, 1998.
- [26] Rita Bernabei et al. New limits on WIMP search with a large-mass low-radioactivity NaI(Tl) set-up at Gran Sasso. *Physics Letters B*, 389:757–766, December 1996.
- [27] Rita Bernabei et al. WIMPs search by scintillators: possible strategy for annual modulation search with large-mass highly radiopure NaI(Tl). In Bottino et al. [30], pages 79–84. See reference [73].
- [28] James Binney and Scott Tremaine. *Galactic Dynamics*. Princeton Series in Astrophysics. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1987.
- [29] M. Birkinshaw et al. A measurement of the Hubble constant from the X-ray properties and the Sunyaev-Zel'dovich effect of Abell 2218. *The Astrophysical Journal*, 420(1):33–43, January 1994.
- [30] Alessandro Bottino, Alessandra di Credico, and Piero Monacelli, editors. *TAUP 97, Proceedings of the Fifth International Workshop on Topics in Astroparticle and Underground Physics, Laboratori Nazionali del Gran Sasso, Italy, 7–11 September 1997*, volume 70. Elsevier, January 1999.

- [31] Hélène Bouchiat. Introduction générale aux bruits fondamentaux. 3ème Ecole d'Automne Aussois 96, November 1996.
- [32] Stuart Bowyer et al. Extreme-ultraviolet flux from the Virgo cluster : further evidence for a 500,000-Kelvin component. *Science*, 274:1338, November 1996.
- [33] Alexandre Broniatowski. Personal communication.
- [34] Edgardo Browne and Richard B. Firestone. *Table of radioactive isotopes*. Wiley-Interscience, New York, 1986.
- [35] Maurice Chapellier. Résistances Kaptiza. 3ème Ecole d'Automne Aussois 96, November 1996.
- [36] Véréne Chazal. *Etude de l'environnement neutron au Laboratoire Souterrain de Modane*. PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon I, July 1996.
- [37] Véréne Chazal et al. Neutron background measurements in the underground laboratory of modane. *Astroparticle Physics*, 9:163–172, 1998.
- [38] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li. *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*. Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- [39] Roland Clarke. Personal communication.
- [40] J. I. Collar. Superheated microdrops as cold dark matter detectors. *Physical Review D*, 54:1247, 1996. astro-ph/9607150.
- [41] Harald Cramér. *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton Mathematical Series. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1946.
- [42] Michel Cribier. Results of the whole Gallex experiment. In Bottino et al. [30].
- [43] M. Crézé, E. Chereul, O. Bienaymé, and C. Pichon. The distribution of nearby stars in phase space mapped by Hipparcos : I. The potential well and local dynamical mass. *Astronomy & Astrophysics*, 329:920–936, 1998.
- [44] S. C. Curran, J. Angus, and A. L. Cockroft. Investigation of soft radiations — II. The beta spectrum of tritium. *The Philosophical Magazine*, 40(300):53–60, January 1949.
- [45] Michael Curtiz. *Casablanca*. Warner Brothers, 1942. (film).
- [46] Angela Da Silva et al. Neutron background for a dark matter experiment at a shallow depth site. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 354:553–559, 1995.
- [47] Thibault Damour and Lawrence M. Krauss. A new WIMP population in the solar system and new signals for dark-matter detectors. astro-ph/9807099.
- [48] Alain de Bellefon et al. Dark matter search with a low temperature sapphire bolometer. *Astroparticle Physics*, 6:35–46, 1996.
- [49] Pierre de Marcillac. Personal communication.

- [50] Avishai Dekel. Dynamics of cosmic flows. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 32:371–418, 1994.
- [51] Daniel Denegri. SUSY and dark matter searches at the LHC. Technical Report 97-15, CEA Saclay, DSM/DAPNIA/SPP, May 1997.
- [52] Philippe Di Stefano. Structure et masse cachée de l’amas de galaxies A2063, June 1995. Rapport de fin d’études (Ecole Centrale Paris, option physique de la matière) et de stage (Université Paris XI, DEA Physique des gaz et plasmas).
- [53] A. Drukier and L. Stodolsky. Principles and applications of a neutral-current detector for neutrino physics and astronomy. *Physical Review D*, 30(11):2295–2309, December 1984.
- [54] Jérôme Duhamel. *Les perles des fonctionnaires*. Albin Michel, Paris, 1998.
- [55] H. Dym and H.P. McKean. *Fourier Series and Integrals*. Academic Press, New York and London, 1972.
- [56] H. Ejiri et al. The high sensitivity beta-gamma spectrometer ELEGANTS V for rare $\beta(e)$ and $\beta\beta(e)$ decays. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 302:304–314, 1991.
- [57] John Ellis and Ricardo A. Flores. Elastic supersymmetric relic-nucleus scattering revisited. *Physics Letters B*, 263(2):259–266, July 1991.
- [58] J. Engel. Nuclear form factors for the scattering of weakly interacting massive particles. *Physics Letters B*, 264(1,2):114–119, July 1991.
- [59] René Goscinny et Albert Uderzo. *Le bouclier arverne*. Dargaud, Paris, 1997.
- [60] Toby Falk, Keith A. Olive, and Mark Srednicki. Heavy sneutrinos as dark matter. *Physics Letters B*, 339:248–251, 1994.
- [61] U. Fano. Ionization yields of radiations. II. The fluctuations of the number of ions. *Physical Review*, 72(1):26–28, July 1947.
- [62] P. Fayet. Scattering cross sections of the photino and the goldstino (gravitino) on matter. *Physics Letters B*, 86(2,4):272–278, October 1979.
- [63] Henry C. Ferguson, Nial R. Tanvir, and Ted von Hippel. Detection of intergalactic red-giant-branch stars in the Virgo cluster. *Nature*, 391(6666):461–463, January 1998.
- [64] Michel Fich and Scott Tremaine. The mass of the Galaxy. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 29:409–445, 1991.
- [65] K. Fushimi et al. Limits on axial coupled dark matters studied by inelastic scattering from ^{127}I in NaI. In Angel Morales, Julio Morales, and José Angel Villar, editors, *TAUP 95, Proceedings of the Fourth International Workshop on Theoretical and Phenomenological Aspects of Underground Physics, Toledo, Spain, 17–21 September 1995*, volume 48, pages 70–72. Elsevier, May 1996.

- [66] A. Gabutti, M. Olechowski, S. Cooper, S. Pokorski, and L. Stodolsky. Light neutralinos as dark matter in the unconstrained minimal supersymmetric model. *Astroparticle Physics*, 6(1):1–24, December 1996.
- [67] Emmanuelle Gaillard-Lecanu. *Détecteurs à cristaux scintillants pour la recherche de Matière Noire non baryonique*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, June 1994.
- [68] Richard J. Gaitskell et al. The statistics of background rejection in direct detection experiments for dark matter. *Nuclear Physics B (Proceedings Supplements)*, 51B:279–283, 1996.
- [69] George Gamow. *Mr Tompkins in Paperback*. Canto. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [70] R. C. Geary. The frequency distribution of the quotient of two normal variables. *Journal of the Royal Statistical Society*, 93:442–446, 1930.
- [71] Nezih C. Geçkinli and Davras Yavuz. Some novel windows and a concise tutorial comparison of window families. *IEEE Transactions on acoustics, speech and signal processing*, 26(6):501–507, December 1978.
- [72] Gilles Gerbier et al. Pulse shape discrimination with NaI(Tl) and results from a WIMP search at the Laboratoire Souterrain de Modane. To appear in *Astroparticle Physics*.
- [73] Gilles Gerbier, Jacques Mallet, Luigi Mosca, and Charling Tao. Note on a 'hint' for an annual modulation signature of a 60 GeV WIMP. astro-ph/9710181, see reference [27].
- [74] Claudine Goldbach. Personal communication.
- [75] Claudine Goldbach. Plomb romain : du fond de la mer, au fond d'un tunnel. *Lettres des départements scientifiques du CNRS-IN2P3*, (13):17, December 1992.
- [76] Sunil Golwala. Personal communication.
- [77] Marc W. Goodman and Edward Witten. Detectability of certain dark-matter candidates. *Physical Review D*, 31(12):3059–3063, June 1985.
- [78] Andrew Gould. Resonant enhancements in weakly interacting massive particle capture by the Earth. *The Astrophysical Journal*, 321(1):571–585, October 1987.
- [79] Andrew Gould. Weakly interacting massive particle distribution in and evaporation from the Sun. *The Astrophysical Journal*, 321(1):560–570, October 1987.
- [80] John S. Hagelin, G. L. Kane, and S. Raby. Perhaps scalar neutrinos are the lightest supersymmetric partners. *Nuclear Physics B*, 241:638–652, 1984.
- [81] Eugene E. Haller. Neutron transmutation doped (NTD) germanium. In *Workshop on Semiconductor Thermistors for miliKelvin Operation, University of California at Berkeley, May 30 and 31, 1991*, 1991.
- [82] L.A. Hamel et al. A superheated droplet detector for dark matter search. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 338:91–99, 1997.

- [83] Clifford Hargrove. Personal communication.
- [84] Frederic J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1):51–83, January 1978.
- [85] Joseph Heller. *Catch-22*. Scribner Paperback Fiction, Simon & Schuster Inc., New York, 1994.
- [86] Peter W. Higgs. Spontaneous summetry breakdown without massless bosons. *Physical Review*, 145(4):1156–1163, May 1966.
- [87] James E. Hill. An alternative analysis of the LSND neutrino oscillation search data on $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$. *Physical Review Letters*, 75(14):2654–2657, October 1995. See reference [13].
- [88] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15:168–173, 1929. Gives first estimate of what is now called Hubble’s constant : 500 km/s/Mpc.
- [89] Luis E. Ibáñez and Graham G. Ross. Discrete gauge symmetries and the origin of baryon and lepton number conservation in supersymmetric versions of the standard model. *Nuclear Physics B*, 368(1):3–37, January 1992.
- [90] K. D. Irwin. An application of electrothermal feedback for high resolution cryogenic particle detection. *Applied Physics Letters*, 66(15):1998–2000, April 1995.
- [91] Guy Jonkmans. The Sudbury Neutrino Observatory (SNO). In Bottino et al. [30].
- [92] Raymond Davis Jr., Don S. Harmer, and Kenneth C. Hoffman. Search for neutrinos from the sun. *Physical Review Letters*, 20(21):1205–1209, May 1968.
- [93] Alexandre Juillard. *In preparation*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 1999.
- [94] Gerard Jungman, Marc Kamionkowski, and Kim Griest. Supersymmetric dark matter. *Physics Reports*, 267(5&6):195–376, March 1996.
- [95] Michio Kaku. *Quantum Field Theory, A Modern Introduction*. Oxford University Press, Oxford, 1993.
- [96] Charles Kittel. *Introduction to solid state physics, sixth edition*. John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [97] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement, second edition*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [98] O.M. Kofoed-Hansen and C.J. Christensen. Experiments on β -decay. In S. Flügge, editor, *Encyclopedia of physics, volume XLI/2, Beta Decay*. Springer-Verlag, Berlin, 1962.
- [99] Edward W. Kolb and Michael S. Turner. *The Early Universe*. Frontiers in Physics. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990.

- [100] H. Kraus. Superconductive bolometers and calorimeters. *Superconducting Science and Technology*, 9:827–842, 1996.
- [101] Lev Landau and Evguéni Lifschitz. *Physique théorique, Tome I: Mécanique*. Editions Mir, Moscou, 1988.
- [102] C. Michael Lederer and Virginia S. Shirley, editors. *Table of isotopes, seventh edition*. Wiley-Interscience, New York, 1978.
- [103] Daniel Lesueur. Interaction des photons γ et des neutrons avec la matière. 3ème Ecole d’Automne Aussois 96, November 1996.
- [104] J. D. Lewin and P. F. Smith. Review of mathematics, numerical factors, and corrections for dark matter experiments based on elastic nuclear recoil. *Astroparticle Physics*, 6:87–112, 1996.
- [105] Michel L’Hour. Un site sous-marin sur la côte de l’Armorique: l’épave antique de Ploumanac’h. *Revue Archéologique de l’Ouest*, 4:113–131, 1987.
- [106] Richard Lieu et al. Diffuse extreme-ultraviolet emission from the Coma cluster: evidence for rapidly cooling gases at submegakelvin temperatures. *Science*, 274:1335, November 1996.
- [107] Huan Lin et al. The power spectrum of galaxy clustering in the Las Campanas redshift survey. *The Astrophysical Journal*, 471(2):617–635, November 1996.
- [108] J. Lindhard, V. Nielsen, M. Scharff, and P.V. Thomsen. Integral equations governing radiation effects (notes on atomic collisions, III). *Matematik-fysike Meddelelser udgivet af Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab*, 33(10):1–42, 1963.
- [109] J. Lindhard, V. Nielsen, M. Scharff, and P.V. Thomsen. Range concepts and heavy ion ranges (notes on atomic collisions, II). *Matematik-fysike Meddelelser udgivet af Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab*, 33(14):1–42, 1963.
- [110] P.N. Luke et al. Calorimetric ionization detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 289:406–409, 1990.
- [111] Jes Madsen and Richard I. Epstein. Lower limits on m_ν from the distribution of dark matter in galaxies. In Edward W. Kolb, Michael S. Turner, David Lindley, Keith Olive, and David Seckel, editors, *Inner Space/Outer Space*. The University of Chicago Press, Chicago, 1986.
- [112] Stéphane Mallarmé. *Œuvres complètes*. Bibliothèque de la Pléiade, Paris, 1956.
- [113] Philip D. Mannheim. Are galactic rotation curves really flat? *The Astrophysical Journal*, 479:659–664, April 1997.
- [114] Stefanos Marnieros. *Couches minces d’isolant d’Anderson. Application à la bolométrie à très basse température*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, May 1998.

- [115] Stefanos Marnieros et al. Development of massive bolometers with NbSi thin film thermometers using ballistic phonons. In *7th International Workshop on Low Temperature Detectors*, 1997.
- [116] A. Masiero. Dark matter and new physics beyond the standard model. Cours de l'Enrico Fermi School of physics, July 1995.
- [117] John C. Mather. Bolometer noise : nonequilibrium theory. *Applied Optics*, 21(6):1125–1129, March 1982.
- [118] P. V. E. McClintock, G. J. Meredith, and J. K. Wigmore. *Matter at low temperatures*. A vérifier, A vérifier.
- [119] S.P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, 42(6):913–917, December 1985.
- [120] Mordehai Milgrom. Dynamics with a nonstandard inertia-acceleration relation: An alternative to dark matter in galactic systems. *Annals of Physics*, 229(2):384–415, February 1994.
- [121] Lino Miramonti. Développement d'un banc de test (β, X, γ) à bas seuil d'énergie. *Bulletin d'Information des Utilisateurs du Laboratoire Souterrain de Modane*, (63):1, June 1998.
- [122] Lino Miramonti. *In preparation*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 1999.
- [123] P. Monacelli. The Gran Sasso National Laboratory. Cours de la 4th School on Non-Accelerator Particle Astrophysics, ICTP Trieste, July 1995.
- [124] Ben Moore, Neal Katz, George Lake, Alan Dressler, and Augustus Oemler JR. Galaxy harassment and evolution of clusters of galaxies. *Nature*, 379(6566):613–616, February 1996.
- [125] Luigi Mosca. Personal communication.
- [126] S. H. Moseley, J. C. Mather, and D. McCammon. Thermal detectors as x-ray spectrometers. *Journal of Applied Physics*, 56(5):1257–1262, September 1984.
- [127] Xavier-François Navick. *Etude et optimisation de bolomètres à mesure simultanée de l'ionisation et de la chaleur pour la recherche de matière noire*. PhD thesis, Université Paris VII Jussieu, September 1997.
- [128] H. P. Nilles. Supersymmetry, supergravity and particle physics. *Physics Reports*, 110(1&2):1–162, August 1984.
- [129] H. Nyquist. Certain topics in telegraph transmission theory. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 47:617–644, April 1928.
- [130] Jean Orloff. Présentation LSP du Groupe de Recherche SUSY. LAPP, Annecy, June 1997.

- [131] Jean Orloff, Maryvonne De Jésus, and Charling Tao. The nature of the lightest supersymmetric particle. Note du Groupe de Recherche SUSY, 1998.
- [132] Heinz Pagels and Joel R. Primack. Supersymmetry, cosmology, and new physics at teraelectronvolt energies. *Physical Review Letters*, 48(4):223–226, January 1982.
- [133] Nathalie Palanque-Delabrouille. *Research on galactic dark matter implied by gravitational microlensing*. PhD thesis, Université de Paris 7 and University of Chicago, September 1997.
- [134] R.D. Peccei and Helen R. Quinn. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review D*, 16(6):1791, September 1977.
- [135] R.D. Peccei and Helen R. Quinn. CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review Letters*, 38(25):1440, June 1977.
- [136] Sophie Pecourt. *Matière noire non baryonique : détecteurs à scintillation et bolomètres pour la recherche de WIMPs*. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon I, June 1998.
- [137] Phillip James Edwin Peebles. *Principles of Physical Cosmology*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1993.
- [138] M. J. Penn et al. Charge-collection and trapping effects in cryogenic silicon detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 370:215–217, 1996.
- [139] Daniel Pfenniger and Françoise Combes. Is dark matter in spiral galaxies cold gas II. Fractal models and star non-formation. *Astronomy & Astrophysics*, 285:94–118, 1994.
- [140] Daniel Pfenniger, Françoise Combes, and Louis Martinet. Is dark matter in spiral galaxies cold gas I. Observational constraints and dynamical clues about galaxy evolution. *Astronomy & Astrophysics*, 285:79–93, 1994.
- [141] Michael J. Pierce et al. The Hubble constant and Virgo cluster distance from observations of Cepheid variables. *Nature*, 371(6496):385, September 1994.
- [142] Bruno Pontecorvo. Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic charge. *Soviet Physics, Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 26(5):984–988, May 1968.
- [143] William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky, and William T. Vetterling. *Numerical recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
- [144] Joel R. Primack. Status of comological parameters: can $\Omega = 1$? In E.W. Kolb and R. Peccei, editors, *Particle and Nuclear Astrophysics in the Next Millennium (Snowmass, CO, 1994)*. World Scientific, 1995.
- [145] Joel R. Primack, David Seckel, and Bernard Sadoulet. Detection of cosmic dark matter. *Annual Review of Nuclear and Particle Sciences*, 38:751–807, 1988.
- [146] Marcel Proust. *A la recherche du temps perdu IV. Sodome et Gomorrhe*. Folio Classique. Gallimard, Paris, 1988.

- [147] Stuart Raby and Kazuhro Tobe. The phenomenology of SUSY models with a gluino LSP. hep-ph/9807281.
- [148] Georg G. Raffelt. Astrophysical axion bounds: an update. In *Proceedings of Beyond the Desert, Ringberg Castle, Tegernsee, Germany*, June 1997. astro-ph/9707268.
- [149] Cécile Renault. *Recherche de matière noire galactique par effet de microlentille gravitationnelle sous forme d'objets compacts de faible masse*. PhD thesis, Université de Paris 7, June 1996.
- [150] J. Rich. Cosmological information from wimp experiments. *Astroparticle Physics*, 4:387–390, 1996.
- [151] James Rich. Solar neutrinos. Cours de la 24ème Ecole de Gif, Le neutrino et ses mystères, September 1992.
- [152] James Rich. Cosmologie. Cours du DEA Champs Particules Matière, Université Paris XI, 1996.
- [153] James Rich and Charling Tao. Direct vs. indirect detection of WIMPs. In E.W. Kolb and R. Peccei, editors, *Particle and Nuclear Astrophysics in the Next Millennium (Snowmass, CO, 1994)*. World Scientific, 1995.
- [154] Paul Robert. *Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française*. Société du Nouveau Littré, Le Robert, Paris, 1975.
- [155] R. G. H. Robertson. Neutral-current detection in the Sudbury Neutrino Observatory. In Bottino et al. [30].
- [156] Bernard Sadoulet. Optimal filtering and computation in the time domain. Informal note of the Berkeley Dark Matter group, 1991.
- [157] R. Sancisi and T. van Albada. *Dark Matter in the Universe*. A completer, 1987. Reference a completer.
- [158] C.L. Sarazin. X-ray emission from clusters of galaxies. *Reviews of Modern Physics*, 58(1), January 1986.
- [159] M.L. Sarsa et al. Searching for annual modulations of WIMPs with NaI scintillators. *Physics Letters B*, 386:458–462, October 1996.
- [160] David Schramm. Cosmological models. Invited talk at TAUP 97, Gran Sasso, Italy, 7–11 September 1997.
- [161] Claude E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 37(1):10–21, January 1949.
- [162] Thomas Alan Shutt. *A dark matter detector based on simultaneous measurement of phonons and ionization at 20 mK*. PhD thesis, University of California at Berkeley, April 1993.

- [163] Tom Shutt et al. Measurement of ionization and phonon production by nuclear recoils in a 60 g crystal of germanium at 25 mK. *Physical Review Letters*, 69(24):3425–3427, December 1992.
- [164] Tom Shutt et al. Studies of the dead layer in BLIP dark matter detectors. In *7th International Workshop on Low Temperature Detectors*, 1997.
- [165] Rémi Silvestre. *Recherche des bosons de Higgs chargés à LEP2 avec le détecteur Delphi*. PhD thesis, Université Louis Pasteur de Strasbourg, September 1997.
- [166] P. F. Smith et al. Improved dark matter limits from pulse shape discrimination in a low background sodium iodide detector at the Boulby mine. *Physics Letters B*, 379:299–308, June 1996.
- [167] Peter F. Smith. Personal communication.
- [168] P.F. Smith and J.D. Lewin. Dark matter detection. *Physics Reports*, 187(5):203–280, March 1990.
- [169] Sinclair Smith. The mass of the Virgo cluster. *The Astrophysical Journal*, 83:23–30, 1936.
- [170] N. J. C. Spooner, D. R. Tovey, C. D. Peak, and J. W. Roberts. Demonstration of nuclear recoil discrimination using recoil range in a mixed CaF_2 + liquid scintillator gel detector for dark matter searches. *Astroparticle Physics*, 8:13–19, 1997.
- [171] Neil J.C. Spooner, A. Bewick, G.J. Homer, P.F. Smith, and J.D. Lewin. Demonstration of nuclear recoil discrimination for low temperature dark matter detectors, by measurement of simultaneous ionization and thermal pulses in silicon. *Physics Letters B*, 273(3):333, December 1991.
- [172] Glenn D. Starkman, Andrew Gould, Rahim Esmailzadeh, and Savas Dimopoulos. Opening the window on strongly interacting dark matter. *Physical Review D*, 41(12):3594–3603, June 1990.
- [173] James Stone. Atmospheric neutrinos. Cours de la 4th School on Non-Accelerator Particle Astrophysics, ICTP Trieste, July 1995.
- [174] S. M. Sze. *Physics of Semiconductor Devices*. Wiley-Interscience, New York, 1981.
- [175] A.E. Szymkowiak, R. L. Kelley, S. H. Moseley, and C. K. Stahle. Signal processing for microcalorimeters. *Journal of Low Temperature Physics*, 93(3/4):281–285, 1993.
- [176] GLAST Facility Science Team and NASA/Goddard Space Flight Center. Gamma-ray Large Area Space Telescope: Quest for the ultimate sources of energy in the universe, January 1998. <http://www-glast.stanford.edu>, <http://coss.gsfc.nasa.gov/coss/GBRJan98>.
- [177] The Official Playing Rules Committee. *Official Baseball Rules, 1997 edition*. The Sporting News, St. Louis, 1997.

- [178] The Super-Kamiokande Collaboration. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. hep-ex/9807003.
- [179] Bruno Torr sani. *Analyse continue par ondelettes*. Savoirs Actuels. InterEditions/CNRS Editions, Paris, 1995.
- [180] Scott Tremaine and James E. Gunn. Dynamical role of light neutral leptons in cosmology. *Physical Review Letters*, 42(6):407, February 1979. A comparer avec reference Madsen.
- [181] UK Dark Matter Collaboration. Dark matter experiments at the UK Boulby Mine. To appear in Physics Reports.
- [182] Steven Weinberg. Cosmological constraints on the scale of supersymmetry breaking. *Physical Review Letters*, 48(19):1303–1306, May 1982.
- [183] Tennessee Williams. *Cat on a Hot Tin Roof*. Signet, 1985.
- [184] W. S. C. Williams. *Nuclear and Particle Physics*. Oxford University Press, Oxford, 1991.
- [185] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Physical Review D*, 17(17):2369–2374, May 1978.
- [186] C.N. Yang and R. Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical Review*, 96(1):191–195, October 1954.
- [187] Peter Young et al. Q0957+561: detailed models of the gravitational lens effect. *The Astrophysical Journal*, 244(3):736–755, March 1981.
- [188] Dominique Yvon. *D t ction de Mati re Cach e (WIMPs) par la mesure de l’ionisation induite par un recul atomique de silicium*. PhD thesis, Universit  Paris VI, January 1991.
- [189] Dominique Yvon et al. Evidence for signal enhancement due to ballistic phonon conversion in NbSi thin film bolometers. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 370:200–202, 1996.
- [190] Dominique Yvon et al. Low noise voltage and charge preamplifiers for phonon and ionization detectors at very low temperature. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 368:778–788, 1996.
- [191] Dominique Yvon and Vitali Suskov. Low noise cryogenic electronic preamplifier configurations with feedback on the bolometer. astro-ph/9801266.
- [192] L. Zerle et al. The CRESST dark matter search. In Bottino et al. [30].
- [193] J. Zhang et al. Non-ohmic conduction of implanted silicon and (NTD) germanium. In *Workshop on Semiconductor Thermistors for miliKelvin Operation, University of California at Berkeley, May 30 and 31, 1991*, 1991.

- [194] J.W. Zhou et al. Bolometric detection of the recoil spectrum in the alpha decay of ^{210}Po . *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 349:225–230, 1994.
- [195] F. Zwicky et al. *Catalog of Galaxies and Clusters of Galaxies*. California Institute of Technology, Pasadena, 1961–1968.
- [196] Fritz Zwicky. Die Rotverschiebung von Extragalaktischen Nebeln. *Helv. Phys. Acta*, 6(2):110–127, 1933. Texte en allemand.

Index

- absorbeur, 36
- acceptance, 125
- acquisition
 - chaîne réelle, 55
 - chaîne simulée, 88
- amas de galaxies, 5
- amplificateur
 - à bouclage de phase, 41
 - FET, 41
- amplitude
 - estimation
 - dans l'espace des temps, 70
 - filtrage optimal, 73
 - grossière, 69
 - nette, 69
- atténuateurs, 56
- axion, 7, 18

- Bardonecchia, 32
- bolométrie, 35
- bolomètre
 - composite, 36
 - monolithique, 36
- bolomètres, 31
- bosons de jauge, 16
- bremsstrahlung, 5
- bruit
 - $1/f$, 67
 - électronique
 - fondamental, 65
 - instrumental, 65
 - spectre, 67
 - basse fréquence et filtrage optimal, 97
 - détermination, 81
 - hypothèses du filtrage optimal, 72
 - Johnson-Nyquist, 65
 - NTD, 55, 67, 81
 - phonons, 55
 - radioactif, 32
 - simulé, 89
 - spectre en énergie, 109
 - stabilité en temps, 109
 - télégraphe, 67
- calorimétrie, 35
- CDM, 9
- CDMS, 31, 39, 120, 161
- champ électrique
 - dans diode p-i-n, 50
 - pour effet Luke-Neganov, 51
- chargino, 21
- chauffage par retour de masse, 56
- collecte de charge incomplète, 53
 - et effet Luke-Neganov, 53
 - et résolution de la voie ionisation, 54
- Coma, 3
- constante de déccélération, 1
- constante de Hubble, 1
- constantes de couplage, 16
- courbe d'exclusion, 151
 - normalisation, 151
- courbes de rotation, 3
- CRESST, 31, 39
- cristaux scintillants, 30
- cryostat EDELWEISS, 55
- création de paires
 - électron-positron, 45
 - électron-trou, 44
- densité critique de l'univers, 2
- diffusion Compton, 45, 46
- diode, 47
 - p-i-n, 47, 50
- discrimination
 - variable, 113
- données physiques
 - acceptance des coupures, 132
 - exposition, 131
- déclenchements

- modes, 58
 - par voie chaleur, 59
- détecteurs à semi-conducteurs, 30
- détection
 - directe
 - méthodes expérimentales, 30
- détection directe, 26
- détection indirecte, 25
- échantillonnage
 - corollaire de Shannon-Nyquist, 78
 - critère de Shannon-Nyquist, 78
 - et filtrage optimal, 97
 - paramètres, 77
- EDELWEISS, 31
- effet Luke-Neganov, 49, 111
 - événements hors-axe, 115 , 144
 - champ électrique, 50
 - et collecte incomplète, 53
 - et discrimination, 47, 50
 - et résolution, 55, 112
 - voie chaleur, 112
 - et énergies de recul, 134
- effet MSW, 19
- effet photoélectrique, 45
- effet Sunyaev-Zel'dovich, 6
- énergie de création de paire électron-trou,
 - 44, 46
 - par recul nucléaire, 46
 - par recul électronique, 46
- équation de Friedmann, 2
- étalonnage
 - ^{57}Co , 132
 - ^{210}Pb , 133
- EUVE, 10
- événement
 - absorbeur, 59, 145
 - bruit, 59
 - brut, 67
 - hors-axe, 132, 135, 144
 - mécanisme, 144
 - solutions possibles, 147
 - source, 145
 - idéal, 65
 - modèle
 - obtention, 80
 - modèle thermique à deux capacités, 172
 - modèle thermique à trois capacités, 172
 - morphologie, 59
 - net, 69
 - pathologique, 65
 - saturé, 67
 - simulé, 90
 - thermomètre, 59
 - thermomètre, 145
 - très hors-axe, 147
 - typique, 65
- facteur de quenching, 51
 - des neutrons dans le germanium, 120
 - détermination de l'énergie de recul, 142
- facteur de séparation, 127
- Fano
 - facteur de, 54
- fenêtrage, 80
- fermions, 16
- filtrage optimal, 71
 - apport, 158
 - bruit basse fréquence, 97
 - empilement, 83
 - sur simulation, 93
- filtre
 - réel, 43
 - simulé, 89
- Fourier
 - transformée, 175
 - discrète, 177
- FWHM, 105
- gabarit, 75
- gain
 - filtre CSNSM, 43
 - lock-in, 43
 - pré-ampli, 41
- gap, 46
- gaz chaud, 5
- gaz fractal galactique, 10
- gluino, 21
- gluons, 17
- Gran Sasso, 32
- gravitation non-newtonnienne, 9
- gravitino, 20, 21
- harmoniques du circuit d'alimentation, 67
- HDM, 8

- Heidelberg-Moscou, 30, 161
- Higgs
 - boson de, 16
 - dans supersymétrie, 20
- Hipparcos, 12
- isotopes
 - composition du détecteur EDELWEISS, 152
- keV
 - équivalent-électron, 51
 - chaleur, 50, 111
 - ee, 51, 111
 - recul, 50
- LasVegas, 88
- lentille gravitationnelle, 6
- LESTE, 147
- ligne de base, 39, 43, 172
 - calcul, 69
 - pente, 69
 - valeur moyenne, 69
- LSM, 32
- LSP, 21
- LTMH, 105
- masse minimale de WIMP, 22
- matière sombre
 - baryonique, 7
 - chaude, 8
 - dans Voie Lactée, 10
 - baryonique, 12
 - densité, 12
 - halo galactique, 12
 - froide, 9
 - non baryonique, 7
- matrice CKM, 17
- modulation
 - annuelle, 13, 29, 30
 - diurne, 13, 29, 30
- modèle standard
 - électrofaible, 15
 - lagrangien, 15
 - QCD, 17
- métrique de Robertson-Walker, 1
- neutralino, 22
- couplage
 - axial, 22
 - cohérent, 23
 - dépendant du spin, 23
 - facteur de forme, 23, 27
 - scalaire, 23
- densité relique, 22
- lagrangien de couplage avec quark, 22
- masse minimale, 22
- section efficace, 22
- neutrinos
 - et détection indirecte, 25
 - masse
 - dans modèle standard, 17
 - extension modèle standard, 18
 - matière sombre, 9, 19
 - oscillations
 - dans matière, 19
 - dans vide, 18
- neutrons
 - taux attendu, 135
- NTD, 39
- nucléosynthèse, 7
- paramètre d'échelle, 1
- paramètre de densité de l'univers, 2
- paramètre de séparation, 127
- Paresval
 - formule de, 176
- ^{210}Pb , 34, 132, 146
- plasma, 5
- plomb archéologique, 34
- pretrigger, 56, 69
- pré-amplificateur
 - FET, 41
- pré-amplificateurs, 56
 - FET, 39
- quenching
 - définition, 51
 - détermination expérimentale, 120
- R-parité, 21
- reliques
 - non thermiques, 7
 - thermiques, 8
- ROSEBUD, 31
- régénération de la diode, 54

- réjection, 125
- résolution
 - expérimentale, 105
 - voie chaleur, 55
 - voie ionisation, 54
- résolutions
 - à 46.5 keV, 133
 - données physiques, 133
- section efficace, 22, 151
- sensibilité du thermomètre, 39
- seuil, 27, 28, 56, 161
 - de déclenchement, 58
 - détection indirecte, 26
 - et coupures, 102
 - et courbe d'exclusion, 152
 - et diagramme d'exclusion, 161
 - et nouvelles signatures, 30
 - expérimental, 99
 - ionisation et chaleur, 58
 - recul nucléaire, 135, 156
 - recul électronique, 105
- Shannon-Nyquist, 78
- signatures de WIMPs, 30
- simulation
 - Las Vegas, 88
- sneutrino, 21
- source
 - ^{252}Cf , 118
 - ^{60}Co , 114
- squark, 21
- stabilité
 - du bruit, 109
 - en température, 100
- superchamp, 20
- supersymétrie, 20
- symétrie
 - CP, 17
 - PQ, 7, 18
- sélectron, 21
- taux d'événements
 - contribution neutronique attendue, 135
 - discrimination
 - demi zone neutron, 139
 - zone neutron, 137
 - récapitulatif, 137
 - sans réjection, 135
- taux de neutrons rapides attendu, 136
- temps
 - de demi-montée, 69
 - de descente, 69
 - de montée, 69
- temps de calcul
 - ajustement dans l'espace des temps, 71
 - durée typique, 76
 - filtrage optimal, 76
- temps de décalage
 - gamme, 81
- tension de polarisation, 49
- thermomètre, 36
 - couches minces, 39
 - NTD, 39
 - sensibilité, 39
- théorème du viriel, 3
- traitement du signal
 - buts, 65
- trigger, 56
- tritium, 59
 - et NTD, 39, 145, 147
- univers dominé par le rayonnement, 3
- Virgo, 5
- WIMP, 3, 9, 12
 - contraintes expérimentales, 23, 151
 - distribution des vitesses, 13
 - et neutron, 45, 128
 - interaction dans détecteur, 47
 - LSP, 21
 - neutralino, 22
 - produit d'annihilation, 25
 - recherche de, 131
- zone d'exclusion, 151
- zone neutron, 128
 - demi, 128
 - et données, 137
- zone photons, 146

Une thèse en Physique, spécialité Physique des Particules, effectuée par Philippe DI STEFANO, sous la direction de Dominique YVON, au CEA Saclay, DSM/DAPNIA/SPP

Recherche de matière sombre non-baryonique au moyen d'un bolomètre à ionisation dans le cadre de l'expérience EDELWEISS

Dans le cadre de l'expérience EDELWEISS, nous avons cherché des WIMPs, hypothétiques et discrètes particules supersymétriques, qui pourraient éclaircir l'énigme de la matière sombre. Pour cela, nous avons employé un bolomètre à ionisation, monocristal de 70 g de germanium à 20 mK, dans lequel un WIMP diffusant élastiquement sur un noyau créerait deux signaux : une impulsion de température et une charge.

Afin de s'affranchir des bruits électroniques affectant nécessairement les signaux, faibles, nous avons appliqué une méthode de filtrage optimal dans l'espace des fréquences. Elle fournit des résolutions de 1.2 keV LTMH à 122 keV d'énergie sur les deux voies. D'autre part, elle permet de bien séparer jusqu'aux basses énergies le signal attendu (reculs nucléaires) des contaminations radioactives photoniques (reculs électroniques, plus ionisants pour une énergie identique). Ainsi, sur des étalonnages, nous rejetons 99.7% du fond, tout en conservant 95% du signal, au-delà de 15 keV.

Lors des 1.17 kg.jours de données prises pour chercher les WIMPs, nous avons constaté une population du fond radioactif s'immiscant dans le signal attendu. Il s'agit vraisemblablement d'une composante électromagnétique de basse énergie, interagissant superficiellement dans le détecteur, où la charge ne peut être collectée complètement. Néanmoins, moyennant la conservation de seulement la moitié du signal, nous pouvons encore rejeter 98.5% du fond. Ceci permet de passer d'un taux de 40 évts/j/kg/keV à une limite supérieure (à 90%) conservatrice sur le signal de 0.6 évts/j/kg/keV. Il s'agit d'une amélioration de près de trois ordres de grandeur depuis la campagne précédente, et qui se rapproche des zones prédites par la supersymétrie.

Mot-clés : matière sombre non-baryonique — WIMPs — supersymétrie — détection directe — bolomètres — ionisation — traitement du signal — filtrage optimal — séparation fond-signal — courbes d'exclusion

A doctoral dissertation in Particle Physics by Philippe DI STEFANO, directed by Dominique YVON, at CEA Saclay, DSM/DAPNIA/SPP

A Search for Non-Baryonic Dark Matter Using an Ionisation Bolometer in the EDELWEISS Experiment

The EDELWEISS experiment is an underground direct-detection search for hypothetical supersymmetric WIMPs that might solve the problem of dark matter. We have employed a cryogenic 70 g germanium ionisation bolometer, in which a WIMP would scatter elastically off a nucleus, creating both a heat and an ionisation signal.

To offset the various electronic noises present in our necessarily small signals, we have applied an optimal filtering technique in the frequency domain. This allows us to reach resolutions of 1.2 keV FWHM at 122 keV on both channels. It also provides good separation right down to low energies between the expected signal of nuclear recoils, and the photonic background of electron recoils which ionise more for a given energy. Calibration data show that we are able to reject 99.7% of this background, while keeping 95% of the signal.

However, our 1.17 kg.days of data searching for WIMPs show a third population encroaching on the expected signal. This is probably due to low energy photons or electrons interacting in the outer layers of the crystal, where charges are incompletely collected. Nevertheless, by trading off half of the conserved signal, we still manage to reject 98.5% of the background. Thus the raw rate of 40 evts/d/kg/keV yields a conservative 90% upper limit on the signal of 0.6 evts/d/kg/keV. This represents nearly a three orders of magnitude improvement for EDELWEISS, and puts the predicted supersymmetric phase space within two orders of magnitude.

Keywords : dark matter — non-baryonic — WIMPs — supersymmetry — direct detection — bolometers — ionisation — signal processing — optimal filter — signal-background separation — exclusion plots